

文章编号: 0253-2239(2010)09-2544-05

并行模拟退火算法优化衍射光学元件设计

邬 融¹ 赵东峰¹ 戴亚平²

(¹ 中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800
² 中国工程物理研究院上海激光等离子体研究所, 上海 201800)

摘要 模拟退火(SA)是解决复杂非线性优化问题的好工具,开发其并行性也成为近些年的研究热点和方向。针对衍射光学元件(DOE)的束匀滑应用,结合消息传递接口(MPI)并行编程方法,开发并实现了具有良好收敛效果和并行效率的 SA 算法。在 8 个中央处理器(CPU)的小型并行计算平台上进行了入射口径 310 mm、出射 20 阶超高斯 0.4 mm×0.8 mm 聚焦光斑的优化设计,使用不到原来 1/6 的时间就能获得比原串行算法更好的匀滑效果,从而验证了该并行 SA 算法的快速有效性。

关键词 傅里叶光学;模拟退火;光束整形;并行处理

中图分类号 O436.1 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS20103009.2544

Optimize Design of Diffractive Optics Elements by Parallel Simulated Annealing

Wu Rong¹ Zhao Dongfeng¹ Dai Yaping²

(¹ Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China)
(² Shanghai Institute of Laser Plasma, Chinese Academy of Engineering Physics, Shanghai 201800, China)

Abstract Simulated annealing (SA) is a good tool for solving complex nonlinear optimization problem. The development of its parallelism has become the study focus in recent years. An efficient and convergent parallel simulated annealing (PSA) combined with message passing interface (MPI) method is presented for the optimization of diffractive optics elements (DOE). Using an 8-CPU parallel computing platform, optimization designs are performed with incident caliber of 310 mm and 20-order super-Gaussian focal spot of 0.4 mm×0.8 mm. The results show that the smoothing effect with the PSA method can be better and the time-cost is less than 1/6 than those with serial SA method, which demonstrates the quickness and effectiveness of the PSA.

Key words Fourier optics; simulated annealing; beam shaping; parallel compute

1 引 言

衍射光学元件是一种通过调制光束相位来实现光学变换功能的相位型元件,具有易于微型化、阵列化和集成化的特点,已被广泛应用于激光波面校正、光束整形、激光分束器和激光材料加工等多方面。当前应用于光束整形的 DOE,包括:随机相位片(RPP)^[1]、全息相位片(KPP)^[2]、台阶相位片(DPP)^[3,4]和连续相位片(CPP)^[5,6]等。

通常,DOE 设计被看作逆衍射问题的求解,即由给定入射场和出射场求解透过率函数,也即常说

的相位恢复过程^[7]。现有设计方法主要分为两大类:1)基于线性双向变换的算法,如 G-S^[8],I-O^[9]等;2)基于搜索的优化方法,如模拟退火^[5,10]和基因(GA)^[11]等算法。1953 年 N. Metropolis 等提出了模拟固体退火过程的基本思想;1983 年 Kirkpatrick 等^[12]将其运用到寻求函数极值的问题当中。SA 的核心是与降温表相关的 Metropolis 选择准则,算法的关键是状态描述和随机邻域产生器;只有根据不同问题的特点进行相应配置,才能获得较好的优化结果。SA 处理过程中,邻域产生完全由前一状态

收稿日期: 2009-11-03; 收到修改稿日期: 2009-12-18

基金项目: 国家 863 计划资助课题。

作者简介: 邬 融(1981—),男,博士,助理研究员,主要从事衍射光学元件和高性能计算等方面的研究。

E-mail: wurong@mail.ustc.edu.cn

决定,本质上决定了它是一种串行优化过程。为提高 SA 的运行速度和优化效率,许多学者结合 GA 的并行性来改进 SA 算法,出现了多种针对具体问题的并行 SA 算法^[13~15]。

本文针对基于 KPP 和 DPP 结构的 DOE 设计,在模拟退火算法框架下,采用结合温度选择的随机邻域生成器和相关并行设计方法,开发实现了并行模拟退火算法(PSA)。后续优化结果表明,相比于单机串行 SA,PSA 具有速度快、优化效果好的特点,是可用

于 DOE 设计的一种有效的并行优化方法。

2 并行模拟退火算法

研究的 DOE 优化设计,采用类似的并行模型,在邻域扰动策略和并行方式上,针对 DOE 结构特点,做了部分关键性的改进。为便于后续阐述,先将 PSA 算法流程列出,如图 1 所示。

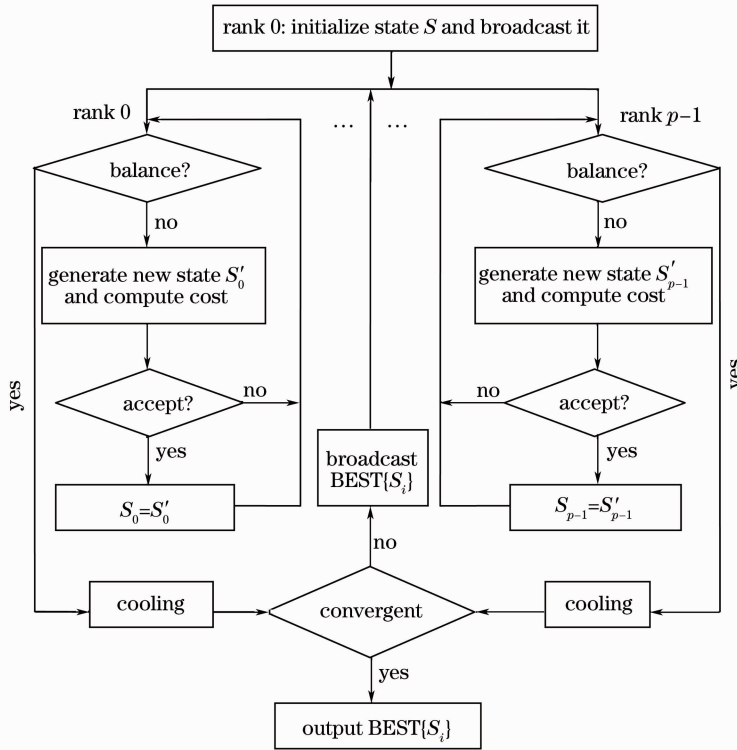


图 1 PSA 算法流程图示

Fig. 1 Flow chart of PSA algorithm

DOE 的计算矩阵记为 $N \times N$, 通常 $N \geq 1024$ 。依据不同结构,相位点取值有相应范围,例如,RPP 只取 0 和 π ,KPP 或 DPP 则是 m 等分 $[0, 2\pi]$ 区间, m 可为 4,8,16 和 32 等^[4,16],本文取 $m=16$ 。因此,DOE 设计又可视作超大规模的组合优化设计问题,获得较优解的关键是邻域产生器能尽量遍历整个解空间。

图 1 所示 PSA 算法流程中,设定计算节点数共 p 个,rank 标记为 0, 1, 2, ..., $p-1$,各节点的相位结构由状态 S 表示,流程可简述为

1) 根节点(rank 0)初始化相位结构(读入由 G-S 或 I-O 算得的相位结构,或者完全随机的相位结构),广播给其余的 $p-1$ 个节点。

2) 所有节点在当前温度下进行退火优化(称为

内循环),直到抽样稳定达到最大内循环次数,进行退温操作。

3) 群集通信自所有进程收集各节点的状态 S_i ,使用 BEST(最优)算子操作比较得到最小费用,若达到收敛条件则算法终止输出该最优解;否则,广播最小费用对应的最优状态。

文献[5,10]报道的 SA 是在任意温度下内循环遍历所有点,即每次迭代对一个点做随机邻域扰动,再判定是否接收。但是对于 DOE 设计来说,单点扰动方式不仅速度无法忍受,而且对解空间的遍历并不充分,容易过早收敛。本文提出一种较好的随机邻域产生器:

$$\begin{cases} f_{\text{num}} = \max\{1, f_{\text{round}}(T \cdot N^2/L)\}, \\ f_{\text{val}} = f_{\text{random_int}}(0, m-1) \cdot (2\pi)/m, \end{cases} \quad (1)$$

式中 f_{num} 为所需改变相位点的数目, L 为与初温相关的常量, T 为温度, $f_{\text{round}}()$ 为取最靠近的整数, f_{val} 为相位随机值, $f_{\text{random_int}}(x, y)$ 表示随机一个 $[x, y]$ 区间的整数。(1)式的优点是将温度与调整点数联系在一起, 可视之为对解空间的子集遍历, 是一种更有效遍历组合解空间的方式, 随着温度降低, 子集大小也随之减小。另一优点是无需单点遍历整个矩阵, 一般内循环次数置为 $[N, N \lg N]$ 即可, 不影响优化效率的前提下, 大幅缩短了计算时间。

常见的并行 SA 算法都引入了 GA 算法的多种群思想, 但是由于 DOE 设计的问题规模过大, 多种群优势几乎体现不出来。选用同一样本作为初态, 利用多处理器的优势充分遍历解空间, 提高优化效果。图 1 的 PSA 流程中, 一个重要的并行技巧是, 每次退温后的群集通信, 收集的是最优费用函数值和对应的计算节点, 而不是所有 p 个状态, 降低了存储需求和通信量; 其后, 只需由最优费用函数值对应的节点广播其状态即可。

焦面均匀照明的光束整形应用中, 费用函数的设计采用常见的三个评价光斑质量的指标, 峰谷比 $V_{\text{PV}} = (I_{\text{max}} - I_{\text{min}})_{\text{top}} / (I_{\text{max}} + I_{\text{min}})$, 均方根 $V_{\text{RMS}} =$

$$\sqrt{\frac{1}{n_{\text{top}}} \cdot \sum (I - \bar{I})^2 / \bar{I}^2} \text{ 和衍射效率 } V_{\text{DE}} = \frac{\sum I}{\sum I_{\text{total}}}$$

定义费用函数 f_{cost} 为

$$f_{\text{cost}} = (A \cdot V_{\text{PV}})^\alpha + (B \cdot V_{\text{RMS}})^\beta + (C \cdot V_{\text{DE}})^\gamma, \quad (2)$$

式中 A, B, C 为常系数, α, β, γ 为常指数, 它们的选取依据是, 侧重某一指标就设置相应的两个常量较大。

通常, PSA 的并行时间效率由加速比描述:

$$\varepsilon(n, p) = t_1 / t_p, \quad (3)$$

式中 n 为问题规模, t 为计算时间, p 为理论极限加速比。计算费用函数时用到了快速傅里叶变换, 令内循环总次数为 K , 温度表数目为 n_T , 并假定单位通信时间等于单位计算时间, 有

$$\begin{aligned} t_1 &= n_T \cdot K \cdot N^2 \cdot \lg N, \\ t_p &= N^2 \cdot \lg p + n_T \cdot p \cdot N^2 \lg p + \\ &\quad (n_T \cdot K \cdot N^2 \cdot \lg N) / p, \end{aligned} \quad (4)$$

式中 t_p 的第一项为 rank 0 分配初始态的通信时间, 第二项为退温后的群集通信和广播时间, 第三项为并行代码总时间。因而, 加速比为

$$\varepsilon(N^2, p) = t_1 / t_p = \frac{n_T \cdot K \cdot \lg N}{(1 + n_T p) \lg p + n_T \cdot K \cdot (\lg N) / p}. \quad (5)$$

3 优化设计实例

一个简单的优化设计实例是将超高斯分布的圆形光束整形为均匀分布的矩形光斑。透镜焦距为 1575 mm, 入射光口径为 310 mm, 波长为 0.532 μm , 近场强度分布为超高斯型:

$$I_{\text{in}}(x, y) = \exp\left[-\frac{(x^2 + y^2)^n}{\omega_0^2}\right], \quad (6)$$

式中常数 $\omega_0 = 155$ mm 为束腰半径, $n = 8$ 为超高斯阶数。远场目标为 0.4 mm \times 0.8 mm 的矩形光斑, 其强度分布为 20 阶超高斯, 如下式所示:

$$I_{\text{out}}(x, y) = \exp\{-[(x^2/0.4^2)^{20} + (y^2/0.8^2)^{20}]\}, \quad (7)$$

采样点 $N = 1024$, 初态读取 I-O 算法得到的相位结构, (2)式 f_{cost} 系数置为 $A = 10, \alpha = 3, B = 15, \beta = 2, C = 25, \gamma = 1$ (α 相对较大, 表明侧重优化 PV 指标)。初温 T_0 和常量 L 配置使得初始 f_{num} 值为 64 左右, 退温操作选用 $T^{i+1} = \sigma T^i$, 各计算节点 $\sigma \in [0.85, 0.88]$, 只需确保最后几个温度 $f_{\text{num}} = 1$ 即可。

为便于显示 PSA 的优化速度和效果, 在相同平台上执行 PSA 和串行 SA 算法。该计算平台配置为: 两台四核 PowerPC G5 的苹果机器通过 100 M 网线直连, 单个 CPU 频率为 2.5 GHz, 内存 DDR2 总共 7 GB, 操作系统为 Mac OS X 10.4.11, 编译器 GCC 4.0.1, 并行软件环境 OpenMPI 1.2.4。

依据上述参数条件, 在不同的温度数目和内循环次数下, 分别执行多次 PSA 和串行 SA, 选取较好结果, 如表 1 和表 2 所示。

表 1 PSA 优化参数和结果

Table 1 PSA optimization parameters and results

n_T	T_0	L	K/p	$V_{\text{PV}}/\%$	$V_{\text{RMS}}/\%$	$V_{\text{DE}}/\%$	t_p
30	2.5	40960	1000	30.48	10.04	83.31	03h47m12s
30	2.5	40960	1800	30.09	9.91	83.60	06h51m47s
35	2.8	45875	1000	29.87	9.78	83.68	04h32m25s
35	2.8	45875	1800	29.70	9.70	83.86	08h14m05s
40	3.0	49152	1000	29.65	9.69	83.84	06h05m38s
40	3.0	49152	1800	29.56	9.64	84.01	09h30m52s

表 2 串行 SA 优化参数和结果

Table 2 Serial SA optimization parameters and results

n_T	T_0	L	K	$V_{PV}/\%$	$V_{RMS}/\%$	$V_{DE}/\%$	t_1
30	2.5	40960	8000	34.95	10.64	82.94	22h51m46s
30	2.5	40960	14400	34.70	10.54	83.17	42h20m37s
35	2.8	45875	8000	34.57	10.49	83.22	27h58m06s
35	2.8	45875	14400	34.49	10.47	83.16	51h38m41s
40	3.0	49152	8000	34.43	10.33	83.15	37h57m24s
40	3.0	49152	14400	34.39	10.35	83.09	60h24m19s

两表对比可见,PSA 算法的三个指标均有提高, V_{PV} 尤为明显。此外,随着温度数目 n_T 和内循环数 K 的增加,串行 SA 算法的指标出现钝化, V_{RMS} 和 V_{DE} 甚至可能会变差;PSA 算法则随着迭代次数增加,指标一直缓慢收敛,表明 PSA 第 3) 步群集通信选取更优解的处理,一定程度上避免了陷入局部最优。

另一方面,PSA 的计算时间相比串行 SA 大幅缩短。理论上,由(5)式可算得加速比约为 7.85,接近极限加速比 8。根据两表所示实测时间,得到各优化计算的加速比如图 2 所示。

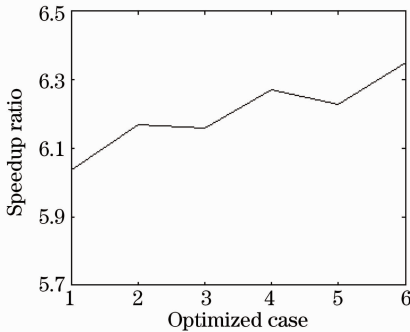


图 2 各套参数对应的加速比

Fig. 2 Speedup ratios of the optimized cases

可见,由于系统开销和通信耗费,两表所列实际加速比约为 6.03~6.35,相比理论值 7.85 稍有差距;不过,随优化时间的增长,加速比也逐渐变大。总之,在仅 8 个 CPU 的小型并行计算平台上,PSA 将串行 SA 优化所需 2~3 天时间,降为不到半天,时间节省是可观的。

4 结 论

在经典模拟退火算法的框架下,开发了适合于 DOE 设计的 PSA 算法,优化结果显示了它的快速和有效性,具有较高的性价比。对于其它高维组合优化问题,PSA 算法的改进之处也具有较好的实用价值。

致谢 本文延续了博士阶段的部分工作,感谢中国科学技术大学物理系李永平教授的悉心指导以及提供计算平台的帮助。

参 考 文 献

- 1 Y. Kato, K. Mima, N. Miyanaga *et al.*. Random phasing of high-power lasers for uniform target acceleration and plasma-instability suppression [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1984, **53**(11): 1057~1060
- 2 S. N. Dixit, J. K. Lawson, K. R. Manes *et al.*. Kinoform phase plates for focal plane irradiance profile control [J]. *Opt. Lett.*, 1994, **19**(6): 417~419
- 3 R. Epstein, S. Skupsky. Anticipated improvement in laser beam uniformity using distributed phase plates with quasirandom patterns [J]. *J. Appl. Phys.*, 1990, **68**(3): 924~931
- 4 Liu Qiang, Wu Rong, Zhang Xiaobo *et al.*. Technical optimization of multi-level diffractive optical elements [J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(8): 1165~1168
刘 强, 邬 融, 张晓波等. 多台阶衍射光学元件的工艺优化 [J]. *中国激光*, 2008, **35**(8): 1165~1168
- 5 Y. Lin, T. J. Kessler. Design of continuous surface-relief phase plates by surface-based simulated annealing to achieve control of focal-plane irradiance [J]. *Opt. Lett.*, 1996, **21**(20): 1703~1705
- 6 John A. Marozas. Fourier transform-based continuous phase-plate design technique; a high-pass phase-plate design as an application for OMEGA and the national ignition facility [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2007, **24**(1): 74~83
- 7 Lin Yong, Hu Jiasheng, Wu Kenan. Algorithm for the design of diffractive optical elements for laser beam shaping [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(9): 1682~1686
林 勇, 胡家升, 吴克难. 一种用于光束整形的衍射光学元件设计算法 [J]. *光学学报*, 2007, **27**(9): 1682~1686
- 8 R. W. Gerchberg, W. O. Saxton. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plane pictures [J]. *Optik*, 1972, **35**(2): 237~246
- 9 J. R. Fienup. Iterative method applied to image reconstruction and to computer-generated holograms [J]. *Opt. Eng.*, 1980, **19**(3): 297~305
- 10 M. Meister, R. J. Winfield. Novel approaches to direct search algorithms for the design of diffractive optical elements [J]. *Opt. Commun.*, 2002, **203**(1): 39~49
- 11 A. P. Bennett, J. L. Shapiro. Analysis of genetic algorithms using statistical mechanics [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1994, **72**(9): 1305
- 12 S. Kirkpatrick, C. D. Gelatt, M. P. Vecchi. Optimization by simulated annealing [J]. *Science*, 1983, **220**(4598): 671~680
- 13 D. J. Ram, T. H. Sreenivas, K. G. Subramaniam. Parallel simulated annealing algorithms [J]. *J. Parallel and Distributed*

- Computing*, 1996, **37**(2): 207~212
- 14 Kingwai Chu, Yuefan Deng, John Reinitz. Parallel simulated annealing by mixing of states [J]. *J. Computational Physics*, 1999, **148**(2): 646~662
- 15 Li Shuyou, Du Zhihui, Wu Mengyue *et al.*. Parallel realization of simulated annealing algorithm; modifications and applications [J]. *Acta Physics Sinica*, 2001, **50**(7): 1260~1263
李树有, 都志辉, 吴梦月 等. 模拟退火算法的并行实现及其应用 [J]. *物理学报*, 2001, **50**(7): 1260~1263
- 16 Zhang Yan, Zhang Jingjuan, Situ Guohai. Investigation on diffractive optical elements for converting Gaussian beam into square uniform focused spot [J]. *Chinese J. Lasers*, 2004, **31**(10): 1183~1187
张 艳, 张静娟, 司徒国海. 高斯光束变换成方形均匀焦斑的衍射光学元件的研究[J]. *中国激光*, 2004, **31**(10): 1183~1187