文章编号: 0253-2239(2010)09-2703-07

# 电荷耦合器件点扩展函数的蒙特-卡罗模拟

# 

(<sup>1</sup>中国科学院光电研究院,北京 100190;<sup>2</sup>中国科学院研究生院,北京 100049)

摘要 电荷耦合器件(CCD)是成像系统的关键器件,CCD器件的点扩展函数(PSF)是整个成像系统 PSF 的重要部 分。采用背部入射、部分耗尽 CCD,分析了载流子在 CCD 中的运动过程,推导了计算 CCD 的 PSF 的解析公式。对 CCD 进行物理建模,用蒙特-卡罗方法进行粒子跟踪模拟计算得到了 PSF,并能和解析公式计算得到的 PSF 很好的 吻合。系统分析计算了 CCD 的主要特性参数,如响应度、线性度和调制传递函数(MTF)等。模拟研究了入射光波 长和 CCD 自由层宽度对 CCD 的 PSF 的影响,结果表明较窄自由层宽度和长波易得到较好的 PSF。

关键词 光计算;电荷耦合器件;点扩散函数;蒙特卡罗方法;自由层

**中图分类号** O439;O441.1 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS20103009.2703

# Monte-Carlo Simulation of the Point Spread Function of CCD

Huang Chao<sup>1,2</sup> Wang Zhiqiang<sup>1</sup> Zhang Bin<sup>1</sup> Liu Wei<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Academy of Optic-Electronics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China

<sup>2</sup> Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract Charge coupled device (CCD) is a pivotal module of imaging system. The point spread function (PSF) of CCD is an important part of the PSF of imaging system. A back-illuminated, partially depleted CCD is studied. The movements of the carriers in the CCD are analysed. The PSF are simulated based on Monte-Carlo method. The simulative PSF can well match analytical PSF which are also computed. The main characteristics of CCD are analyzed, such as responsibility, linearity and modulation transfer function. The influences to PSF caused by the change of wavelength and field-free region are simulated, which show that better PSF can be attained by smaller fieldfree region or longer wavelength.

Key words optics in computing; CCD; point spread function (PSF); Monte-Carlo method; field-free region

1 引 言

点扩展函数(PSF)描述了成像系统对点源物体 的响应,包含了响应的幅值信息和相位信息,是光学 传递函数的空域表示。采用基于 PSF 的分析计算 方法,可以很好地保留图像信息,完整地反映成像系 统的特性。PSF 可以应用于成像系统的成像质量 评估、图像处理,对图像复原更是至关重要。通常, PSF 可以通过实验测量获得<sup>[1,2]</sup>,但是实验测量很 复杂,而且有测量误差。为了更加简便和直接地获 得 PSF,进行计算机模拟计算是一个很好的选 择<sup>[3~5]</sup>。电荷耦合器件(CCD)是成像系统的关键器 件,获取 CCD 的 PSF 是进一步获取成像系统 PSF 的重要环节。

使用 Monte Carlo 方法处理的问题可以分为两 类:第一类是确定性的数学问题:第二类是随机性问 题,如晶体管工作机制模拟、粒子输运问题等<sup>[3,6~8]</sup>。 模拟计算 CCD 的 PSF,核心是研究载流子在 CCD 三维空间的自由扩散问题。应用 Monte Carlo 方法 研究这个随机性问题,在处理 CCD 器件几何形状、 电荷吸收区域的形状和边界条件等方面有极大的灵 活性。

本文分析了电子在 CCD 中的吸附、复合和消失 过程;理论计算 CCD 的耗尽层宽度和满阱容量;采 用 Monte Carlo 模拟计算和解析公式计算两种方法

收稿日期: 2009-12-10; 收到修改稿日期: 2010-03-04

作者简介: 黄 超(1985—), 男, 硕士研究生, 主要从事计算光学方面的研究。E-mail: huangchao07@mails. gucas. ac. cn 导师简介:王治强(1972—),男,高级工程师,主要从事计算机仿真技术方面的研究。E-mail: xiangxian@aoe.ac.cn

得到 CCD 的 PSF;系统分析计算 CCD 的特性参数; 模拟分析入射光波长和自由层宽度对 PSF 的影响。

# 2 理论分析

采用背部入射、部分耗尽、P-Si 衬底的减薄 CCD,少数载流子是电子。图1为 CCD 的横截面, z<sub>d</sub>为耗尽层宽度。xy 平面平行于 CCD 的正面。



图 1 CCD 横截面 Fig. 1 Cross section of CCD

### 2.1 光的吸收、反射和透射

光子的穿透深度服从指数分布<sup>[3]</sup>。模拟中,如 果光子未穿透背部镀膜就认为被反射;如果穿透深 度大于 CCD 厚度则认为光子发生透射。

光的吸收主要考虑本征吸收。光吸收激发出的 电子可能被势阱吸附、与空穴复合或者被哑像元吸 收而消失。

#### 2.2 电子的吸附

当热激发、背景光和其它噪声可以忽略,也不存 在光照时,即使有外加电压,反型层也可以不考虑。 通过求解泊松方程可以得到(-d,z<sub>d</sub>)范围的电压 分布:

$$\begin{split} V(z) &= V_{\rm G} - V_{\rm FB} - E_{\rm SiO_2} \left( z + d \right), \quad -d < z < 0 \\ V(z) &= \frac{q N_{\rm A}}{2 \varepsilon_{\rm Si}} (z - z_{\rm d})^2, \qquad \qquad 0 \leqslant z \leqslant z_{\rm d} \\ V(z) &= 0. \qquad \qquad z_{\rm d} < z < z_{\rm j} \end{split}$$

根据电场分布  $E(z) = - \frac{dV}{dz}$ 得到  $E(z) = E_{SiO_2} = \frac{qN_A z_d}{\varepsilon_{SiO_2}}, \quad -d < z < 0$  $E(z) = -\frac{qN_A}{\varepsilon_{Si}}(z - z_d), \quad 0 < z < z_d$  (2)  $E(z) = 0, \qquad z_d < z < z_i$ 

式中 $N_A$ 为P-Si的受主浓度,  $\varepsilon_{Si}$ 为Si的介电常数,  $\varepsilon_{SiO_a}$ 为SiO<sub>2</sub>的介电常数。

在耗尽层 
$$0 < z < z_d$$
, 电子受到电场力为  
 $F = qE = -\frac{q^2 N_A}{z_d} (z - z_d) \cdot 0 < z < z_d$  (3)

电势在 SiO<sub>2</sub>/Si 交界面不会发生突变,即 $V(0^{-}) = V(0^{+})$ ,故

$$V_{\rm G} - V_{\rm FB} - \frac{qN_{\rm A}z_{\rm d}d}{\epsilon_{\rm SiO_2}} = \frac{qN_{\rm A}}{2\epsilon_{\rm Si}}z_{\rm d}^2, \qquad (4)$$

解出无光照时耗尽层宽度

$$z_{\rm d} = -\frac{\varepsilon_{\rm Si}d}{\varepsilon_{\rm SiO_2}} + \sqrt{\frac{d^2\varepsilon_{\rm Si}^2}{\varepsilon_{\rm SiO_2}^2} + \frac{2(V_{\rm G} - V_{\rm FB})\varepsilon_{\rm Si}}{qN_{\rm A}}}.$$
 (5)

由于氧化层单位面积电容  $C_0 = \epsilon_{SO_2}/d$ ,P-Si 单位面 积势垒电容  $C_i = \epsilon_{Si}/z_d$ ,则场效应(MOS)电容单位 面积电容 C 为

$$C = \frac{C_0 C_j}{C_0 + C_j} = \frac{\varepsilon_{\text{SiO}_2}}{\varepsilon_{\text{SiO}_2}}, \quad (6)$$

 $d \sqrt{1+2 \mathbf{e}_{\mathrm{SiO2}_2}^2 (V_\mathrm{G}-V_\mathrm{FB})/(q N_\mathrm{A} \mathbf{e}_\mathrm{Si} d^2)}$ 

设 Q<sub>t</sub> 为 MOS 电容最大电荷容量, S 为耗尽层截面积, q 为电子电量,则满阱电荷数

$$N_{\rm FWC} = \frac{Q_{\rm t}}{q} = \frac{CS(V_{\rm G} - V_{\rm FB})}{q}.$$
 (7)

记 Q<sub>s</sub> 为势阱吸附的信号电荷,则"剩余"耗尽层宽 度为

$$z_{d}' = -\frac{\varepsilon_{\rm Si}d}{\varepsilon_{\rm SiO_2}} + \sqrt{\frac{d^2\varepsilon_{\rm Si}^2}{\varepsilon_{\rm SiO_2}^2} + \frac{2(Q_t - Q_s)\varepsilon_{\rm Si}}{CqN_{\rm A}}}.$$
 (8)

式中  $z_{d}'$  表征 MOS 电容的剩余电荷容量,体现了信号电荷对势阱深度的影响。当  $Q_{t} = Q_{s}$  时, $z_{d}' = 0$ ,像元满阱。模拟过程中,溢出电荷将在模型空间中继续游走。信号电荷  $Q_{s}$ 的近似表达式:

$$Q_{\rm s} \approx q S_{\rm o} \rho \, t \eta (1 - R_{\rm o}) / (h \nu) \,,$$
 (9)

式中 $\rho$ 为入射光的功率密度,t为光注入时间, $S_0$ 为受光面积, $\eta$ 为量子效率, $R_0$ 为 CCD 背部反射率。

#### 2.3 电子的复合和消失

自由层中非平衡载流子的复合率为  $\Delta n/\tau$ , $\Delta n$ 为非平衡载流子浓度, $\tau$  为电子寿命即平均生存时间。模拟中,为每个电子设置一个服从指数分布的剩余生存时间。如果电子没有被吸附,其剩余生存时间会不断地减短,当减为0时,即认为该电子被复合。

CCD 的有效感光区域的四周还有一些不会接 受光照的哑像元。自由电子能在哑像元和有效感光 像元间扩散,扩散到哑像元并被吸附的电子认为是 消失了。哑像元中暗电流等效电子也会进行扩散。

### 2.4 PSF 的解析计算公式

为了便于叙述,将图1中坐标系沿z轴正方向

)

平移 z<sub>d</sub>,设自由层宽度为 z<sub>ff</sub>,CCD 的厚度为 w<sub>t</sub>。绝 大多数电子在被复合或消失前已被势阱吸收,故可 将复合和消失过程忽略。电子产生率为<sup>[1]</sup>

$$G_{n} = \rho_{p} \delta(x - x_{0}) \delta(y - y_{0}) \delta(z - z_{0}) p(z_{0}),$$
(10)

式中 $\rho_{\rm p}$ 是入射光的光子流速率,即单位时间单位面 积的入射光子数,为一常数,表示稳定入射源, $\rho_{\rm p}\delta(x - x_0)\delta(y - y_0)\delta(z - z_0)$ 构成了点光源。求解稳态时 电子分布, $\rho_{\rm p}$ 的数值可以取任意常数,这里取为1。  $p(z_0)为单光子入射的电子产生概率密度函数。$ 

稳态连续性方程可以写为

$$D_{n} \nabla^{2} n + \delta(x - x_{0}) \delta(y - y_{0}) \delta(z - z_{0}) p(z_{0}) = 0,$$
(11)

式中 $D_n$ 为电子扩散系数,n为电子分布的概率密度 函数。电子在CCD背部会发生镜面反射,则还需要 在z方向运动 $z_{ff}$ 才能到达势阱范围,因此可以认为 电子在 $[0,2z_{ff}]$ 自由扩散,而没有背部反射。电子 游走到势阱表面会被吸附,故势阱表面的电子密度 为0,故(11)式的边界条件为

$$n(r, z = 0) = 0,$$
  

$$n(r, z = 2z_{\rm ff}) = 0,$$
(12)

式中 $r = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$ 。

需要关注的是概率流密度: $j = -D_n \bigtriangledown n$ 。

经过背部反射的概率流密度,即  $z = 2z_{\rm ff}$  平面的概率流密度为<sup>[9]</sup>

$$j_{\rm r}(r) = \frac{p(z_0)}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sinh(kz_0)}{\sinh(2kz_{\rm ff})} k J_0(kr) dk, \quad (13)$$

未经过反射的概率流密度为

$$j_{\rm nr}(r) = \frac{p(z_0)}{2\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sinh[k(2z_{\rm ff} - z_0)]}{\sinh(2kz_{\rm ff})} k J_0(kr) dk,$$
(14)

式中J。为零阶第一类贝塞尔函数。将积分转变为 级数求和:

$$j_{\rm r}(r) = \frac{p(z_0)}{4z_{\rm ff}^2} \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i i \sin\left(\frac{i\pi z_0}{2z_{\rm ff}}\right) {\rm K}_0\left(\frac{i\pi r}{2z_{\rm ff}}\right), \qquad (15)$$

$$j_{\rm nr}(r) = \frac{p(z_0)}{4z_{\rm ff}^2} \sum_{i=1}^{\infty} (-1)^i i \sin\left[\frac{i\pi(2z_{\rm ff}-z_0)}{2z_{\rm ff}}\right] {\rm K}_0\left(\frac{i\pi r}{2z_{\rm ff}}\right),$$
(16)

式中 K<sub>0</sub> 为零阶第二类修正贝塞尔函数。*p*(z<sub>0</sub>)是光 子平均穿透深度λ的函数:

$$p(z_0) = \frac{\eta}{\lambda} \exp\left(-\frac{z_{\rm ff} - z_0}{\lambda}\right), \qquad (17)$$

势阱中产生电子的概率:

$$\int_{\mathrm{ff}^{-w_{t}}}^{0} p(z_{0}) \mathrm{d}z_{0} = \eta \Big[ \exp \Big( -\frac{z_{\mathrm{ff}}}{\lambda} \Big) - \exp \Big( -\frac{w_{t}}{\lambda} \Big) \Big],$$
(18)

CCD 中产生电子的总概率:

$$\int_{t^{-w_t}}^{z_{\rm ff}} p(z_0) dz_0 = \eta \Big[ 1 - \exp\left(-\frac{w_t}{\lambda}\right) \Big], \quad (19)$$

在(x<sub>1</sub>,y<sub>u</sub>),(x<sub>r</sub>,y<sub>d</sub>)定义的矩形区域收集到电子的 概率与 CCD 中产生电子总概率的比为

$$j_{\text{diff}} = \frac{\int_{x_{1}y_{d}}^{x_{r}y_{u}z_{\text{ff}}} \int p(z_{0})(j_{r}+j_{nr}) dx dy dz_{0}}{\eta \Big[1 - \exp\left(-\frac{w_{\iota}}{\lambda}\right)\Big]}.$$
 (20)

如果光源入射点在该矩形区域内,则还应加上势阱 内激发电子的概率与 CCD 中产生电子总概率的比:

$$j_{\rm abs} = \frac{\exp(-z_{\rm ff}/\lambda) - \exp(-w_{\rm t}/\lambda)}{1 - \exp(-w_{\rm t}/\lambda)}.$$
 (21)

## 3 模拟计算

#### 3.1 Monte Carlo 模拟过程

电子在自由层的扩散过程可以用爱因斯坦提出的随机游走(Random walk)模型<sup>[3,10,11]</sup>进行描述: 在每个时间小间隔 Δ*t*,电子移动一步 Δ*l*,移动方向 随机选取,Δ*l*服从均值为 0 的高斯分布:

$$x(t) = x(t-1) + \Delta l,$$
  

$$\Delta l \sim N(0, \delta^2), \qquad (22)$$
  

$$\delta = \sqrt{2D} \Delta t.$$

式中 Δt 称为单步游走时间或仿真步长, Δl 称为单步 游走距离。

Monte Carlo 模拟过程:势阱内产生的电子被 直接吸附。在非势阱范围内产生的电子进行随机游 走。每游走一步,该电子的剩余生存时间缩短一个 Δt,然后进行吸附、复合和消失判断,如果是吸附还 需要作"溢出"判断,并作相应处理;如果吸附、复合 和消失这三种情况均未发生,则继续游走,如此循 环。如果电子游走到 CCD 表面氧化层或者 CCD 背 部时会发生镜面反射,返回到模型空间继续游走。

#### 3.2 CCD 特性参数的考虑

以下列出模拟过程中对 CCD 的部分特性参数 的考虑,未列出的其他特性参数将在 4.2.2 中讨论。 1)电荷转移效率

像元 m 中的电量  $Q_m$  经一步转移到像元 m + 1中为  $Q_{m+1}$ ,则电荷转移效率  $\eta_{CTE} = Q_{m+1}/Q_m$ 。初始电 量  $Q_0$  经 m 步转移后为

$$Q_m = Q_0 (1 - \eta_{\text{CTE}})^m, \qquad (23)$$

模拟过程中,设置 η<sub>CTE</sub> = 0.99999。 2)不均匀度

主要考虑光敏元响应的不均匀,体现在 CCD 各 个像元的量子效率不一样。模拟过程中处理方法 是:每个像元的量子效率在均值 η。的±5%误差范 围内均匀采样得到。

3) 暗电流

暗电流可以描述为[12]

 $i_{DC} = A_0 \exp(-t/t_0) + A_1 \exp(-t/t_1) + C_0$ , (24) 模拟过程中取典型值:

 $A_{0} = (12900 \pm 136)e^{-} / (pixel \cdot h), t_{0} = (63.4 \pm 1.2)h$   $A_{1} = (2100 \pm 108)e^{-} / (pixel \cdot h), t_{1} = (328 \pm 19.5)h$  $C_{0} = (228 \pm 20.0)e^{-} / (pixel \cdot h)$ 

t 很小时,平均暗电流等效电荷为

 $i_{\rm DC} = 4.23 \mathrm{e}^- / \mathrm{(pixel \cdot s)}$ 

4)噪声

噪声主要包括散粒噪声、暗电流噪声、转移噪声 和读出噪声等。暗电流已单独考虑。

散粒噪声是由于单位时间内产生的信号电荷数 目在平均值附近作微小波动引起。模拟过程有两点 考虑:CCD每个像元的量子效率有波动;单位时间 入射光子数是服从泊松分布的随机数。相当于考虑 了散粒噪声。

转移噪声是由于转移效率不为1引起,模拟中 将未被转移的电子留在原来的像元中,相当于考虑 了转移噪声。

读出噪声均方根值取为 $\delta_{read} = 10e^-$ 。

5)填充因子

采用无溢流沟道设计模式,则可以将填充因子

设置为1。

6) 量子效率与光谱响应

报

图 2 所示为背部入射 CCD 的典型量子效率曲 线<sup>[13]</sup>。



图 2 背部入射 CCD 的量子效率曲线

Fig. 2 Quantum efficiency curve of back-illuminated CCD 由图可知,光谱响应范围约为 300~1000 nm。

#### 3.3 模拟设置

相关物理量取为典型值[14,15]:

 $V_{\rm G} = 12 \text{ V}, V_{\rm FB} = 0.85 \text{ V}, d = 100 \text{ nm}, \epsilon_{\rm SiO_2} = 3.9\epsilon_0,$  $\epsilon_{\rm Si} = 11.9\epsilon_0, N_{\rm A} = 1 \times 10^{21}/\text{m}^3, \mu_n = 1350 \text{ cm}^2/(\text{V} \cdot \text{s}),$  $\mathbb{R} \text{ S} = 9.1 \ \mu\text{m} \times 9.1 \ \mu\text{m}_{\circ}$ 

由(5)式得到耗尽层宽度的理论值为  $z_d$  = 3.536×10<sup>-6</sup>m,由(7)式得到满阱电荷数的理论值 为  $N_{FWC}$ =154664e<sup>-</sup>。考虑到势阱厚度,模拟过程中 取势 阱 深 度 为 3.5×10<sup>-6</sup>m,满 阱 电 荷 数 为 100000e<sup>-</sup>。入射光波长为 430 nm 时, $\eta_{QE}$ =0.67, 穿透深度 $\lambda$ =0.385  $\mu$ m;波长为 565 nm 时, $\eta_{QE}$ = 0.81, $\lambda$ =1.724  $\mu$ m;波长为 700 nm 时, $\eta_{QE}$ =0.86,  $\lambda$ =5.0  $\mu$ m。表 1 为模拟过程中的参数设置,前文 未述的参数值引自文献[3,16~19]。

	衣」 1	哭 扒 以	.且.	
Table 1	Basic	simul	ation	setup

持わいた里

Parameters	Values or distributions of the parameters		
Time step $\Delta t/s$	$1 \times 10^{-10}$		
Electron diffusion coefficient $D_n/(\text{cm}^2/\text{s})$	35		
	Based on a Gaussian distribution with the mean of $\boldsymbol{0}$		
One-step increment	and the standard deviation of $\sqrt{2  imes D_{ ext{n}}  imes \Delta t}$		
Lifetime of carrier $/\mu s$	6.43		
Penetration depth of photon	Based on exponential distribution		
Incident photons	Based on Poisson distribution		
Size of pixel	13 $\mu$ m $ imes$ 13 $\mu$ m		
Size of well	9.1 $\mu$ m $\times$ 9.1 $\mu$ m $\times$ 3.5 $\mu$ m		
Full well capacity /e <sup>-</sup>	100000		
Size of area CCD	512 pixel $\times$ 512 pixel		
Size of TDI CCD	$48 \text{ nivel} \times 512 \text{ nivel}$		

模拟计算中,对光源进行如下设置:为了模拟点 光源,设置光源的横截面积为1 µm×1 µm。对于面 阵 CCD,光源保持静止;对于时间延迟积分(TDI) CCD,光源从第一行开始沿 y 轴正方向推扫。

#### 模拟结果与分析 4

0.12

0.10

#### 4.1 模拟结果

Point spread function (a.u.)

为了便于观察电子在 CCD 中的扩散过程,将每

(a)  $\eta_{\rm QE} = 0.86, \lambda = 5.0 \,\mu{\rm m}$ 

 $z_{\rm ff}=7~\mu{
m m}$ 

个像元细分为 $13 \times 13$ 个小格,每格为 $1 \, \mu m \times 1 \, \mu m$ , 考查每小格收集的电子。

图 3~图 5 给出面阵 CCD PSF 在 x 方向的边 缘分布,x,y方向的边缘分布是一样的。

图 6 给出模拟得到的 TDI CCD 的 PSF 在 x, y方向的边缘分布。

图 7 给出未分格的 48 级 TDI CCD 的 PSF 在 x,y方向的边缘分布。

simulative PSF

Gaussian fit

analytical PSF

(b)  $\eta_{\text{OE}} = 0.87, \lambda = 3.33$ 

 $z_{\rm ff}=9~\mu{\rm m}$ 

0.05



simulative PSF

Gaussian fit

analytical PSF

图 3 模拟 PSF、理论 PSF 和高斯拟合对比 Fig. 3 Comparison of simulative PSF, analytical PSF and Gaussian fit



图 4 不同波长入射光的模拟 PSF





图 5 不同自由层宽度的模拟 PSF

Fig. 5 Simulated PSF of different field-free regions

#### 4.2 分析与讨论

4.2.1 结果分析

1)图 3 表明,模拟得到的 PSF 和解析公式计算





Fig. 6 PSF of divided TDI CCD



## 图 7 TDI CCD 的 PSF

# Fig. 7 PSF of TDI CCD

得到的 PSF 能较好的吻合。PSF 和高斯拟合曲线 相比在尾部较高,与文献[20]中的结论是一致的。 2)由图4可知,入射光波长增长,扩散减弱。因

报

为波长越长,光子的穿透深度越深,产生的电子越接近中心像元(收集电子最多的像元)势阱而更易被吸附,降低了扩散到其他像元的概率。

3)由图 5 可知,自由层宽度加宽,扩散加剧。因为自由层宽度加宽会使产生的电子到中心像元势阱的扩散距离加长,减小了被中心像元吸附的概率,有 更多电子可以扩散到其他像元。

4)在 TDI CCD 中,在对中心像元进行扫描时, 必有一段时间出现中心像元和其扫描方向上的下一 个像元同时有光照的情况,故以中心像元为界,推扫 方向上的扩散比反推扫方向的扩散相对较剧烈,从 图 6 和图 7 中得到了验证。

4.2.2 CCD 的特性参数分析

1)响应度

响应度为单位光功率产生的信号量(定义方法 不唯一),在这里以 e<sup>-</sup>/W 作单位,以 700 nm 入射 光为例。根据所设模拟环境得到:曝光时间为 T= 4 ms时,入射光子数为 207082,中心像元满阱,所有 像元输出的总电子数为 157129,则响应度为

 $R_{
m ss} = rac{157129\,T}{207082h
u} = 1.0688 imes 10^{16}\,{
m e}^-\,/{
m W}$  ,

由(9)式可以得到理论响应度为

$$R_{\rm st} = \frac{\mathrm{d}Q_{\rm s}}{\mathrm{d}(\rho S_0)} \frac{1}{q} = \frac{T\eta(1-R_0)}{h\nu}.$$
 (25)

令  $R_{ss} = R_{st}$ ,可得  $R_0 = 0.1177$ 。硅表面对光子的反 射率通常在 0.3 以上,但是背部入射减薄 CCD 会在 背部加上增透膜,很大程度上降低对光子的反射率。 2)动态范围与线性度

设  $\delta_{noise}$  为等效噪声电荷,它包括暗电流等效噪 声  $\delta_{dark}$  和读出噪声  $\delta_{read}$ 。暗电流等效噪声为  $\delta_{dark} = \sqrt{i_{DC}t}$ 。根据前述参数设置得到动态范围:

$$f_{\rm DR} = \frac{N_{\rm FWC}}{\delta_{\rm noise}} = \frac{N_{\rm FWC}}{\sqrt{\delta_{\rm read}^2 + \delta_{\rm dark}^2}} = \frac{100000}{\sqrt{100 + 4.23t}},$$
(26)

 $f_{DR}$  是 t 的函数, 但 t 为毫秒级, 100  $\gg$  4.23t,则  $f_{DR} = 10000 : 1 \text{ of } f_{DR} = 20 \log 10000 = 80 \text{ dB}.$ 

中心像元的输出电荷随曝光量的变化如图 8 所 示。离散点为模拟值,连续直线为拟合直线。

在动态范围内,模拟值和拟合直线的均方误差为:565 nm 入射光 0.25%,700 nm 入射光 0.5%, 均小于 1%,可以认为输出信号和曝光量成线性, CCD 具有较好线性度。

3)分辨率

分辨率通常用调制传递函数 f<sub>MTF</sub> 来表征。调制



图 8 输出信号和曝光量的关系

Fig. 8 Relation between output and exposure 传递函数(MTF)为 PSF 的傅里叶变换的模量:

 $f_{\rm MTF}(f_x, f_y) =$ 

$$\left| \iint f_{\text{PSF}}(x,y) \exp\left[-i2\pi(f_x x + f_y y)\right] dx dy \right|, (27)$$

对于模拟得到的 PSF,可以用以下 Matlab 语句来获 取 MTF,以下求取子午 MTF(矢弧 MTF 类似):

子午线扩展函数,LSF*x*=sum(PSF);%

子午光学传递函数, OTFx = psf2otf(LSFx);%

将零频转移到中心,OTFx=fftshift(OTFx);%

OTF 取模得到 MTF, MTFx=abs(OTFx);%

图 9 为根据图 8 中 PSF 计算得到的 TDI CCD 的 MTF。



图 9 TDI CCD 调制传递函数 Fig. 9 MTF of TDI CCD

尼奎斯特(Nyquist)频率处的 MTF 是定量表示 CCD 空间分辨率性能的重要参数,可由图 9 直接获得:子午 MTF<sub>x</sub> 为 0.5655,矢弧 MTF<sub>y</sub> 为 0.3336。

# 5 结 论

对背部入射、部分耗尽、P-Si 衬底的减薄 CCD 器件进行物理建模,使用蒙特-卡罗方法模拟其工作 机制得到其 PSF。结果分析表明,模拟结果和解析 公式计算结果是相符的,因此模拟得到的 PSF 可直 接作相关应用,如图像处理、图像复原等。模拟分析 入射光波长和 CCD 自由层宽度对 PSF 的影响,由 模拟结果可知,CCD 自由层宽度越窄,获得的 PSF 越集中;长波更易获得较好的 PSF。用模拟计算的 方法还可以分析耗尽层深度、像元面积、填充因子等 对 PSF 的影响。并通过模拟结果分析了 CCD 的响 应度、线性度、MTF 等。

#### 参考文献

- 1 R. Widenhorn, A. Weber, M. M. Blouke *et al.*, PSF measurements on back-illuminated CCDs[J]. SPIE, 2003, 5017: 176~184
- 2 Guo Yalei, Fu Xiaofeng, Zou Huamin. Measurements of ooint spread function and noise response characteristics of MSC794-type CCD cameras[J]. J. Jinan University (Natural Science), 2006, 27(5): 693~698

郭亚嫘,付小峰,邹化民. MSC794 型 CCD 相机点扩展函数及噪 声响应特性的测量[J]. 暨南大学学报(自然科学版),2006, 27(5):693~698

- 3 J. P. Lavine, W. Chang, C. N. Anagnostopoulos *et al.*. Monte Carlo simulation of the photoelectron crosstalk in silicon imaging devices[J]. *Transactions on Electron Devices*, 1985, **32**(10): 2087~2091
- 4 Jiang Min, Hu Bingquan, Ma Qingli *et al.*. Study on point spread function of neutron pinhole imaging system simulation[J]. Acta Photonica Sinica, 2008, **37**(2): 310~313

蒋 敏,胡炳全,马庆力 等. 中子针孔成像点扩展函数模拟研究 [J]. 光子学报,2008,**37**(2):310~313

- 5 Ma Qingli, Tang Shibiao, Hu Bingquan *et al.*. Simulation on point spread function of a pinhole imaging system for 6 MeV neutrons[J]. *Nuclear Techniques*, 2008, **31**(1): 23~26 马庆力,唐世彪,胡炳全 等. 高能中子针孔成像系统的点扩展函 数的模拟研究[J]. 核技术, 2008, **31**(1): 23~26
- 6 C. Moglestue. Monte Carlo particle modeling of small semiconductor devices[J]. Camp. Meth. Appl. Mech. Engng., 1982, 30: 173~208
- 7 P. J. Price. Monte Carlo calculation of electron transport in solids[J]. Semicond. Semimer., 1979, 14: 249~308
- 8 C. N. Anagnostopoulos, E. T. Nelson, J. P. Lavine *et al.*. Latch-up and image crosstalk suppression by internal gettering

[J]. IEEE Trans. Electron Devices, 1984, **33**: 225~231

- 9 J. D. Jackson. Classical Electrodynamics [M]. 2<sup>nd</sup> ed. John Willey & Sons, New York, 1975, 133
- 10 J. B. Anderson. A random-walk simulation of the Schrödinger equation: H<sub>3</sub><sup>+</sup>[J]. J. Chem. Phys., 1975, 63: 1499~1503
- 11 J. B. Anderson. Quantum chemistry by random walk: Higher accuracy[J]. J. Chem. Phys., 1980, 73: 3897~3899
- 12 K. Dawson, C. Bebek, J. Emes *et al.*. Radiation tolerance of fully-depleted P-channel CCDs designed for the SNAP satellite [J]. *IEEE Transactions on Nuclear Science*, 2008, **55**(3): 1725~1735
- 13  $\rm http://www.\,ccd.\,com/ccd102.\,html$
- 14 Zeng Xiongwen, Lu Qisheng, Zhao Yijun et al.. The photoelectric characteristic research of CCD[J]. High Power Laser and Particle Beams, 1999, 11(1): 47~51 曾雄文,陆启生,赵伊君等. CCD的光电特性研究[J]. 强激光与 粒子束, 1999, 11(1): 47~51
- 15 T. S. Moss. Optical Properties of Semiconductors[M]. London: Butterworth, 1959, 145
- 16 J. P. Lavine, E. A. Trabka, B. C. Burkey *et al.*. Steady-state photocarrier collection in silicon imaging devices [J]. *IEEE Trans. Electron Devices*, 1983, **30**: 1123~1134
- 17 Ding Xiaohua, Li You, Yu Qifeng *et a.*. CCD noise calibration and its application in edge location[J]. Acta Optica Sinica, 2008, 28(1): 99~104
  丁晓华,李 由,于起峰 等. CCD 噪声标定及其在边缘定位中的

」皖平,子 田,丁起暉 寺. CCD 噪声标定及其在边缘定位中的 应用[J]. 光学学报, 2008, **28**(1): 99~104

- 18 He Weiji, Chen Qian, Qu Huiming *et al.*. Charge multiplication of CCD based on electrons multiplication[J]. Acta Optica Sinica, 2008, 28(6): 1161~1166
  何伟基,陈 钱,屈惠明 等. 电子倍增 CCD 的电荷倍增特性研究 [J]. 光学学报, 2008, 28(6): 1161~1166
- 19 Kang Juan, Feng Aiming, Xu Shiqing *et al.*. Analysis and application of ultra-high dynamic CCD characters for camera[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(s2): 262~265
  康 娟,冯爱明,徐时清 等. 相机用超高动态 CCD 特性分析及应 用[J]. 光学学报, 2008, **28**(s2): 262~265
- 20 D. E. Groom, P. H. Eberhard, S. E. Holland *et al.*. Pointspread function in depleted and partially depleted CCDs [R]. Proc. 4<sup>th</sup> ESO Workshop on Optical Detectors for Astronomy, 1999, 205~216