

文章编号: 0253-2239(2010)08-2224-05

光纤陀螺信号的小波包去噪及改进

李家奎¹ 许化龙¹ 何 婧²

(¹ 第二炮兵工程学院 302 教研室, 陕西 西安, 710025; ² 96411 部队, 陕西 宝鸡 721013)

摘要 光纤陀螺经过确定性误差补偿后,各种随机噪声成为其误差的主要来源。为了减小光纤陀螺的随机误差,研究基于小波包分析的滤波方法,分析了小波包滤波的原理以及滤波过程中阈值及阈值函数的选取问题,并进行了相应的改进。然后分别采用 Allan 方差法和功率谱密度(PSD)方法分析滤波前后光纤陀螺的随机误差特性,对滤波的效果进行理论上的分析。最后,选取光纤陀螺 VG951 的漂移数据进行仿真验证,结果表明,基于改进的小波包滤波方法能够有效地减小光纤陀螺的随机误差,从而提高测试的精度。

关键词 光纤陀螺;小波包滤波;Allan 方差;功率谱密度

中图分类号 TN911.74 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20103008.2224

Research and Improvement of Denoising Method of Fiber Optic Gyroscope Based on Wavelet Packet Analysis

Li Jialei¹ Xu Hualong¹ He Jing²

(¹ The Second Artillery Engineering College Staff Room 302, Xi'an, Shaanxi 710025, China)

² Army 96411, Baoji, Shaanxi 721013, China

Abstract After deterministic error compensation, various random noises become the main error sources of fiber optic gyro (FOG). To reduce the random errors of FOG, the denoising method based on wavelet packet filtering is studied, including the principle of wavelet packet filtering and the selection of threshold and thresholding operator, which is modified. The Allan variance method and power spectrum density (PSD) are adopted to analyze the random error characteristics before and after filtering, and the theoretical analysis of filtering effect can be realized. At last, simulation is carried out based on the drift data of FOG VG951, it is proved that the proposed method can decrease the random error of FOG effectively.

Key words fiber optic gyro; wavelet packet filtering; Allan variance; power spectrum density

1 引言

光纤陀螺是 20 世纪 70 年代发展起来的一种新型惯性仪器,由于具有重量轻、价格低、耐冲击和动态范围宽等一系列优点,逐渐得到广泛的应用。影响光纤陀螺性能的因素有很多种,而且不同类型的光纤陀螺在机理上是不同的^[1~3],需深入分析光纤陀螺的内部结构和工作原理。目前,与光纤陀螺相关的关键技术基本上已经得到较好地解决,精度也得到了较大程度地提高,但对光纤陀螺随机误差的补偿效果不是很理想,随机误差仍然是引起光纤陀螺测试误差的主要因素,因此对随机误差的研究与

补偿具有重要的意义。

常用的光纤陀螺随机信号滤波方法包括数字滤波器以及基于自回归(AR)或自回归滑动平均模型(ARMA)的卡尔曼(Kalman)滤波方法^[4,5]等,但这些都是基于信号平稳性的假设提出的。在实际工程应用中,光纤陀螺受到各种因素的干扰,包括环境的温度、振动和冲击等,其输出漂移信号通常是非平稳的,需首先进行信号平稳化,才能利用上述方法进行滤波;而基于小波分析的滤波方法则有效地解决了这一问题,不仅能够去除信号中的白噪声,而且能够去除非平稳信号产生的分形噪声^[6],而这种噪

收稿日期: 2009-09-11; 收到修改稿日期: 2009-10-27

作者简介: 李家奎(1983—),男,博士研究生,主要从事光纤陀螺相关技术方面的研究。

E-mail: lijialei20082008@163.com

导师简介: 许化龙(1941—),男,教授,博士生导师,主要从事导航、制导与控制等方面的研究。E-mail: xhl1941@163.com

声采用上述两种方法是难以消除的。小波包理论是由 Wickerhauser 在小波变换的基础上提出来的,能够为信号提供一种更加精细的分析方法,获得更为丰富的时频局部化信息。

2 小波包去噪

2.1 小波包分析

在利用小波变换进行信号消噪的过程中,首先采

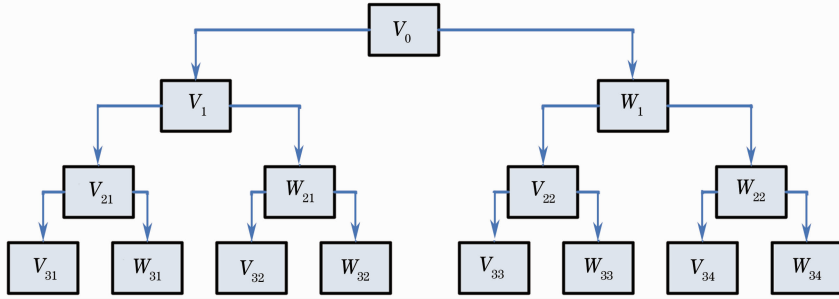


图 1 三层小波包分解结构图

Fig. 1 Diagram of wavelet packet decomposition up to three levels

2.2 小波包去噪

2.2.1 最优小波包基的选取

对信号进行一次小波包分解,可以采用多种分解方法。因此,需要寻找在某一标准下最优的信号分解方法和有效的算法。

在小波包变换中常用的标准为最小熵标准,根据熵的大小选择最优的小波包基,常用的熵标准包括香农(Shannon)熵、 l^p 范数熵($1 \leq p \leq 2$)、“对数能量”熵以及阈值熵^[8]。

2.2.2 信号消噪处理

在小波包标架中,其信号消噪的算法思想与小波变换基本一致。而小波包分析对上一层的低频和低频部分同时进行进一步的细分,使之具有更为精确的局部分析能力。文献[9]对信号的消噪过程进行了详细地阐述。

在信号的消噪过程中,关键是如何选取阈值和如何进行阈值的量化,从某种程度上说,它直接关系到信号消噪的质量。

2.2.3 阈值及阈值函数的选取及改进

阈值的选取是一个关键性的问题,阈值选取的好坏对滤波效果起决定性的作用。目前,通常使用的阈值为^[10]

$$T = \sigma \sqrt{2 \ln N}, \quad (1)$$

式中 N 为信号的样本个数, σ 为信号噪声的标准差,如果信号噪声为白噪声,则 σ 可以近似表示为

用小波变换对信号进行多分辨分析^[7]。将信号分解为高频和低频两个部分,由于噪声信号一般集中在高频部分,将高频信号进行阈值量化处理,然后对处理后的信号进行小波重构,从而达到信号消噪的目的。

小波包分析是对多分辨分析没有细分的高频部分进一步分解,并能够根据被分析信号的特征,自适应地选择相应频带,从而提高了时频分辨率。以三层小波包分解为例,小波包分解的框图如图 1 所示。

$$\sigma \approx \frac{M}{0.6745}, \quad (2)$$

式中 M 为 2^i 尺度细节小波系数的中值。

上述阈值是基于小波系数之间相互独立性的假设推导出来的,而且假定不同尺度上阈值的变化规律是相同的。然而,对于某一信号来讲,上述假设一般是不成立的,所以该阈值不能很好地反映信号的变化规律。

针对上述问题,并基于阈值随尺度增大而逐渐减小的特点,论文提出一种改进的阈值表达式为

$$T_i = \frac{M_i}{0.6745} \sqrt{2 \ln N} / [\alpha_i \ln(i+1)], \quad (3)$$

式中 T_i 为对应每一层的阈值, i 为分解的层数, M_i 为第 i 层细节小波系数的中值, α_i 为与第 i 层对应的调节系数,需要在实验中进行实时标定。该阈值能够实现对每一层阈值的自适应调节。

常用的阈值函数有两种,包括硬阈值函数

$$C_{t1} = \begin{cases} y, & |y| > T \\ 0, & |y| \leq T \end{cases} \quad (4)$$

和软阈值函数^[10]

$$C_{t2} = \begin{cases} y - T \operatorname{sign}(y), & |y| > T \\ 0, & |y| \leq T \end{cases} \quad (5)$$

式中 y 表示小波变换的系数值, T 为选取的阈值, C_i 为经过阈值处理后的系数值。但这两种阈值函数都存在一定的缺陷:硬阈值函数在阈值点处不连续,导致重构信号产生震荡;而软阈值函数虽然连续性较

好,但由于阈值处理前后的系数之间存在恒定的偏差,导致重构信号的边缘模糊。

为了解决上述问题,提出了一系列阈值函数改进方案,模平方改进方法^[11]不仅很好地解决了硬阈值函数和软阈值函数存在的问题,而且算法简单,实时性高,对于实现光纤陀螺的实时去噪具有重要的意义。所以,本文选取该阈值函数进行光纤陀螺的小波包去噪。阈值函数表示为

$$C_t = \begin{cases} \text{sign}(y) \sqrt{|y|^2 - \alpha T^2}, & |y| \geq T \\ 0, & |y| < T \end{cases} \quad (6)$$

式中各参数的定义同(5)式, α 为调节因子。

另外,还存在其他阈值函数的改进方法^[12,13],这些算法虽然在一定程度上提高了阈值滤波的精度,但也大大增加了算法的复杂度,影响了阈值滤波的实时性。

3 阿伦方差法及功率谱密度方法

3.1 阿伦方差法

阿伦(Allan)方差的特点是利用它能确定产生数据噪声的随机过程的特性,可用于分析识别给定噪声项的来源。基本原理^[14]如下:

假设以一个固定的采样频率 τ_0 采集光纤陀螺的漂移信号,经过分组处理,形成整个样本长度为 N ,持续时间分别为 $\tau_0, 2\tau_0, \dots, m\tau_0$ [$m < (N-1)/2$]的数据组,并且求得每个组的数据平均值。Allan方差定义为两个组平均的方差:

$$\sigma^2(\tau) = \frac{1}{2} \langle (\bar{\Omega}_{k+m} - \bar{\Omega}_k)^2 \rangle, \quad (7)$$

式中 $\langle \cdot \rangle$ 为总体平均符号, $\tau = m\tau_0$ 为相关时间。 $\bar{\Omega}_i$ 为对应的第 i 组数据的均值。Allan方差和影响陀螺仪固有的随机过程统计特性相关。所以,可以通过Allan方差法得到各噪声源的统计特性。

由于FOG的各噪声源分别位于不同的频段内,在工程上假设光纤陀螺各噪声源是统计独立的,则Allan方差可以表示成各类型误差的平方和的形式。通常光纤陀螺中包含5项主要噪声源:量化噪声(QN)、角度随机游走(ARW)、零偏不稳定性(BI)、速率随机游走(RRW)和速率斜坡(RR),则光纤陀螺的Allan方差可以表示为

$$\sigma^2(\tau) = \sigma_{\text{QN}}^2(\tau) + \sigma_{\text{ARW}}^2(\tau) + \sigma_{\text{BI}}^2(\tau) + \sigma_{\text{RRW}}^2(\tau) + \sigma_{\text{RR}}^2(\tau) + \dots \quad (8)$$

利用Allan方差法分析漂移信号,画出相应的双对数曲线图,则不同的噪声源具有不同的斜率。利用噪声源的这一特性,能够将各噪声源有效地分离,并能够计算出其对应的标准差(1σ)值。

3.2 功率谱密度方法

信号的功率谱密度(PSD)^[15]描述了时间序列的功率或者方差在频域上的分布情况,数学上定义为信号自相关序列的傅里叶变换。

利用信号PSD的双对数曲线同样能够分析各噪声源的统计特性,但算法较为复杂,相比Allan方差法,PSD更多地用于通过频域分析信号的随机误差特性,尤其是通过比较信号滤波前后的噪声的强度,来验证滤波算法的效果。

4 实测数据分析

选取光纤陀螺VG951的漂移数据进行仿真验证,在温度 20°C 条件下,光纤陀螺启动1h后开始采集数据,采样间隔1s,采样时间为3000s。分别采用默认阈值滤波[(1)式]和改进的阈值滤波[(3)式]两种方法,前者采用软阈值函数,而后者采用改进的模平方阈值函数[(6)式]。通过比较不同的熵标准对滤波效果的影响,选取shannon熵作为小波包滤波的熵标准。采用db4小波包基,经过计算,小波包分解到6层时滤波噪声方差最小,所以小波包最佳分解层数为6层。

图2左边所示三条曲线分别表示原始漂移信号(a1)、默认阈值滤波结果(a2)以及改进阈值滤波结果(a3),三条曲线的标准差分别为0.0224, 0.0103, 5.7123×10^{-4} mV,可见,去噪效果较为明显。

PSD曲线反映了随机信号的平均功率相对频率的分布情况,能够用来定性分析滤波效果。图2右边所示三条曲线(b1)~(b3)为与滤波前后漂移数据相对应的PSD曲线图。经过滤波处理后,低频和高频噪声都得到了一定程度的降低。

采用默认阈值滤波对低频噪声影响不大,中高频噪声下降较为明显(b2),中频噪声强度从 -5.0 dB下降至 -40 dB,高频噪声从 -6.0 dB下降至 -45 dB;而采用改进阈值滤波后(b3),整个频段内的噪声都得到了较好地抑制,低频噪声从 19 dB下降至 -11 dB,中频噪声和高频噪声分别下降至 -80 dB和 -85 dB。因此,采用小波包滤波方法能够有效地去除整个频段内的噪声信号。

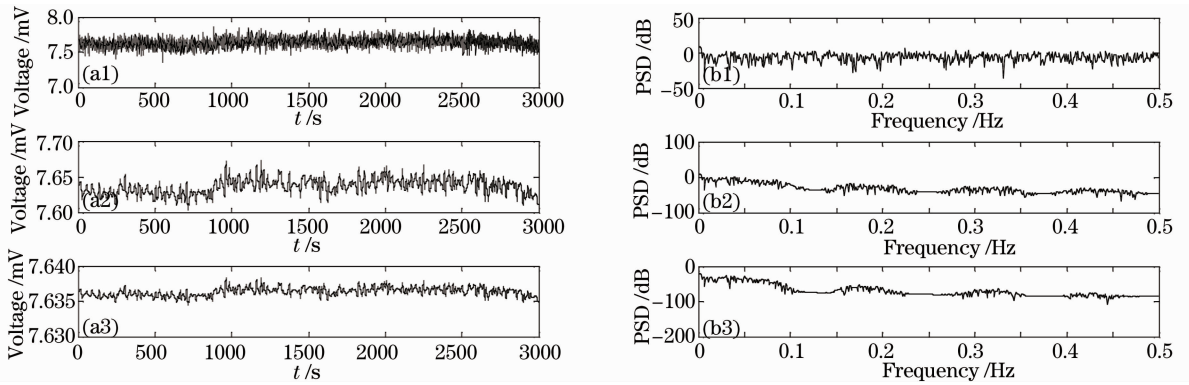


图 2 滤波前后的漂移数据(a1)~(a3)及其对应的 PSD 曲线(b1)~(b3)

Fig. 2 Drift data (a1)~(a3) and corresponding PSD curves (b1)~(b3) before and after wavelet packet filtering

为了进一步实现随机噪声的量化分析,采用 Allan 方差法分析并计算各噪声源相关系数的值。通过分析各噪声源的统计特性,得到各噪声源关于 τ 的表达式,并将其代入(8)式,得到表达式

$$\sigma^2(\tau) = \frac{3Q^2}{\tau^2} + \frac{N^2}{\tau} + \frac{2B}{\pi} \ln 2 + \frac{K^2}{3} \tau + \frac{R^2}{2} \tau^2, \quad (9)$$

(9)式右边均为关于相关时间 τ 的表达式,式中 Q 为量化噪声系数, N 为角随机游走系数, B 为零偏不稳定系数, K 为速率随机游走系数, R 为速率斜率系数。所以,能够将方程简化为如下多项式求和的形式,通过最小二乘法拟合系数值:

$$\sigma^2(\tau) = \sum_{n=-2}^2 C_n \tau^n. \quad (10)$$

然后,画出 Allan 标准差 $\sigma(\tau)$ 与相关时间 τ 之间的双对数曲线,如图 3 所示,实线和虚线分别对应原始漂移曲线及改进阈值滤波后的 Allan 标准差曲线。

表 1 滤波前后各噪声源的误差系数

Table 1 Coefficients of different noise sources before and after filtering

Noise coefficients	Original drift data	Implied threshold filtering	Adjusted threshold filtering
Quantization noise (μrad)	6.4794	5.5695	0.3598
Angular random walk /[($^\circ$)/h $^{1/2}$]	0.0032	0.0024	1.2×10^{-4}
Bias instability /[($^\circ$)/h]	0.0536	0.0426	3.7×10^{-3}
Rate random walk /[($^\circ$)/h $^{3/2}$]	2.3281	1.3802	0.1625
Rate ramp /[($^\circ$)/h 2]	1.2501	0.8030	0.0715

经过小波包滤波后,光纤陀螺的随机误差得到了较好地抑制,尤其是采用改进阈值滤波方法后,去噪效果更为明显。通过表 1 可以看出,采用默认阈值滤波方法去噪效果不是很明显;而采用改进阈值滤波方法后,光纤陀螺的各噪声源误差系数都得到了显著的降低,通过计算,量化噪声的误差系数下降为原来的 5.5502%,角度随机游走噪声系数下降为原来的 3.7514%,而零偏不稳定性噪声系数则下降为原来的 6.9120%。可见,本文提出的阈值改进方

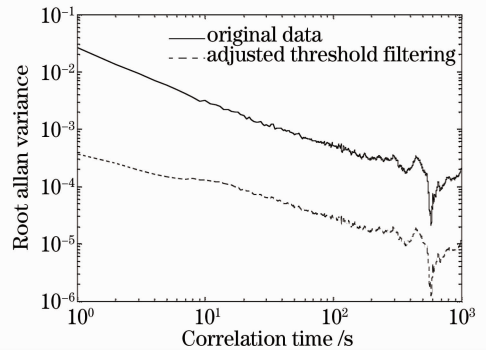


图 3 原始漂移数据及改进滤波结果的 Allan 方差曲线图

Fig. 3 Allan standard deviation curve before and after filtering

经过改进阈值滤波后,Allan 方差得到了明显的下降,从而降低了各噪声系数的值。对应的各噪声源的误差系数如表 1 所示。

案是可行的,能够在很大程度上改善滤波的效果。

5 结 论

在分析小波包滤波以及多分辨分析的原理的基础上,提出了改进的阈值滤波算法,并分别采用默认阈值滤波及改进阈值滤波两种方法,对光纤陀螺 VG951 的漂移信号进行了小波包去噪。利用 Allan 方差法和 PSD 方法验证滤波的效果,深入研究这两种方法在随机误差分析中的优缺点,包括两种方法

的理论分析及在实际应用中应该注意的问题,为随机误差的分析提供理论基础。根据 PSD 曲线及 Allan 方差的分析结果,证明改进的小波包滤波方法能够有效地减小光纤陀螺的随机噪声,从而大大提高光纤陀螺的测试精度。

利用改进的阈值方法对开环光纤陀螺仪 VG941 和石英挠性加速度计 JN-06A-01 的输出信号进行了滤波研究,均取得了较好的效果,说明本文提出的改进方法具有较好的普适性。该算法能够较好地应用于单个惯性仪器的输出信号去噪,然而对于该算法的实时性研究,需要在进一步的对准或导航过程中进行验证。

参 考 文 献

- Mi Jian, Zhang Chunxi, Li Zheng *et al.*. Effect of polarization interference on fiber optic gyro performance[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(8): 1140~1144
米 剑, 张春熹, 李 铮 等. 偏光干涉对光纤陀螺性能的影响[J]. *光学学报*, 2006, **26**(8): 1140~1144
- Zhang Xulin, Ma Huilian, Ding Chun *et al.*. Optical kerr effect in phase modulation spectroscopy resonator fiber optic gyro[J]. *Chinese J. Lasers*, 2006, **33**(6): 814~818
张旭琳, 马慧莲, 丁 纯 等. 谐振式光纤陀螺调谐检测技术中的光克尔效应[J]. *中国激光*, 2006, **33**(6): 814~818
- Yu Xiujuan, Liao Yanbiao, Zhang Min *et al.*. Kerr effect in an optical passive ring-resonator gyro using a hollow-core photonic band-gap fiber[J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(3): 430~435
于秀娟, 廖延彪, 张 敏 等. 谐振式空心光子带隙光纤陀螺中的光克尔效应[J]. *中国激光*, 2008, **35**(3): 430~435
- Li Ying, Chen Xinglin. Identification with ARMA model and its application to modeling of FOG drift[J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2008, **30**(9): 1752~1754
李 颖, 陈兴林. ARMA 模型辨识及其在光纤陀螺漂移建模中的应用[J]. *系统工程与电子技术*, 2008, **30**(9): 1752~1754
- Xu Fan, Ma Guangfu. Investigation on filter method of FOG drift data based on ARIMA model [J]. *Transducer and Microsystem Technologies*, 2007, **26**(2): 31~36
徐 帆, 马广富. 基于 ARIMA 模型的光纤陀螺随机漂移滤波方法研究[J]. *传感器与微系统*, 2007, **26**(2): 31~36
- Dang Shuwen, Tian Weifeng, Qian Feng. De-noising fractional noise in fiber optic gyroscopes based on lifting wavelet [J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(3): 625~629
党淑雯, 田蔚风, 钱 峰. 基于提升小波的光纤陀螺分形噪声滤波方法[J]. *中国激光*, 2009, **36**(3): 625~629
- Essam F. Sheta, Abdelkader Frendi. Wavelet-based adaptive multiresolution methodology for airframe noise prediction [C]. 11th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference (26th AIAA Aeroacoustics Conference), 2005. 23~25
- Naser El-Sheimy, Sameh Nassar, Ahoelmagd Noureldin. Wavelet de-noising for IMU alignment[J]. *IEEE Aerospace and Electronic Systems Magazine*, 2004, **19**(1): 32~39
- Peng Yunhui, Liu Yunfeng, Yao Xiaogang *et al.*. Denoising method for signal of the laser gyro based on wavelet packet analysis[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2007, **36**(6): 823~826
彭云辉, 刘云峰, 杨小冈 等. 基于小波包分析的激光陀螺信号滤波方法[J]. *红外与激光工程*, 2007, **36**(6): 823~826
- Walid Abdel Hamid. Accuracy Enhancement of Integrated MEMS-IMU/GPS Systems for Land Vehicular Navigation Applications[D]. Canada: University of Calgary, 2004. 12
- Zhu Yanqin, Yang Xianlin. Several new methods based on wavelet thresholding denoising[J]. *Electronic Test*, 2008, (2): 18~22
朱艳芹, 杨先麟. 几种基于小波阈值去噪的改进方法[J]. *电子测试*, 2008, (2): 18~22
- Wang Fang, Lu Shunchang. Improved algorithm for soft-hard thresholding denoising[J]. *Information Technology*, 2008, (6): 124~127
王 芳, 鲁顺昌. 小波软硬阈值去噪算法的研究及改进[J]. *信息技术*, 2008, (6): 124~127
- Duan Qing, Li Fengxiang, Tian Zhaolei. An improved method for wavelet thresholding signal denoising [J]. *Computer Simulation*, 2009, **26**(4): 348~351
段 青, 李凤祥, 田兆奎. 一种改进的小波阈值信号去噪方法[J]. *计算机仿真*, 2009, **26**(4): 348~351
- Jason J. Ford, Michael E. Evans. Online estimation of allan variance parameters[J]. *J. Guidance, Control and Dynamics*, 2000, **23**(6): 980~987
- Quang M. Lam, Nick Stamatakos, Craig Woodruff *et al.*. Gyro modeling and estimation of its random noise sources[C]. AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference and Exhibit, 2003. 1111~1114