

文章编号: 0253-2239(2010)09-2473-05

改进的自适应加法算法及其在衍射光学元件设计中的应用

温昌礼 季家镛 窦文华 宋艳生

(国防科学技术大学光电科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要 随着激光的广泛应用,在许多场合都需要对其进行光束整形,其中最重要的整形元件就是衍射光学元件(DOE)。引用了自适应加法(AA)算法,并且对其进行了改进,一方面克服了AA算法的两个缺陷,另一方面提高了AA算法的精度。在AA算法中加入自动选取参数 λ 的环节,使得不必采用尝试法确定参数,减小了DOE设计的工作量。此外,还提出了三种克服分母出现零点的方法。应用AA算法设计了整形高斯光束的DOE以及一维光栅分束器,并得到理想的结果。对比了AA算法和高斯(GS)算法,说明AA算法具有优势和潜力,可以简单高效地应用于DOE的设计。

关键词 光学设计;衍射光学元件;自适应加法算法;参数选择法

中图分类号 TN256 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20103009.2473

The Ameliorated Adaptive-Additive Method and Its Applying in the Designing of Diffractive Optical Element

Wen Changli Ji Jiarong Dou Wenhua Song Yansheng

(College of Opto-Electronics Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

Abstract According to the application of laser, the distribution of the light intensity usually need shaping. The most important element is diffractive optical element (DOE). adaptive-additive (AA) method is applied and ameliorated, which conquer the two bugs of AA method and improve the precision. A procedure of auto selecting parameter is added in the AA method, in order to reduce the workload of designing. Several ways are proposed to solve the possibility appearing of zero in the denominator. At last, a DOE is designed to shape Gaussian light to square distribution light as well as a grid to divide light, and the results are good. Compared with the AA method, the Gauss method shows its merit. All of these prove the feasibility of the AA method for DOE designing.

Key words optical design; diffractive optical element; adapted-additive method; method of selecting parameter

1 引 言

近年来,激光得到了越来越广泛的应用,在很多场合(比如激光材料加工、半导体激光热处理和激光打印等)都需要对激光光束整形,以满足使用的需求。而光束整形主要采用衍射光学元件。研究者对衍射光学元件的计算机设计方法的作了大量的研究^[1],提出和引用了许多优秀的算法。其中主要的算法有加权高斯算法(GS)^[2,3]、Y-G算法^[4]、DPDV

算法^[5]、混合遗传-模拟退火算法^[6]、免疫遗传算法^[7]和蚁群算法^[8]等^[9~13]。GS算法是最常用和最简单的方法,但这种方法存在许多缺点,如误差并不是随着迭代次数而递减,最小误差相对于其它算法而言偏大,只能得到相对最优值等。混合遗传-模拟退火算法,免疫遗传算法和蚁群算法都有的共同缺点就是原理相对比较复杂,编程难度较大,且收敛速度相对较慢。

收稿日期: 2009-10-23; **收到修改稿日期**: 2009-11-18

基金项目: 国家 863 计划(2007AA01Z2a5)资助课题。

作者简介: 温昌礼(1982—),男,博士研究生,从事专业为光学工程方面的研究。E-mail: wcl100@163.com

导师简介: 季家镛(1946—),男,教授,从事专业为光电技术方面的研究。E-mail: jijiarong@hotmail.com

本文应用的自适应加法(AA)算法^[14],因为它具有原理简单,迭代速度相对较快,均方根误差不会随迭代次数而增加^[15]等优点。在此基础上提出了一种自动选择参数的方法,克服了AA算法的缺点,能够迅速得到较优的参数,省去了采用尝试法确定参数的麻烦,并提出了一些克服迭代过程中出现分母为零情况的方法。

2 自适应加法算法的流程及其和GS算法的比较

如图1所示,其中 $\mathcal{F}d$ 和 $\mathcal{F}d^{-1}$ 分别表示取菲涅耳变换及其逆变换。 $A_0(u,v)$ 和 $B_0(\xi,\eta)$ 分别表示输入面的光场振幅分布和输出面的理想光场振幅分布。自适应加法算法的基本流程为,选取初始相位 $\varphi_0(u,v)$,然后结合输入面光场振幅分布 $A_0(u,v)$,得到输入光场分布 W_1 。对 W_1 取菲涅耳变换得到 $F_n(\xi,\eta)$,然后选取合适的参数 λ ,按照步骤(4)和(5)的方法得到 $F_{n1}(\xi,\eta)$,再对其取菲涅耳逆变换得到 $W(u,v)$,最后利用 $A_0(u,v)$,得到下一次迭代的 W_1 。进行误差函数的判定,如果误差 δ_F^2 小于给定的极小值 ϵ ,则结束循环,否则返回第(3)步继续迭代。

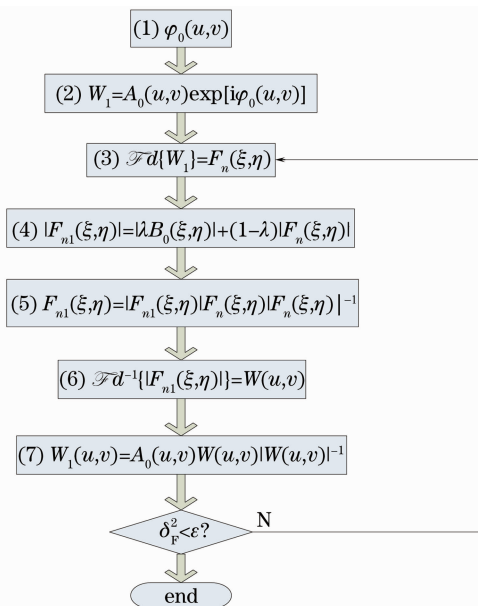


图1 自适应加法算法的流程图

Fig. 1 Procedure of the adaptive-additive method

而传统GS算法的流程图和图1类似,只是将第(4)和(5)步改为如(1)式所示:

$$F_{n1}(\xi,\eta) = B_0(\xi,\eta) \frac{F_n(\xi,\eta)}{|F_n(\xi,\eta)|}. \quad (1)$$

比较第(4)和(5)步以及(1)式,可见,二者只是核心

迭代公式不同。从(1)式可以看出,传统的GS算法在进行下一次迭时实际上只考虑了前次迭代结果的相位信息,而从第(4)和(5)步可以看出,AA算法同时考虑了前次迭代结果的幅度和相位信息。所以AA算法从原理上比传统的GS算法先进。

3 自适应加法算法的改进

图1所示的自适应加法算法流程存在两个缺陷。第一个缺陷是参数 λ 的选取比较麻烦,很难迅速找到理想的参数值。如果在第(3)和(4)步之间加入自动选取参数的环节,就能克服这一缺陷并充分发挥AA算法的优势。在提出的自动选择参数环节中, λ 的取值范围为 $0 \leq \lambda \leq 2$ ^[1],选择参数时,采样点数目 $N(N \approx 2/\Delta\lambda)$ 可以根据实际需要而定,必须综合考虑参数选取所用的时间和最终结果所需达到的精度。而参数选取的基本思想为“第一步尝试法”,即通过第一次迭代得出评价标准,然后利用此标准决定待定参数的取值。其具体流程为对应每个尝试参数取值时,运行图1所示第(4)~(7)~(3)步一次,得到第一次迭代后的 $F_n(\xi,\eta)$,然后根据 δ_F^2 的定义得到所有参数取值的误差值数组。并以此数组最小值对应的参数 λ 的值作为自动选取的参数值。这样就通过自动循环程序迅速得到了较优的参数取值。利用此方法避免了因无法预知参数对结果的影响规律而进行的有关参数选取的工作,减小了设计过程的工作量。显然,此种利用第一步尝试法确定参数的思想也可以应用于其它的迭代参数选择程序中。

第二个缺陷是进行第(5)步运算的时候,在某些情况下(有些特定参数),会出现分母取值矩阵出现零奇点的情况。这时会造成中间结果出现非数而无法继续迭代的错误。克服此缺陷的方法有三种。1)使用常规的利用多项式的正则化方法,此方法比较繁琐,需要确定多项式系数。2)直接在分母取值基础上加上一个极小数,比如 10^{-100} ,使得分母不再为零。其基本思想在于利用 $x + \epsilon \approx x$ (其中 ϵ 为无穷小量)的原理,克服分母矩阵中出现零奇点的缺陷。3)利用angle函数得到 $F_n(\xi,\eta)$ 的相位分布,然后与 $F_{n1}(\xi,\eta)$ 的振幅相乘,用乘法代替除法,从而不出现分母,从根本上克服了分母出现零奇点的缺陷。其核心思想在于提炼出迭代过程中的实质是利用了前次迭代结果的相位信息。而采用Matlab的angle函数直接得到所需的信息,从而使得迭代过程中不出现除法运算也即成功避免了分母出现零奇点的现象。

另外,对于 AA 算法的流程,结合 GS 算法的优点,第(4)和(5)步可以改进为如下的形式,即

$$F_{n1}(\xi, \eta) = (1 - \lambda)B_0(\xi, \eta) \frac{F_n(\xi, \eta)}{|F_n(\xi, \eta)|} + \lambda F_n(\xi, \eta). \quad (2)$$

实际上,从(2)式可以看出,当 $\lambda=0$ 时,即不考虑中间迭代结果的振幅信息,(2)式所示改进 AA 算法等价于 GS 算法,这点体现了两个算法之间的统一性。同时从第(4)和(5)步可以看出当 $\lambda=1$ 时,也即不考虑中间迭代结果的振幅信息,AA 算法也等价于 GS 算法,这点也体现了二者的统一性。(2)式所示的改进 AA 算法实质上是在第(3)步中令 $\lambda=1-\lambda$ 而得到,可见改进的 AA 算法和 AA 算法也存在统一性。从以上分析可见,改进的 AA 算法和 AA 算法以及 GS 算法,三者都存在统一性。

同时,对于第(4)和(5)步以及(2)式所描述的 AA 算法,同样可以应用于第(6)和(7)步之间,只是将 F 函数改为相应的 W 函数。当然,第(4)和(5)步以及第(6)和(7)步之间也可以同时应用 AA 算法及其改进算法。

4 改进的自适应加法算法在衍射光学元件设计中的应用

考虑常规的设计实例,设计一个将高斯光束聚焦成方形均匀光斑的衍射光学元件(DOE)。

其中 $I(u, v)$ 表示输入面高斯光束光强分布, ω 表示束腰半径。 $I_0(\xi, \eta)$ 表示输出面方形光斑的理想光强分布, $2a$ 表示其边长, n 取任意自然数为方形光斑的拟合公式取值参数。 $F(\xi, \eta)$ 为输出面振幅分布, $B_0(\xi, \eta)$ 为输出面理想振幅分布, Ω 为有孔径函数。所用算法中误差函数 δ_F^2 定义为

$$\delta_F^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} [|F(\xi, \eta)| - B_0(\xi, \eta)]^2 d\xi d\eta}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} B_0^2(\xi, \eta) d\xi d\eta}. \quad (3)$$

能量效率 E 的定义为

$$E = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |F(\xi, \eta)|^2 dx dy}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |F(\xi, \eta)|^2 dx dy}. \quad (4)$$

实验中,取输入面坐标范围为 $-3 \text{ mm} \leq u, v \leq 3 \text{ mm}$,256 个采样点,高斯光束束腰半径为 1 mm。输出面坐标范围也为 $-3 \text{ mm} \leq \xi, \eta \leq 3 \text{ mm}$,256 个

采样点,正方形边长为 $2a=0.6 \text{ mm}$ 。 n 取值为 22,光波长 $\lambda_1=0.6328 \times 10^{-3} \text{ mm}$,输入面与输出面的距离 d 为 800 mm。实验结果如表 1 所示。

表 1 AA 算法实验结果

Table 1 Results of the simulation of AA method

Arithmetic	δ_F^2	E	Iterative times	$\Delta\lambda$	λ
Ameliorated AA	0.0773	0.96136	2	0.1	1
Ameliorated AA	0.0772	0.96140	2	0.01	0.98
Ameliorated AA	0.0772	0.96140	2	0.001	0.0981
AA	0.0772	0.96139	9	0.1	0
AA	0.0772	0.96142	2	0.01	0.02
AA	0.0772	0.96142	2	0.001	0.019
GS	0.1045	0.94774	48		

从表 1 中可以看出,AA 算法设计衍射光学元件,迭代次数比较少,能量效率较高。总体来说,改进的 AA 算法和 AA 算法精度差不多,但改进 AA 算法的运算量要略小于 AA 算法。需要特别指出的是,如果直接利用如图 1 所示的最原始 AA 算法,将得到比 GS 算法更差的结果。表 1 中所用的 AA 算法及其改进算法,实际上都是在第(6)和(7)步之间应用 AA 算法的原理而得到的改进算法,其改进的基本点在于改变了迭代核心公式的位置和公式,并非最原始的 AA 算法。步长 $\Delta\lambda$ 选取要根据实际需要,一般来说,步长越小精度越高,但搜索最优参数所用时间就会越长。综合考虑各种因素,建议取步长为 0.1。

图 2~5 所示为部分实验结果,从输出光场分布和 DOE 的相位分布看,AA 算法的效果是比较好的。这些结果充分说明 AA 算法和改进的 AA 算法用于设计 DOE 是简单可行的,具有较大的优势和潜力。

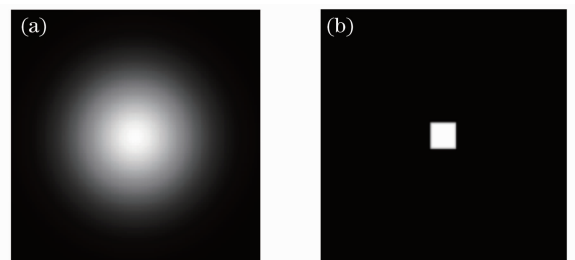


图 2 输入面(a)和输出面(b)面的理想光强分布
Fig. 2 Desired distribution of the light intensity of the input surface (a) and output surface (b)

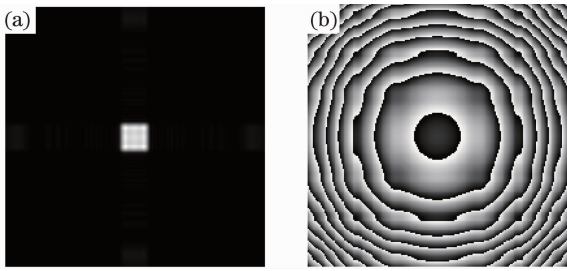


图 3 改进 AA 算法 2 次迭代后的实际光强分布(a)和 DOE 相位分布(b)($\Delta\lambda=0.01$)

Fig. 3 Actual distribution of the light intensity (a) and the phase (b) of the DOE after 2 iterations of ameliorated AA method ($\Delta\lambda=0.01$)

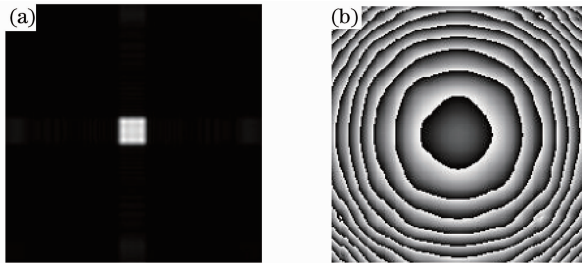


图 4 AA 算法 2 次迭代后的实际光强分布(a)和 DOE 相位分布(b)($\Delta\lambda=0.01$)

Fig. 4 Actual distribution of the light intensity (a) and the phase (b) of the DOE after 2 iterations of AA method ($\Delta\lambda=0.01$)

5 改进的自适应加法算法和传统 GS 算法的对比

考虑一个常见的设计一维多阶光栅的实例。设计光栅的衍射级次为 4 个对称分布的等强度衍射级

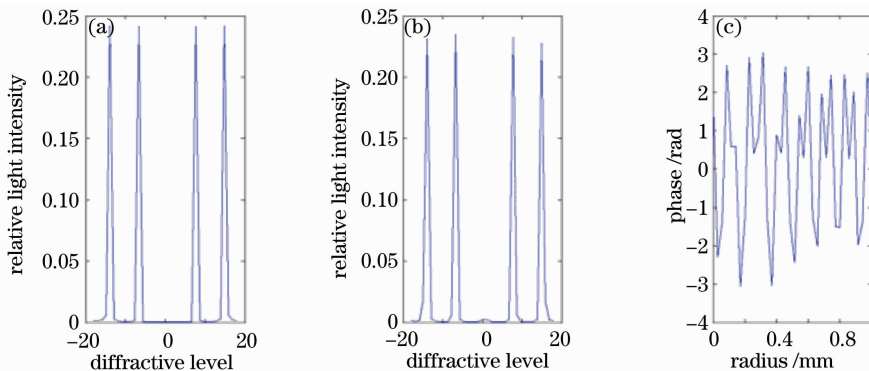


图 6 GS 算法设计结果。(a)理想衍射级次分布;(b)实际衍射级次分布;(c)光栅相位图

Fig. 6 Results of the GS method (a) the desired distribution of the diffractive orders; (b) the actual distribution of the diffractive orders; (c) the phase distribution of the grating

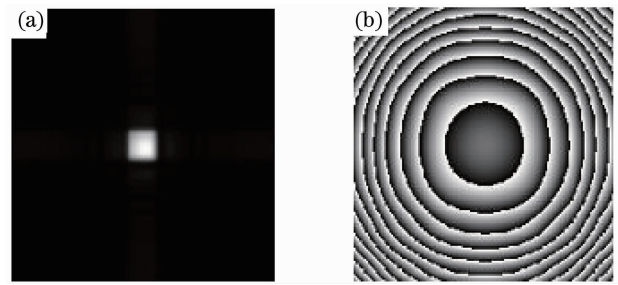


图 5 GS 算法 48 次迭代后的实际光强分布(a)和 DOE 相位分布(b)

Fig. 5 Actual distribution of the light intensity (a) and the phase (b) of the DOE after 48 iterations of GS method

次。分别采用 GS 算法和改进 AA 算法。实验结果如表 2 和图 6,图 7 所示。可见,改进的 AA 算法可以得到更高的精度和能量效率(也可从表 1 中看出)。GS 算法到一定迭代次数会出现误差停滞的现象,而 AA 算法不存在此缺陷。从设计结果对比看,图 7 中的衍射级次分布比图 6 中的分布均匀,同时,图 5(a)不如图 3(a)和图 4(a)边缘清晰。这些都说明改进的 AA 算法和 AA 算法可以应用于 DOE 设计并具有优势和潜力。

表 2 改进 AA 算法和 GS 算法设计光栅的对比实验结果

Table 2 Comparison of the simulation results of the ameliorated AA method and the GS method

Arithmetic	δ	E	Iterative times	$\lambda(\Delta\lambda = 0.1)$
GS	0.0541	0.99251	16	
Ameliorated AA	2.6113e-16	1	2	1

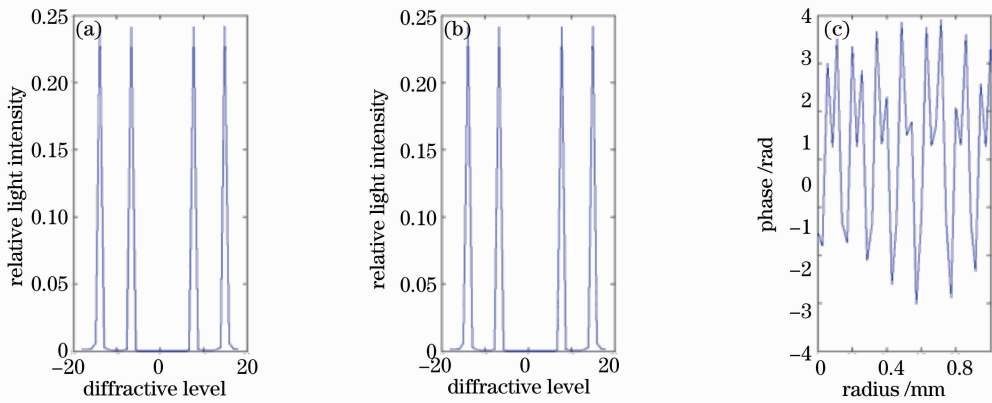


图7 改进AA算法设计结果。(a)理想衍射级次分布;(b)实际衍射级次分布;(c)光栅相位图

Fig. 7 Results of the ameliorated AA method. (a) the desired distribution of the diffractive orders; (b) the actual distribution of the diffractive orders; (c) the phase distribution of the grating

6 结 论

随着激光的广泛应用,DOE的设计越来越成为热点课题,本文改进了AA算法并应用于DOE的设计,克服了AA算法的几个缺陷,并应用AA算法得到了比较理想的设计结果。这些充分说明应用AA算法设计DOE是简单可行,具有优势的。

参 考 文 献

- Victor A. Soifer. Methods for Computer Design of Diffractive Optical Elements [M]. Transl. Jin Guofan, Tan Qiaofeng. Tianjin: Science and Technology Press of Tianjin, 2007, 39~116
索菲尔. 衍射光学元件的计算机设计方法[M]. 金国藩,谭峭峰译. 天津:天津科学技术出版社,2007,39~116
- R. W. Gerchberg, W. O. Saxton. A practical algorithm for the determination of phase from image and diffraction plan picture [J]. *Optik*, 1972, **35**(2): 237~246
- Dong Meifeng, Li Shen, Long Hua. Influence of weight of weighted GS algorithm on shaping effects produced by BOE[J]. *J. University of Electronic Science and Technology of China*, 2003, **32**(4): 395~398
董梅峰,李慎,龙华. 加权GS算法的权因子对BOE整形效果的影响[J]. 电子科技大学学报,2003, **32**(4): 395~398
- Yang Guozhen, Dong Bizhen, Gu Benyuan. Methods for design of diffractive optical elements [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 1995, **23**(4): 115~118
杨国桢,董碧珍,顾本源. 衍射光学元件的设计新方法[J]. 激光与光电子学进展,1995, **23**(4): 115~118
- Xie Jinghui, Liu Xiyu. Design of binary optical elements bottom on DPDV algorithm[J]. *Opt. Technol.*, 2000, **26**(3): 225~227
谢敬辉,刘锡宇. 基于DPDV算法的衍射光学元件设计[J]. 光学技术,2000, **26**(3): 225~227
- Lu Jianye, Li Qi, Dong Yunhua *et al.*. Direct design of quantized DOEs by genetic simulated annealing algorithm [J]. *J. Opto-Electronics. Laser*, 2001, **12**(4): 365~367
鲁建业,李琦,董蕴华等. 采用混合遗传-模拟退火算法对DOE的直接设计[J]. 光电子·激光,2001, **12**(4): 365~367
- Fang Liang, Ye Yutang, Wu Yunfeng *et al.*. Design of phase distribution of binary optics elements based on immune genetic

algorithm[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2006, **33**(9): 42~47

方亮,叶玉堂,吴云峰等. 基于免疫遗传算法的衍射光学元件的位相设计[J]. 光电工程,2006, **33**(9): 42~47

8 Li Shelei, Li Haitao, Yang Xijuan. Optimization design of binary optics elements based on ant colony algorithm [J]. *J. Appl. Opt.*, 2008, **29**(5): 758~762

李社蕾,李海涛,杨喜娟. 基于蚁群算法的二元光学优化设计[J]. 应用光学,2008, **29**(5): 758~762

9 Li Yongping, Zhu Jiang. Discrete hankel transform and its application to laser shaping in high efficiency [J]. *Acta Optica Sinica*, 1989, **9**(6): 573~575

李永平,朱江. 离散汉克尔变换及其在高效激光整形中的应用[J]. 光学学报,1989, **9**(6): 573~575

10 Zhang Yan, Zhang jinguan, Situ Guohai. Investigation on diffractive optical elements for converting Gaussian beam into square uniform focused spot [J]. *Chinese J. Lasers*, 2004, **31**(10): 1183~1187

张艳,张静娟,司徒国海. 高斯光束变换成方形均匀焦斑的衍射光学元件的研究[J]. 中国激光,2004, **31**(10): 1183~1187

11 Lin Yong, Hu Jiasheng, Wu Kenan. Algorithm for the design of diffractive optical elements for laser beam shaping [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(9): 1682~1686

林勇,胡家升,吴克难. 一种用于光束整形的衍射光学元件设计算法[J]. 光学学报,2007, **27**(9): 1682~1686

12 Yang Ping, Ao Mingwu, Liu Yuan *et al.*. Adaptive optics genetic algorithm based on Zernike mode coefficients [J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(3): 367~372

杨平,敖明武,刘渊等. 基于泽尼克模式系数的自适应光学遗传算法[J]. 中国激光,2008, **35**(3): 367~372

13 Wang Wenliang, Xiong Shengming. Multiobjective optimization approach of optical thin film design [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(10): 2026~2030

王文梁,熊胜明. 光学薄膜自动设计的多目标优化方法[J]. 光学学报,2008, **28**(10): 2026~2030

14 G. Lu, Zh. Zhang, F. T. S. Yu *et al.*. Pendulum iterative algorithm for phase retrieval from modulus data [J]. *Opt. Engng.*, 1994, **33**(2): 548~555

15 V. V. Kotlyar, P. G. Seraphimovich, V. A. Soifer. An iterative weight-based method for calculating kinoforms [C]. *SPIE*, 1994, **2363**: 175~183