

文章编号: 0253-2239(2010)09-2536-05

# 一种通用白光 LED 数学发光模型研究

丁德强 柯熙政

(西安理工大学自动化学院, 陕西 西安 710048)

**摘要** 白光 LED 发光模型是室内可见光通信系统设计与分析的重要基础。在对白光 LED 的光子出射机理进行分析和分类的基础上,提出了一种通用白光 LED 的数学发光模型。该模型以朗伯模式为基础,叠加不同分量的高斯模式,白光 LED 的结构和材质参数决定了模式的数量、权重和方向性。通过基于高斯-牛顿迭代的非线性回归估计算法,估算出各种类型白光 LED 发光模型的具体参数。仿真结果表明:该数学发光模型便于计算,适用于不同厂商生产的商用白光 LED,模型数值与厂商数值之间相似度系数均大于 95%,具有较高的准确性。

**关键词** 室内可见光通信;白光 LED;通用数学发光模型;非线性回归估计

**中图分类号** TN929, TN312 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20103009.2536

## Research on Generalized Mathematic Radiation Model for White LED

Ding Deqiang Ke Xizheng

(Automation and Information Engineering School, Xi'an University of Technology, Xi'an, Shaanxi 710048, China)

**Abstract** The white LED radiation model is an important foundation for the design and analysis of indoor visible light communications. Based on the research of the mechanism of photon radiation for white LED, a generalized white LED mathematic radiation model is proposed, which is composed of Lambert pattern and Gauss pattern. And the quantities, weights and directions of patterns are determined by the structure and material of white LED. Using nonlinear regression estimation based on Gauss-Newton iterative algorithm, the parameters of model matching with all kinds of white LEDs are estimated. Simulation results show that this mathematic model suitable to commercial white LEDs from different manufacturers is easy to calculate, and that all the coefficients of similarity between values of model and those of LED manufacturers are larger than 95%, and that the mathematic radiation model has a high accuracy.

**Key words** indoor visible light communications; white LED; generalized mathematic radiation model; nonlinear regression

## 1 引 言

大功率白光 LED 具有功耗低、使用寿命长、尺寸小、绿色环保等优点,被视为第四代节能环保型的照明产品<sup>[1~4]</sup>。白光 LED 的另外一个突出优点是响应灵敏度高,可以用作室内无线光通信系统的光源<sup>[5,6]</sup>。为对室内光强度的分布进行估计,优化 LED 数目、光源布局等系统参数<sup>[7,8]</sup>,需要建立准确的白光 LED 发光模型。此外,LED 发光模型在信道估计、信道模型建立等方面都具有重要意义<sup>[9]</sup>。

目前,白光 LED 的发光模式主要有朗伯(Lambert)、蝠翼(Batwing)和边发光(side emitting)3种<sup>[10]</sup>。基于这3种模式的LED发光模型主要有光线追迹模型<sup>[11]</sup>和数学模型<sup>[12,13]</sup>。光线追迹模型较为精准,但运算量大,不利于对系统的快速估计和优化。相对于光线追迹模型,数学模型具有更明显的优势,不仅运算速度快,且计算结果与实际情况也较为接近。Ivan-Moreno等<sup>[13]</sup>提出的LED数学模型中,给出了两类数学模型,一类是基于高斯函数的数学模型,一类是基

收稿日期: 2009-12-17; 收到修改稿日期: 2010-01-22

基金项目: 国家自然科学基金(60977054)、国防重点实验室基金(9140C3601010901)和西安理工大学优秀博士论文基金资助课题。

作者简介: 丁德强(1978—),男,博士研究生,主要从事光无线通信方面的研究。E-mail: dingdeqiang@126.com

导师简介: 柯熙政(1962—),男,教授,博士生导师,主要从事光无线通信与导航等方面的研究。E-mail: xzke@263.net

于余弦函数的数学模型,这两种类型无法统一,不便于选择,所以限制了应用范围。本文对白光 LED 的光子出射机理进行了分析和分类,提出了一种通用白光 LED 的数学发光模型,采用非线性回归算法进行模型参数的估计,得到了与商用白光 LED 发光模式相匹配的数学模型。

## 2 白光 LED 的光子出射机理

如图 1 所示为大功率白光 LED 光子出射示意图。白光 LED 芯片本身是一个朗伯光源,向四周自发辐射光子。产生的光子,一部分由于材料吸收、内部全反射等因素无法透射出 LED,另一部分光子通过多次反射和折射,从硅树脂密封层和透镜透射出 LED。以芯片的中心为原点,不同方向透射出的光子数也是不同的,使得不同方向的光强度有所不同。LED 发光模式即是用来描述 LED 不同方向的光强度分布。

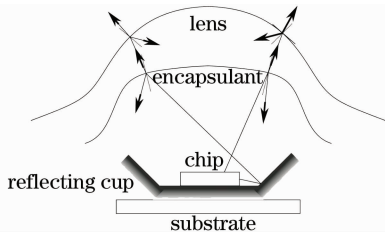


图 1 白光 LED 光子出射示意图

Fig. 1 Propagation of photon radiation from white LED

芯片发出的光在出射出 LED 前,经过了不同的材料和不同类型的表面,改变了最初的发光模式。根据光子出射的路径,可以将出射光分成两部分:直接从密封层和透镜折射出的光,经过密封层、透镜或反射杯表面多次反射后折射出的光。最终发光模式受反射杯、密封层、透镜的材料和几何特征的影响。反射杯粗糙表面的漫反射光和经过密封层和透镜的漫折射光的发光模式可以认为是余弦函数或高斯函数的线性叠加<sup>[14,15]</sup>。综合影响发光模式的各种因素,决定最终发光模式的参数主要是发光芯片参数、反射杯、密封层和透镜参数。

## 3 通用白光 LED 的数学模型

文献[12]为 LED 发光强度分布建立了两类数学模型,其中高斯类发光模型表示为<sup>[12]</sup>

$$I(\theta) = \sum_i g_{1i} \exp \left[ -\ln 2 \left( \frac{|\theta| - g_{2i}}{g_{3i}} \right)^2 \right], \quad (1)$$

余弦类发光模型表示为<sup>[12]</sup>

$$I(\theta) = \sum_i c_{1i} \cos(|\theta| - c_{2i})^{g_{3i}}, \quad (2)$$

式中  $I(\theta)$  为发光强度分布函数,  $\theta$  为光发射方向极角,  $g_{1i}, g_{2i}, g_{3i}$  分别为高斯光模式参数,  $c_{1i}, c_{2i}, c_{3i}$  分别为余弦光模式参数,  $i$  表示模式序号。这两类数学发光模型可以较好地描述各类 LED 的发光强度分布,但需对不同的 LED 选择合适的数学模型,无法建立一种统一的数学模型,不利于模型的快速建立与应用。

为建立易于快速运算的通用白光 LED 数学发光模型,提出一种以朗伯模式为基础,线性叠加不同分量高斯模式的发光模型。发光芯片参数决定了模型中朗伯分量和朗伯模式的方向性。反射杯、密封层和透镜参数决定了发光模式中的高斯分量和高斯模式的方向性。设 LED 的发光模式是旋转对称的,则通用的白光 LED 数学发光模型可表示为

$$I(\theta) = \eta_0 \frac{(m+1)}{2\pi} \cos(m\theta) + \sum_i^K \left\{ \eta_i \times \frac{1}{\sqrt{2\pi\omega_i}} \left[ \exp \left( -\frac{(\theta - \phi_i)^2}{2\omega_i^2} \right) + \exp \left( -\frac{(\theta + \phi_i)^2}{2\omega_i^2} \right) \right] \right\}, \quad (3)$$

式中  $m$  为朗伯模式方向性指数,  $m$  值与芯片表面的粗糙度有关,  $\eta_i$  为高斯模式权重系数,  $\eta_0$  为朗伯传递函数,且  $\sum_i^K \eta_i = 1$ ,  $K$  为高斯模式分量的数量,  $\omega_i$  为高斯模式光的光斑半径,  $\phi_i$  为高斯模式光中心位置偏移角,密封层、透镜和反射杯对发光模式的影响程度决定了  $\eta_i, \omega_i$  和  $\phi_i$  的值。

设 LED 总的发光功率为  $P_{TX}$ , 则高亮度白光 LED 的实际发光强度分布函数为

$$I_A(\theta) = \left[ \frac{P_{TX}}{\int_{FOV} I(\theta) d\Omega} \right] I(\theta), \quad (4)$$

式中  $\int_{FOV} I(\theta) d\Omega$  表示在视场角 (FOV) 内的立体角积分总和。

令  $P_0 = P_{TX} / \int_{FOV} I(\theta) d\Omega$ , 建立如图 2 所示笛卡尔坐标系,根据(3)式,可以得到笛卡尔坐标系下 LED 的近场发光强度分布密度函数为

$$I(x, y, z) = P_0 \eta_0 \frac{(m+1)}{2\pi} \left( \frac{z^2}{x^2 + y^2 + z^2} \right)^{m/2} + P_0 \sum_i^K \eta_i \frac{1}{\sqrt{2\pi\omega_i}} \Phi_i(x, y, z), \quad (5)$$

式中

$$\Phi_i(x, y, z) = \exp\left\{-\frac{\left[\arctan\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z}\right) - \phi_i\right]^2}{2\omega_i^2}\right\} + \exp\left\{-\frac{\left[\arctan\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{z}\right) + \phi_i\right]^2}{2\omega_i^2}\right\}.$$

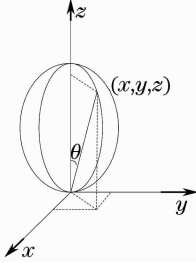


图 2 白光 LED 强度分布坐标示意图

Fig. 2 Coordinate of radiation intensity distribution of white LED

## 4 模型参数的非线性回归估计

利用生产厂商提供的实际 LED 发光模式数据, 通过非线性回归估计算法, 估计出具体 LED 的发光模式参数, 即可确定具体的发光模型。

### 4.1 非线性回归估计算法

高亮度白光 LED 归一化强度分布密度函数的非线性回归模型可表示为

$$\mathbf{Y} = f(\mathbf{I}, \boldsymbol{\beta}) + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (6)$$

式中  $\mathbf{I} = (I_1, \dots, I_n)^T$  为  $n$  个可观察的独立随机变量,  $\boldsymbol{\beta} = (m, \eta_0, \dots, \eta_K, \omega_1, \dots, \omega_K, \phi_1, \dots, \phi_K)$  是待估的参数向量,  $\mathbf{Y} = (Y_1, \dots, Y_n)^T$  是  $n$  个独立观察变量, 它的平均数依赖于  $\mathbf{I}$  与  $\boldsymbol{\beta}$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon} = (\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n)^T$  包含  $n$  个随机误差, 均值  $E(\boldsymbol{\varepsilon}) = 0$ , 方差  $V(\boldsymbol{\varepsilon}) = \sigma^2 \boldsymbol{\Psi}_n$ ,  $\boldsymbol{\Psi}_n$  为  $n$  个随机误差变量的方差的扰动值,  $f(\cdot)$  为已知的 LED 强度分布函数。

采用基于高斯-牛顿迭代的最小二乘法求解(6)式给出的非线性回归模型, 即求  $\mathbf{Y}$  向量与集合  $f(\mathbf{I}, \boldsymbol{\beta})$  的最短距离

$$\|\mathbf{Y} - f(\mathbf{I}, \boldsymbol{\beta})\| \xrightarrow{\boldsymbol{\beta}} \min, \quad (7)$$

定义残差平方和为

$$\mathbf{S}(\boldsymbol{\beta}) = \boldsymbol{\varepsilon}^T \boldsymbol{\varepsilon} = [\mathbf{Y} - f(\mathbf{I}, \boldsymbol{\beta})]^T [\mathbf{Y} - f(\mathbf{I}, \boldsymbol{\beta})], \quad (8)$$

(8)式取极小值的一阶条件为

$$\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \boldsymbol{\beta}} = -2 \left[ \frac{\partial f(\mathbf{I}, \boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}} \right]^T [\mathbf{Y} - f(\mathbf{I}, \boldsymbol{\beta})] = 0, \quad (9)$$

式中  $\left[ \frac{\partial f}{\partial \boldsymbol{\beta}} \right]^T$  是一个  $(l \times n)$  的矩阵。记  $(n \times l)$  矩阵为

$$\mathbf{Z}(\boldsymbol{\beta}) = \frac{\partial f(\mathbf{I}, \boldsymbol{\beta})}{\partial \boldsymbol{\beta}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f(I_1, \boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_1} & \dots & \frac{\partial f(I_1, \boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_l} \\ \dots & \ddots & \dots \\ \frac{\partial f(I_n, \boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_1} & \dots & \frac{\partial f(I_n, \boldsymbol{\beta})}{\partial \beta_l} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

(9)式变为

$$[\mathbf{Z}(\boldsymbol{\beta})]^T [\mathbf{Y} - f(\mathbf{I}, \boldsymbol{\beta})] = 0. \quad (11)$$

根据高斯-牛顿算法, 对多元函数  $f(\mathbf{I}, \boldsymbol{\beta})$  在迭代初值  $\boldsymbol{\beta}_1$  附近作多元泰勒展开

$$f(\mathbf{I}, \boldsymbol{\beta}) \approx f(\mathbf{I}, \boldsymbol{\beta}_1) + \mathbf{Z}(\boldsymbol{\beta}_1)(\boldsymbol{\beta} - \boldsymbol{\beta}_1), \quad (12)$$

则非线性模型就线性化为

$$\mathbf{Y}(\boldsymbol{\beta}_1) = \mathbf{Z}(\boldsymbol{\beta}_1)\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad (13)$$

则非线性回归模型的一般的迭代形式为

$$\boldsymbol{\beta}_{n+1} = \boldsymbol{\beta}_n + [\mathbf{Z}(\boldsymbol{\beta}_n)^T \mathbf{Z}(\boldsymbol{\beta}_n)]^{-1} \mathbf{Z}(\boldsymbol{\beta}_n)^T [\mathbf{Y} - f(\mathbf{I}, \boldsymbol{\beta}_n)]. \quad (14)$$

当  $\boldsymbol{\beta}_{n+1} = \boldsymbol{\beta}$  时, 那么

$$\mathbf{Z}(\boldsymbol{\beta}_n)^T [\mathbf{Y} - f(\mathbf{I}, \boldsymbol{\beta}_n)] = 0. \quad (15)$$

即  $\frac{\partial \mathbf{S}}{\partial \boldsymbol{\beta}} = 0$ , 此时  $\mathbf{S}(\boldsymbol{\beta})$  取得一个极小值。

为了避免迭代时间过长或迭代来回反复, 可以引进步长控制函数  $t_n$

$$\boldsymbol{\beta}_{n+1} = \boldsymbol{\beta}_n + 2t_n [\mathbf{Z}(\boldsymbol{\beta}_n)^T \mathbf{Z}(\boldsymbol{\beta}_n)]^{-1} \mathbf{Z}(\boldsymbol{\beta}_n)^T [\mathbf{Y} - f(\mathbf{I}, \boldsymbol{\beta}_n)], \quad (16)$$

$t_n$  由计算程序根据误差自动调整。

### 4.2 非线性回归模型准确性

回归模型的准确性可以采用归一化互相关(NCC)系数  $\phi_{\text{NCC}}$  进行分析<sup>[16,17]</sup>。归一化互相关系数可以描述模型数值与厂商数值之间相似度, 可以表示为

$$\phi_{\text{NCC}} = \frac{\sum_n^N [I_M(\theta_n) - \overline{I_M}][I_D(\theta_n) - \overline{I_D}]}{\sqrt{\sum_n^N [I_M(\theta_n) - \overline{I_M}]^2 \sum_n^N [I_D(\theta_n) - \overline{I_D}]^2}}, \quad (17)$$

式中  $\overline{I_M}$  和  $\overline{I_D}$  分别为模型数值和厂商数值的均值。一般来说, 非线性回归模型的归一化互相关系数, 即相似度要大于 99%。

## 5 数值模拟与分析

通过计算机数值仿真模拟, 可以获得较为精准的白光 LED 发光模型。利用商用高亮度白光 LED 的 3 种发光模式的数据, 对 LED 的数学发光模型进行仿真模拟和分析。

### 5.1 朗伯模式

朗伯模式是最常见的 LED 发光模式之一,图 3 为 Philips Lumileds 公司和 Cree 公司白光 LED 朗伯发光模式分布与数值模拟发光模式分布的对比图。这两种类型的白光 LED 在主要视角范围内发光模式基本一致,与标准的朗伯发光模式较为接近,高斯模式成分权重较小,光轴方向的光强最大,随着极角的增大,光强逐渐减弱。LXHL-MW1D 的模型估计参数为  $m = 1.3, K = 1, \eta_0 = 0.99, \eta_1 = 0.01, \omega_1 = 0.4, \phi_1 = 90^\circ$ , XR 7090WT 的模型估计参数为  $m = 1.8, K = 2, \eta_0 = 0.9, \eta_1 = 0.08, \eta_2 = 0.02, \omega_1 = 0.45, \omega_2 = 0.03, \phi_1 = 40^\circ, \phi_2 = 87^\circ$ 。数值模拟的结果与 Philips Lumileds 公司和 Cree 公司提供的实测数据较为吻合,相似度系数分别为 99.64%, 99.7%。

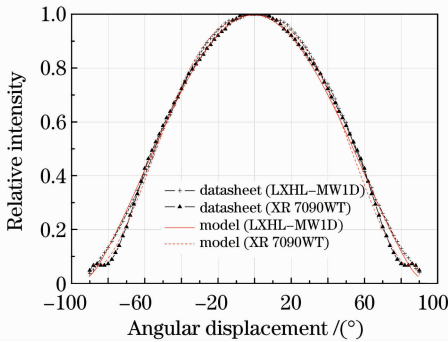


图 3 朗伯发光模式数值模拟结果与实测结果  
Fig. 3 Simulation results and measured data of Lambert radiation model

### 5.2 蝙蝠翼模式

蝙蝠翼模式由于其发光强度分布曲线状如蝙蝠展开的双翼,故而得名。图 4 所示为 Philips Lumileds 公司和 Edixeon 公司蝙蝠翼发光模式的数值模型与实验测量模型对比图。LXHL-BW02 的估计参数为  $m = 1.6, K = 3, \eta_0 = 0.77, \eta_1 = 0.19, \eta_2 = 0.02,$

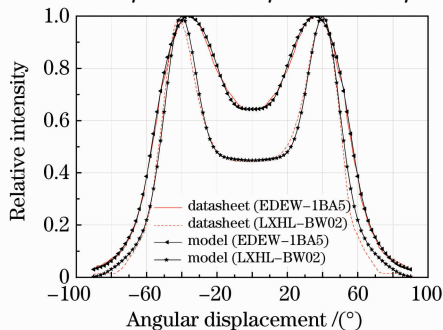


图 4 蝙蝠翼发光模式数值模拟结果与实测结果  
Fig. 4 Simulation results and measured data of Batwing radiation model

$\eta_3 = 0.02, \omega_1 = 0.15, \omega_2 = 0.3, \omega_3 = 0.21, \phi_1 = 41^\circ, \phi_2 = 50^\circ, \phi_3 = 24^\circ$ 。EDEW-1BA5 的估计参数为  $m = 1.4, K = 4, \eta_0 = 0.89, \eta_1 = 0.046, \eta_2 = 0.03, \eta_3 = 0.03, \eta_4 = 0.004, \omega_1 = 0.17, \omega_2 = 0.12, \omega_3 = 0.13, \omega_4 = 0.1, \phi_1 = 39^\circ, \phi_2 = 52^\circ, \phi_3 = 24^\circ, \phi_4 = 90^\circ$ 。在蝠翼发光模式中,朗伯模型成分减小,朗伯指数增大,高斯模式的数量与权重进一步增大,光强度中心分别转移至  $41^\circ$  和  $36^\circ$  极角位置处,光轴方向相对光强度分别降至 0.445 和 0.645。数值模型仿真结果与 LXHL-BW02 和 EDEW-1BA5 型号的白光 LED 实验测量结果吻合较好,相似度系数分别为 99.61%, 99.83%。

### 5.3 边发光模式

边发光模式是指该模式的光强度中心位于侧边。该类型 LED 主要通过边发光透镜实现光强度中心的大角度转移,可以使光强度中心转移  $80^\circ$  左右的极角位置处,照射面积较大。图 5 所示为 Philips Lumileds 公司和 Edixeon 公司边发光模式的数值模型与实验测量模型对比图。LXHL-DW01 的估计参数为  $m = 1, K = 6, \eta_0 = 0.48, \eta_1 = 0.095, \eta_2 = 0.023, \eta_3 = 0.035, \eta_4 = 0.25, \eta_5 = 0.007, \eta_6 = 0.11, \omega_1 = 0.16, \omega_2 = 0.14, \omega_3 = 0.11, \omega_4 = 0.22, \omega_5 = 0.06, \omega_6 = 0.14, \phi_1 = 83^\circ, \phi_2 = 37^\circ, \phi_3 = 14^\circ, \phi_4 = 100^\circ, \phi_5 = 0, \phi_6 = 63^\circ$ 。EDEW-1SA5 的估计参数为  $m = 1, K = 6, \eta_0 = 0.38, \eta_1 = 0.157, \eta_2 = 0.018, \eta_3 = 0.035, \eta_4 = 0.25, \eta_5 = 0.05, \eta_6 = 0.11, \omega_1 = 0.17, \omega_2 = 0.16, \omega_3 = 0.13, \omega_4 = 0.22, \omega_5 = 0.3, \omega_6 = 0.14, \phi_1 = 81^\circ, \phi_2 = 41^\circ, \phi_3 = 19^\circ, \phi_4 = 100^\circ, \phi_5 = 0, \phi_6 = 63^\circ$ 。在边发光模式中,朗伯模型成分较小,高斯模式的数量增至 6,各模式与权重不一,光强度中心转移至  $85^\circ$  极角位置处,光轴方向相对光强度分别降至 0.18, 0.16。数值模型仿真结果与 LXHL-DW01 和 EDEW-1SA5 型号的白光 LED 实验测量结果吻合较好,相

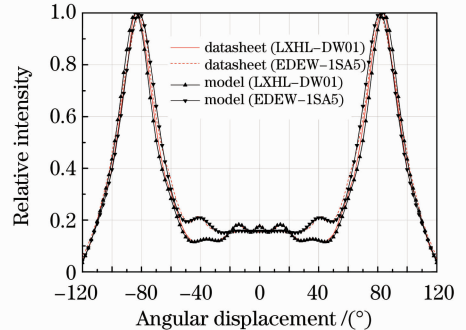


图 5 边发光模式数值模拟结果与实测结果  
Fig. 5 Simulation results and measured data of side emitting radiation model

似度系数分别为 99.72%, 99.85%。

## 6 结 论

在基于白光 LED 的室内可见光通信系统中,发射机特性即白光 LED 阵列光源的发光特性是系统设计与优化的基础。提出了一种易于快速运算的通用白光 LED 数学发光模型。利用白光 LED 发光的具体参数,可以方便地设计与分析阵列光源,确定室内通信环境的光功率的配置需求,获得阵列光源的最优化布局与设计。此外,发射与接收分集技术的应用、信道容量的分析、信道模型建立以及各种空时处理算法的开发等,都可以本文的白光 LED 发光模型为基础。

## 参 考 文 献

- 1 Chu Minghui, Wu Qing, Wang Jian *et al.*. Calculation of theoretical limitation of lumen efficiency for white LED [J]. *Chinese Journal of Luminescence*, 2009, **30**(1): 77~80  
褚明辉, 吴庆, 王建等. 白光 LED 极限流明效率的计算 [J]. *发光学报*, 2009, **30**(1): 77~80
- 2 Wu Haibin, Wang Changling, He Sumei. Research of color rendering of white LED based on red and green phosphors [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(9): 1777~1782  
吴海彬, 王昌铃, 何素梅. 涂敷红、绿荧光粉的白光 LED 显色性研究 [J]. *光学学报*, 2008, **28**(9): 1777~1782
- 3 Xie An, Yuan Ximing, Wang Juanjuan *et al.*. Synthesis and photoluminescence property of red phosphors  $\text{LiEu}_{1-x}\text{Y}_x(\text{WO}_4)_{0.5}(\text{MoO}_4)_{1.5}$  for white LED [J]. *Science in China (Series E: Technological Sciences)*, 2009, **39**(6): 1063~1068  
谢安, 袁曦明, 王娟娟等. 白光 LED 用红色荧光粉  $\text{LiEu}_{1-x}\text{Y}_x(\text{WO}_4)_{0.5}(\text{MoO}_4)_{1.5}$  的制备及其发光性能研究 [J]. *中国科学 (E 辑: 技术科学)*, 2009, **39**(6): 1063~1068
- 4 Bei Zhang, Tao Dai, Wei Wei *et al.*. Optimization of top polymer gratings to improve GaN LEDs light transmission [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2008, **6**(10): 788~790
- 5 Dominic, O' Brien. Indoor optical wireless communications; recent developments and future challenges [C]. *SPIE*, 2009, **7464**: 74640B-1
- 6 Zhong Qiduan, Zhu Na, Zhu Jiang *et al.*. Diversity reception method of wireless communication based on LED traffic lights [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2008, **45**(10): 51~55  
钟启端, 朱娜, 朱江等. 基于 LED 交通灯通信的分集接收方案 [J]. *激光与光电子学进展*, 2008, **45**(10): 51~55
- 7 B. Inan, S. C. Jeffrey Lee. The impact of LED transfer function nonlinearity on high-speed optical wireless communications based on discrete multitone modulation [C]. *NFOEC*, 2009, 234~236
- 8 T. Komine, M. Nakagawa. Fundamental analysis for visible-light communication system using LED lights [J]. *IEEE Trans. on Consumer Electronics*, 2004, **50**(1): 100~107
- 9 C. Peng, J. K. Pan. Channel characteristic and transmission performance of an indoor wireless optical communication system [C]. *ITC-CSCC*, 2008, 1405~1408
- 10 Lin Yue, Ye Liewu, Liu Wenjie *et al.*. Optimization algorithm of correlated color temperature for LED light sources by dichotomy [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(10): 2791~2794  
林岳, 叶烈武, 刘文杰等. 二分法优化计算 LED 光源相关色温 [J]. *光学学报*, 2009, **29**(10): 2791~2794
- 11 M. S. Kaminski, K. J. Garcia, M. A. Stevenson *et al.*. Advanced topics in source modeling [C]. *SPIE*, **4775**: 2002, 46~57
- 12 I. Moreno. Spatial distribution of LED radiation [C]. *IODC*, 2006, 634216
- 13 I. Moreno, C. C. Sun. Modeling the radiation pattern of LEDs [J]. *Opt. Express*, 2008, **16**(3): 1808~1819
- 14 E. F. Schubert, J. K. Kim, L. Hong *et al.*. Solid-state lighting a benevolent technology [J]. *Rep. Prog. Phys.*, 2006, **69**: 3069~3099
- 15 Yu Guiying, Jin Ji, Ni Xiaowu *et al.*. Design for LED uniform illumination reflector based on tendue [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(8): 2297~2301  
余桂英, 金骥, 倪晓武等. 基于光学扩展量的 LED 均匀照明反射器的设计 [J]. *光学学报*, 2009, **29**(8): 2297~2301
- 16 C. C. Sun, T. X. Lee, Tsung-Xian *et al.*. Precise optical modeling for LED lighting verified by cross correlation in the midfield region [J]. *Opt. Lett.*, 2006, **31**(14): 2193~2195
- 17 W. T. Chien, C. C. Sun, I. Moreno. Precise optical model of multi-chip white LEDs [J]. *Opt. Express*, 2007, **15**(12): 7572~7577