**文章编号:** 0253-2239(2010)09-2590-06

# 子波面扫描法长焦距透镜波面检测系统研究

李遥1 白剑1 邓燕2 许乔2 杨国光1

(1浙江大学现代光学仪器国家重点实验室,浙江杭州310027;2精密光学工程研究中心,四川成都610041)

**摘要** 大口径长焦距透镜的波面检测目前仍没有一种行之有效的方法。为解决此问题,结合塔尔博特效应、叠栅 条纹检测等现有技术手段,提出一种通过子孔径波面二维扫描对长焦距大口径透镜进行波面检测的新方案,并改 进传统测量光路,兼顾测量精度和工程化,完成测量样机的研制。该方案通过子孔径波面二维扫描的方法获取子 波面斜率,再通过以泽尼克多项式为基底模型、奇异值分解的模式法重构波面。经与WYKO激光干涉仪测量结果 比较验证,测量方案正确可靠,测量样机能够应用在实际测量中。

关键词 光学测量;塔尔博特效应;叠栅条纹;子波面斜率;泽尼克多项式;奇异值分解法
 中图分类号 TH741 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS20103009.2590

# Study on a Wavefront Detection System for Long-Focus Lens by Sub-Wavefront Scanning

Li Yao<sup>1</sup> Bai Jian<sup>1</sup> Deng Yan<sup>2</sup> Xu Qiao<sup>2</sup> Yang Guoguang<sup>1</sup>

<sup>1</sup> State Key Laboratory of Modern Optical Instrumentation, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China <sup>2</sup> Fine Optical Engineering Research Center, Chengdu, Sichuan 610041, China

**Abstract** Until now, no effective solution is proposed to detect the wavefront of a long-focus and large-diameter lens. To solve the problem, combining Talbot effect and Moiré fringe, a new method, which utilizes two-dimensional scanning to detect the sub-aper ture wavefront, is proposed. The optical path is improved and a prototype is established after considering both precision and complexity of engineering. In this method, the sub-wavefront slope is obtained by two-dimensional scanning. The wavefront is reconstructed by mode method based on Zernike polynomials and singular value decomposition method. Compared the experimental results with the measurements of WYKO laser interferometer, the method is validated and the precision of the prototype is acceptable in practical applications. **Key words** optical measurement; Talbot effect; Moiré fringe; sub-wavefront slope; Zernike polynomials; singular value decomposition method

1 引 言

焦距大于 10 m 的大口径长焦距透镜在大型高 功率激光系统中具有重要的作用,如国内惯性约束 核聚变(ICF)激光驱动器、美国国家点火装置(NIF) 等<sup>[1]</sup>。但目前仍没有一种行之有效的对其进行波面 检测的方法。数字波面干涉仪等常规波面检测手 段,受到场地、设备和识别技术的限制,难以对其进行测量<sup>[2]</sup>。为解决此问题,本文结合现有技术手段, 提出一种子波面扫描法对大口径长焦距透镜进行波 面检测的新方案;并兼顾测量精度、工程化和检测效 率等因素,改进光路,研制相关原理装置,完成测量 仪器的制作。

作者简介: 李 遥(1986—), 男, 硕士研究生, 主要从事光电测量检测和数字图像处理等方面的研究。

E-mail: liyao.zheda@foxmail.com

**导师简介:**白 剑(1967—),男,博士,教授,主要从事二元光学、微光学、光电检测和全景成像等方面的研究。 E-mail: bai@zju.edu.cn(中国光学学会会员号:3100250)

收稿日期: 2009-10-30; 收到修改稿日期: 2010-01-12

基金项目:国家自然科学基金(10576028)资助课题。

#### 2 波面斜率的获取

#### 2.1 叠栅条纹与塔尔博特效应

工程上应用的叠栅条纹<sup>[2]</sup>一般由两块等间隔排 列的直线族或曲线族重叠产生的,图 1(a)所示为两 直线族相重叠产生叠栅条纹的示意图。塔尔博特效 应<sup>[3]</sup>是一种自成像效应,指使用单色平面光照射一 个周期性的物体时,在物体后面周期距离(塔尔博特 距离)上将出现物体的像。实际应用中,如图 1(b)



所示,将光栅 G2 置于光栅 G1 的某一塔尔博特距离 上,G1 的塔尔博特像和 G2 重叠,将在毛玻璃上产 生叠栅条纹图像。此时如果在 G1 前或者 G1、G2 之间放置待测光学元件,载入待测的光学信息,叠栅 条纹将发生移动,这样就间接的获取待测光学信息。 现此类技术已广泛地应用于长度角度计量、长度角 度定位控制、运动比较仪、应变测量和相位测量等 领域<sup>[4]</sup>。



图 1 (a) 叠栅条纹产生示意图,(b) 塔尔博特效应结合叠栅条纹应用于测量的光路图



in measurement

#### 2.2 波面斜率获取原理

图 1(b)中,入射光束在垂直于光栅栅线方向微 小的转动就会引起叠栅条纹的移动,入射光束偏转 角度 α 和条纹移动数目 n 的关系<sup>[5]</sup>为

$$\sin \alpha = n \left[ \frac{(d_{\rm T} + R)p}{Rd_{\rm T}} \right], \tag{1}$$

式中 d<sub>T</sub> 为塔尔博特距离, p 为光栅周期, R 为球面 波的半径。一般情况下 d<sub>T</sub> ≪ R, (1)式化简为

$$\sin \alpha \approx n \left(\frac{p}{d_{\rm T}}\right). \tag{2}$$

在一次测量中, $d_{T}$ 和 p是固定值, cos  $\alpha \approx 1$ , 可以得到偏转角度和叠栅条纹移动量之间的关系:



为获取空间波面斜率,使用图 2(a)所示特殊结构的朗奇光栅。其包含左右两部分栅线,周期相同, 方向垂直。两块这样的光栅应用塔尔博特效应,左 右两部分将同时产生叠栅条纹。左侧垂直方向的栅 线,检测入射光线水平方向的偏转;右侧水平方向的 栅线,检测入射光线垂直方向的偏转。通过矢量合 成,即可获取空间波面斜率。

图 2(b)为实际测量中采集到的叠栅条纹。后 期计算并不直接使用采集到叠栅条纹图样,需先对 其进行中值滤波、阙值分割、腐蚀、细化等一系列数 字图像处理过程后,获取对比度更高、清晰度更好的 图样,再进行条纹计数,以确保精确性。



图 2 (a) 实验使用特殊的朗奇光栅结构图, (b) 实际测量得到的叠栅条纹图样

Fig. 2 (a) Structure of Ranchi grating used in the experiment, (b) Moiré fringe gotten in the actual sampling

#### 2.3 子孔径扫描和采样点的选取

图 1(b)所示的传统光路对大口径长焦距透镜 进行检测有其弊端。如难以获取完全覆盖全口径的 平行光束,且大面积的朗奇光栅难以加工且成本很 高。为解决此问题,提出子孔径波面扫描测量波面 斜率的方法:通过小口径的平行光束多次测量大口 径透镜的不同区域,获得平行光照射区域处的波面 斜率,即子区域的斜率值。最后经过波面重构算法 重构出整个波面。

由于平行光光束口径必然具有一定大小,透镜

边缘处光斑不能经过透镜产生叠栅条纹。因此最大 只能测量透镜直径减去光束直径大小口径的范围。 测量透镜口径越大,平行光束口径大小对测量的影 响越小。

兼顾泽尼克多项式在圆域上的对称性,采样点 采用径向等距离间隔、角向等角度间隔的分布方法。 如图 3(b)所示,角向分割为 11 份,径向分割成 6 份,采样点个数为 11×6=66 个。圆心 O 作为所有 采样点的参考点。

对于一次采样而言,起点一般需 x,y 两个方向



的移动才能到达终点。以图 3(b)中采样 D 点为例, 机械结构直接从采样中心 O 点到达 D 点,需要 x,y两个方向步进电机同步,精度难以控制。因此选取 临时点 T,T 点 x 坐标与 D 点相同, y 坐标与 O 点 相同。按照  $O \xrightarrow{a} T \xrightarrow{b} D$  的过程到达采样点 D, 再按照  $D \xrightarrow{c} T \xrightarrow{d} O$  返回。条纹移动的数目为 a,b 过程中条纹移动数目之和。返回过程 c,d 复核 a,b 过程是否条纹计数正确,增加采样数据的可 靠性。



图 3 (a) 子孔径扫描示意图, (b) 采样点位置分布

Fig. 3 (a) Schematic diagram of sub-aperture scanning, (b) distribution of sampling point location

#### 3 波面重构

波面斜率数据的处理方法一般有两种:区域 法<sup>[6]</sup>和模式法<sup>[7]</sup>。区域法基于待测区域内各点与四 邻的斜率数据建立差分方程组,求出区域内各网格 点的波面相位。模型法基于待求波面相位建立正交 函数系的解析模型,建立模式系列与波面测量的斜 率间的关系,代入斜率数据,求出模型的各项系数, 从而间接求出波面表达式。

采用模式法处理得到的斜率数据,使用泽尼克 多项式为基底模型。泽尼克多项式格式采用 R. Noll<sup>[8]</sup>在1976年提出的形式,光学设计软件 Zemax 中亦使用该形式。

N 阶 Zernike 多项式表示的波面展开式<sup>[9,10]</sup>可 表示为

$$\varphi(x,y) = \sum_{k=1}^{N} a_k z_k(x,y). \tag{4}$$

泽尼克多项式各阶模式与光学像差相对应,因 此在光学领域中具有广泛的应用。其中 a<sub>2</sub>,a<sub>3</sub> 为倾 斜项,去掉后将修正波面的偏斜;a<sub>4</sub> 为离焦项,一般 情况下可以近似代表一个标准球面,去掉后相当于 选择和标准球面比较得到的波面偏差。

(4)式中代入坐标点(x<sub>i</sub>, y<sub>i</sub>),得到其离散形式为

$$\varphi_j(x_j, y_j) = \sum_{k=1}^N a_k z_k(x_j, y_j), \qquad (5)$$

$$对 x, y 两个方向求偏导数:$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\partial z_k(x_i, y_i)}{\partial z_k(x_i, y_i)}$$

$$\begin{cases} g_x = \sum_{k=1}^{N} a_k \frac{\partial z_k (x_j, y_j)}{\partial x}, \\ g_y = \sum_{k=1}^{N} a_k \frac{\partial z_k (x_j, y_j)}{\partial y}. \end{cases}$$
(6)

设 z<sub>k</sub>(x<sub>j</sub>,y<sub>j</sub>)简写为 z<sub>kj</sub>,代表第 j 个采样点的 k 阶泽尼克表达式,J 为总采样点个数。将所有采样 点坐标代入(6)式,构建方程组如下:

$$\begin{cases} g_{x1} = a_1 \frac{\partial z_{11}}{\partial x} + a_2 \frac{\partial z_{21}}{\partial x} + \dots + a_N \frac{\partial z_{N1}}{\partial x}, \\ g_{y1} = a_1 \frac{\partial z_{11}}{\partial y} + a_2 \frac{\partial z_{21}}{\partial y} + \dots + a_N \frac{\partial z_{N1}}{\partial y}, \\ \dots \\ g_{xJ} = a_1 \frac{\partial z_{1J}}{\partial x} + a_2 \frac{\partial z_{2J}}{\partial x} + \dots + a_N \frac{\partial z_{NJ}}{\partial x}, \\ g_{yJ} = a_1 \frac{\partial z_{1J}}{\partial y} + a_2 \frac{\partial z_{2J}}{\partial y} + \dots + a_N \frac{\partial z_{NJ}}{\partial y}. \\ \end{bmatrix}$$
(7)

$$G = ZA, \qquad (8)$$

式中转化矩阵 Z'为  $N \times (2J)$ 矩阵,系数向量 A 为  $[a_1, a_2, a_3, \dots, a_N]^T$ ,波面斜率数据向量 G 为 $[g_{x1}, g_{y1}, g_{x2}, g_{y2}, \dots, g_{xJ}, g_{yJ}]^T$ 。

求解此矩阵方程有直接求逆法、高斯约当法、朱 列斯基法和奇异值分解(SVD)法等<sup>[11,12]</sup>。高斯约 当法使用消元的办法求解,朱列斯基法将系数矩阵 分解为上三角或者下三角后进行求解。一般而言, 直接求解法和 SVD 法的计算速度最快,这是因为两 者只需要做一次矩阵的乘法运算,而其中 SVD 算法 精度更高。

最终使用 SVD 法, 奇异值分解求出转换矩阵 Z的广义逆  $Z^+$ , 代入(8) 式得

$$\boldsymbol{A}^{+} = \boldsymbol{Z}^{+} \boldsymbol{G}, \qquad (9)$$

即可获得系数向量 A 广义逆,进而求得系数向量 A。

# 4 实验样机设计

子孔径扫描测量的方案在实际应用中具有新的

问题。如图 4(a)所示的常规光路进行子孔径扫描, 将待测透镜放置在平行光束产生部分与成像采集部 分之间,则两侧光学装置需同步移动。如果为保证 同步性只采用一套二维扫描导轨,则相应的机械机 构须很复杂;如果采用两套二维扫描导轨,将难以保 证扫描同步性,测量装置也必然庞大臃肿,不利于安 装和调试,难以保证测量精度。为了解决此问题,兼 顾测量精度、机械复杂程度等因素,改进测量光路结 构,采用了一面大的反射镜,将平行光束产生部分和 成像采集部分置于被测透镜的同一侧,如图 4(b)所 示。这样大大的降低了机械的复杂程度,亦保证了 同步性,有利于精确测量。



图 4 (a)常规测量机构和(b)改进后的测量机构结构示意图

Fig. 4 Schematic diagram of (a) conventional measurement mechanism and (b) improved measurement mechanism

### 5 实验结果

根据以上方案,搭建测量机构装置。图 5(a)是 测试机构实物图,光路部分放置于二维步进电机平 台上,由步进电机制动,对待测透镜进行扫描采样。 并在 Visual Studio 2005 环境下编写检测辅助程序。 使用 VC 和 Matlab 混合编程,可以直接在程序中调 用 Matlab 库函数显示重构的波面。图 5(b)是检测 辅助程序运行界面,正在进行数据采集。实验结果 均为该测量辅助程序给出。

为验证方案的正确性,选取 WYKO 激光干涉

仪仍能测量的较为小型的长焦距透镜进行比对。图 5(c)所示平凸透镜为待测原件,凸面半径为 5952 mm,直径为150 mm。由于实验中平行光束直 径为40 mm,只选取透镜中心100 mm直径进行测 量,选用半导体激光器光源波长为650 nm。根据算 法对重构波面波前复原误差<sup>[13]</sup>、拟合频域分析<sup>[14]</sup>和 复原精度评价<sup>[15]</sup>的研究,暂选用12 阶进行波面重 构。测量中,部分采样将透镜旋转后,以期波面测量 结果有同样的旋转,表1为测量数据结果。



图 5 (a)测量机构装置,(b)测试软件(采样运行中),(c) 待测透镜 Fig. 5 (a) Measuring mechanism, (b) testing software(at sampling), (c) lens to be tested

表 1 测量数据结果 Table 1 Results of the measurement								
		Sample 1	Sample 2	Sample 3	Sample 4	Sample 5		
Setting	Data number	128	128	100	121	121		
	Dived mode	$16 \times 8$	$16{ imes}8$	$10 \times 10$	11×11	$11 \times 11$		
	spin(clockwise)	0	0	0	90°	-90°		
Compared with spherical surface	$\mathbf{PV}$	$0.243  \lambda$	$0.253  \lambda$	$0.223 \lambda$	$0.293 \lambda$	$0.265\lambda$		
	d RMS	$0.055  \lambda$	$0.058\lambda$	$0.047\lambda$	$0.062  \lambda$	$0.062 \lambda$		
	l Wave front							
Compare with flat surface	PV	$175.229 \lambda$	$174.989\lambda$	$175.883\lambda$	$175.717 \lambda$	$175.064 \lambda$		
	$^{ m d}$ RMS	$50.437\lambda$	$50.354 \lambda$	$50.629\lambda$	$50.570\lambda$	$50.384\lambda$		
	Wave front			Principal Princi	Perma B			

注:表中 PV 为峰谷值, RMS 为均方根。

WYKO激光干涉仪测试结果如图 6 所示。其 光源为 He-Ne 激光器,波长为 632.8 nm,亦测量透 镜中心 100 mm 直径范围。

需要说明的是,两个测量光源波长不同,λ 代表 的光程差在 650 nm 情况下仅为 632.8 nm 的 1.027 倍,基本不影响比较。另外,实验中会转动、移动待 测透镜,WYKO实际测量的波面范围和装置所实际 测量的范围不能保证完全相同,部分测量数据对应 的实际测量范围也不能保证完全相同。因此 WYKO测试结果仅作为对提出测量方案正确性的 参照。表 2 为对测量结果的比较。



图 6 WYKO 激光干涉仪测量结果 Fig. 6 Experimental results of the WYKO laser interferometer

衣 4 测重堉禾比牧
化4 沉里汨不比权

	Compared with spherical surface		Compared with flat surface	
_	PV	RMS	PV	RMS
Average result of 5 samples	0.256 λ	0.057 λ	175.376 λ	50.475 λ
WYKO's result	0.280 λ	0.038 λ	too thick to measure	

由结果比较可看出,测量方案正确可靠,透镜发 生旋转,得到的结果亦发生改变。其精度误差主要 有来源于以下几个因素。叠栅条纹的灵敏度很高, 导轨与步进电机精度会对斜率测量产生较大影响。 现选用导轨分辨率为 3.9×10<sup>-4</sup> mm,更换精度更高 的导轨,可提高测量精度。采样点分布的选取方式、 子波面口径大小对测量精度也有影响。可期待当待 测透镜口径增大、采样点增多时,测量结果更为精确。另外,光路调节、环境的影响和重构的算法对精度的影响,也应考虑在内。

实验过程可以看出,WYKO激光干涉仪测量 时要将后反射球面镜球心与待测透镜后焦点重合。 以本文使用的待测透镜为例,其焦距为10~11 m, 这就意味着要将球面反射镜置于距离待测透镜 10 m外,十分不便。并且光路越长,干涉仪测量受 到环境的影响会越大,精度越低。口径更大或焦距 更长的透镜,干涉仪将根本无法进行测量。本文所 提出的方案很好地解决了此问题,测量透镜口径大 小只受到导轨大小的限制,光路简单,环境影响小。

## 6 结 论

为解决没有一种行之有效的大口径长焦距透镜 波面检测方法的现状,提出一种通过子孔径波面二 维扫描对其进行波面检测的新方案。兼顾测量精度 和工程化,改进测量光路,完成了测量样机的研制, 并应用在实际的大口径长焦距透镜波面像质评测当 中。但由于扫描过程比较耗时,所以无法用于实时 的波面测量。并且采样点个数相对较少,细节描述 较差。可期待进一步改善装置和算法,提高测量 精度。

#### 参考文献

1 Wang Ganchang. A brief review of the progress of laser inertial confinement fusion in recent years [J]. Chinese Journal of Nuclear Science and Engineering, 1997, 17(3): 266~269

王淦昌. 激光惯性约束核聚变(ICF)最新进展简述[J]. 核科学与工程, 1997, **17**(3): 266~269

2 Yang Guoguang. Modern Optical Measurement Technology[M]. Hangzhou: Zhejiang University Press, 1997

杨国光.现代光学测量技术[M].杭州:浙江大学出版 社,1997

3 Liao Jianghong, Gu Quwu. Diffraction self-imaging phenomenon of the grating in the optical system: General Talbot effect [J]. Acta Optica Sinica, 1985, 5 (4): 331~335

廖江红,顾去吾.光学系统中的光栅衍射自成像现象: 广义的泰伯效应[J].光学学报,1985,**5**(4):331~335

4 Zhou Renzhong, Yan Jixiang. Theory of Self-Adaptive Optics[M]. Beijing: Beijing University of Technology Press, 1996

周仁忠,阎吉祥. 自适应光学理论[M]. 北京:北京理工 大学出版社,1996

5 Hou Changlun, Xu Jianfeng, Bai Jian et al.. Subwavefront slope measurement based on Talbot effect moiré fringe technology [ J ]. Opto-Electronic Engineering, 2007, 34(11): 61~64

候昌伦,徐建峰,白 剑等.采用泰伯效应叠栅条纹的 子波面斜率测量[J].光电工程,2007,**34**(11):61~64

6 Sha Dingguo. Zonal wavefront reconstruction methods for the adaptive optics[J]. Journal of Beijing Institute of Technology, 1991, 11(4): 74~78 沙定国. 自适应光学波面相位重构的区域算法[J]. 北京 理工大学学报, 1991, **11**(4): 74~78

7 Yang Huafeng, Jiang Fuzong, Research of Zernike modal wavefront reconstruction of 19-element Hartmann-Shack wavefront sensor[J]. Laser Technology. 2005. 29(5): 484~487

杨华峰,姜福宗.对 Zernike 模式法重构 19 单元哈特曼 测量波前的研究[J].激光技术,2005,29(5):484~487

8 R. J. Noll. Zernike polynomials and atmospheric turbulence [J]. J. Opt. Soc. Am., 1976. 66 (3): 207~211

9 Duan Haifeng, Yang Zeping, Wang Shuqing *et al.*. Model wavefront reconstruction of Shack-Hartmann sensor on arbitrary area and wavefront expression by Zernike polynomials[J]. *Chinese J. Lasers*, 2002. **29**(6): 517~520 段海峰,杨泽平,王淑清等.夏克-哈特曼传感器任意形

状孔径波前的模式重构及 Zernike 多项式描述[J]. 中国 激光, 2002, **29**(6): 517~520

- Wei Xueye, Yu Xin. An optical wavefront sensing and reconstruction method based on Zernike polynomials[J]. *Acta Optica Sinica*, 1994, 14(7): 718~723
   魏学业,俞 信. 一种基于 Zernike 多项式的波前探测和 重构方法[J]. 光学学报, 1994, 14(7): 718~723
- 11 Yan Jingzhou, Lei Fan, Zhou Bifang *et al.*. Algorithms for wavefront fitting using Zernike polynomial[J]. *Optics and Precision Engineering*, 1999, 7(5): 119~128
  鄢静周, 雷 凡,周必方等.用Zernike 多项式进行波面 拟合的几种算法[J]. 光学精密工程, 1999, 7(5): 119~128
- 12 Yang Ping, Ao Mingwu, Liu Yuan *et al.*. Adaptive optics genetic algorithm based on Zernike mode coefficients [J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(3): 367~372
  杨 平, 敖明武, 刘 渊等. 基于泽尼克模式系数的自适应光学遗传算法[J]. 中国激光, 2008, **35**(3): 367~372
- 13 Li Xinyang, Jiang Hanwen. Zernike modal wavefront reconstruction error of Hartmann-Shack wavefront sensor [J]. Acta Optica Sinica, 2002, 22(10): 1236~1240 李新阳,姜文汉. 哈特曼-夏克传感器的泽尼克模式波前复原误差[J]. 光学学报, 2002, 22(10): 1236~1240
- 14 Liu Jianfeng, Long Funian, Zhang Wei *et al.*. Frequency domain analysis of surface figure fitting based on Zernike polynomials[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(8): 1062~1066
  刘建峰,龙夫年,张 伟等. 基于泽尼克多项式进行面 刑误差担合的短减分析[I] \* 常常报 2005, **25**(8).

型误差拟合的频域分析[J]. 光学学报, 2005, 25(8): 1062~1066

15 Mo Weidong. Error and precision evaluation of a system for inspecting surface of optical plane[J]. Acta Optica Sinica, 2003, 23(7): 879~883 莫卫东. 数字平面检测系统误差和精度评价方法的研究 [J]. 光学学报, 2003, 23(7): 879~883