

文章编号: 0253-2239(2010)07-2074-06

负折射率材料中强基频光条件下二次谐波转换效率的研究

周 城¹ 高艳侠² 梁志霞¹

(¹ 济南大学理学院, 山东 济南 250022
² 山东财政学院统计与数理学院, 山东 济南 250014)

摘要 研究了二次谐波(SHW)是负折射率而基频光是正折射率的材料中,影响二次谐波转换效率的因素。根据考虑了走离效应、相位失配和振幅缓变近似情况下的二次谐波的耦合波方程,推导出了二次谐波转换效率的严格解析表达式。采用数值计算的方法分别研究了相位失配量 Δk 、走离角 ρ 和基频光强对转换效率的影响。结果表明,当基频光强较小时,二次谐波的转换效率随着基频光强的增加而增大;随着走离角和相位失配量的增大而减小。基频光强较大时,随着负折射率材料的长度或基频光强的增加,二次谐波的转换效率呈现明显的周期性变化。负折射率材料长度对转换效率的影响与基频光强一样。

关键词 非线性光学;二次谐波的转换效率;数值计算;负折射率材料

中图分类号 O437.4 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20103007.2074

Research of Second-Harmonic Conversion Efficiency with High Intensity of Fundamental Frequency Light in Negative-Index Materials

Zhou Cheng¹ Gao Yanxia² Liang Zhixia¹

(¹ School of Science, University of Jinan, Jinan, Shandong 250022, China
² School of Statistic and Mathematics, Shandong University of Finance, Jinan, Shandong 250014, China)

Abstract In order to obtain influence parameters of second-harmonic wave (SHW) conversion efficiency for negative-index materials (NIM) of SHW and positive-index materials of fundamental frequency wave (FFW), the rigorous formulation of SHW conversion efficiency had been deduced on the basis of the coupled-wave equations under the conditions of taking account of walk-off effect, phase mismatching capacity, and the approximation of slow-varying amplitudes for plane wave. The effects of phase mismatching capacity (PMC), intensity of FFW, and walk-off angle of SHW were researched by numerical simulation respectively. Results showed that the conversion efficiency of SHW (CESHW) gradually increased via increasing the intensity of FFW and that the CESHW gradually decreased via increasing walk-off angle and phase mismatching capacity when the intensity of FFW were very small. However, when the intensity of FFW was much large, the CESHW would become obviously periodic evolution via increasing the intensity of FFW. This research would provide a basis for investigating nonlinear theory of negative-index materials. Besides, the length of NIM plays the same as the intensity of FFW in the process of SHW conversion.

Key words nonlinear optics; conversion efficiency of second-harmonic wave; numerical computation; negative-index materials

1 引言

负折射率材料(NIM)在某频率波段具有负的

介电常数和磁导率,因此具有负的折射率^[1~5]。在该种材料中,二次谐波(SHW)的研究已经引起了广

收稿日期: 2009-11-05; 收到修改稿日期: 2009-12-14

基金项目: 山东省教育厅科技计划(J08LI01)资助课题。

作者简介: 周 城(1974—),男,硕士,讲师,主要从事激光二极管抽运固体激光技术和非线性频率变换等方面的研究。

E-mail: cczhoucheng@sina.com

泛关注^[6]。Agranovich 等^[7]研究了负折射率/空气物质中二次谐波的产生,其中基频光在负折射率材料而倍频光在空气中,并且没有考虑相位匹配的影响。Alexander 等^[8]在未考虑介质吸收和相位失配,同时假定基频光强不变的情况下,推导出平板负折射率材料中平面二次谐波的解析表达式。Nadia 等^[9]在未考虑介质吸收和相位失配,同时假定光强不变的情况下,给出平面波耦合方程,采用数值计算的方法研究了平板负折射率/正折射率/负折射率物质体系中二次谐波的转换效率。Giuseppe 等^[10]在相位匹配和忽略二次谐波吸收的情况下,采用数值模拟的方法,研究了正负折射率材料相互交替排列的平板体系中(类似于周期性结构)二次谐波的转换效率。Popov 等^[11]研究了无损耗、相位匹配条件下负折射率材料中二次谐波的耦合波方程和能量转换效率。陈亮等^[12]根据电磁场理论,推导了无耗、相位匹配条件下非线性左手材料中二次谐波的耦合波方程和能量转换过程。Vito 等^[13]研究了负折射率材料中二次谐波产生时走离效应的影响。Zhou 等^[14]在假定基频光强不变,同时考虑二次谐波吸收和相位失配的情况下,研究了二次谐波的转换效率。但是在这些研究中,都忽略了基频光光强的变化或相位失配的影响,即都是在低转换效率下,研究负折射率材料中二次谐波的转换效率,二次谐波产生的过程中相位匹配条件是很难满足的^[15]。

本文推导出了在二次谐波是负折射率而基频光是正折射率材料中,二次谐波的耦合波方程。其中考虑了基频光强变化和相位失配的情况,并考虑了平面波振幅缓变近似。根据该方程推导出二次谐波转换效率的解析式,并采用数值计算的方法分别研究了相位失配量 Δk 、走离角 ρ 和基频光强对转换效率的影响。

2 理论模型

设频率为 ω 、电场振幅为 \mathbf{E}_ω 、磁场振幅为 \mathbf{H}_ω 的基频光处在负折射率材料的正折射率范围($\epsilon_\omega > 0$, $\mu_\omega > 0$)内,频率为 2ω 、电场振幅为 $\mathbf{E}_{2\omega}$ 、磁场振幅为 $\mathbf{H}_{2\omega}$ 的倍频光处在负折射率范围($\epsilon_{2\omega} < 0$, $\mu_{2\omega} < 0$)内。电场 \mathbf{E} 、磁场 \mathbf{H} 和表示电磁波传播方向的波矢 \mathbf{k} 三者之间的关系为

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0(\mathbf{r}) \exp[i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})], \quad (1)$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{H}_0(\mathbf{r}) \exp[i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})], \quad (2)$$

$$\mathbf{k} \times \mathbf{H} = -\omega \epsilon \mathbf{E}, \quad \mathbf{k} \times \mathbf{E} = \omega \mu \mathbf{H},$$

$$\mathbf{S} = \frac{1}{2} \mathbf{E} \times \mathbf{H} = \frac{1}{2\omega\mu} (\mathbf{E} \times \mathbf{k} \times \mathbf{E}) = \frac{E^2}{2\omega\mu} \mathbf{k}. \quad (3)$$

根据(1)式和(2)式,相速度与波矢 \mathbf{k} 的方向一致且 $v = \frac{\mathbf{k}}{k} \frac{c}{n}$;根据(3)式光场的能流方向 \mathbf{S} 与波矢 \mathbf{k} 的方向是否一致,取决于 μ 的正负。对于基频光而言,处在正折射率范围内,所以 μ 取正值,所以相速度、能流方向 \mathbf{S} 与波矢 \mathbf{k} 的方向一致;对于倍频光而言,处在负折射率范围内,所以 μ 取负值,所以能流方向 \mathbf{S} 与波矢 \mathbf{k} 的方向相反,如图 1 所示。

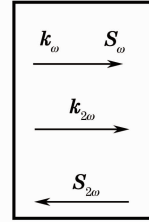


图 1 左手材料中二次谐波产生的方向

Fig. 1 Direction of the SHG in NIM

$$\text{令 } \mathbf{E}_i = E_i \mathbf{e}_i, \quad (i = \omega, 2\omega).$$

式中 \mathbf{e}_i 为光的偏振方向。按照文献[15,16]的方法,在振幅慢变近似下,得到二次谐波转换的耦合波方程为

$$\frac{dE_\omega(z)}{dz} = \frac{i\omega}{cn_\omega} d_{\text{eff}} E_{2\omega}(z) E_\omega^*(z) \exp(i\Delta kz), \quad (4)$$

$$\frac{dE_{2\omega}(z)}{dz} = -\frac{i\omega \cos^2 \rho}{c |n_{2\omega}|} d_{\text{eff}} E_\omega^2(z) \exp(-i\Delta kz), \quad (5)$$

式中 $E_\omega(z)$ 和 $E_{2\omega}(z)$ 分别是基频光和倍频光的复振幅, n_ω 和 $n_{2\omega}$ 分别是基频光和倍频光的折射率, d_{eff} 为有效非线性系数, Δk 是相位失配, c 是真空中光的传播速度。由于基频光的光强很大,所以基频光在负折射率材料中向倍频光转换时,基频光的振幅是随传播距离 z 的变化而变化。因此,在耦合波方程中 $E_\omega(z)$ 不能作为常量来处理。

由于 $E_\omega(z)$ 和 $E_{2\omega}(z)$ 分别是基频光和倍频光的复振幅,则可将二者改写为

$$E_\omega(z) = A_\omega(z) \sqrt{\frac{2I}{n_\omega c \epsilon_0}} \exp[i\phi_\omega(z)], \quad (6)$$

$$E_{2\omega}(z) = A_{2\omega}(z) \sqrt{\frac{2I}{|n_{2\omega}| c \epsilon_0}} \exp[i\phi_{2\omega}(z)], \quad (7)$$

式中

$$A_\omega(z) = \sqrt{\frac{I_\omega(z)}{I}} = \sqrt{\frac{n_\omega c \epsilon_0}{2I}} |E_\omega(z)|,$$

$$A_{2\omega}(z) = \sqrt{\frac{I_{2\omega}(z)}{I}} = \sqrt{\frac{n_{2\omega} c \epsilon_0}{2I}} |E_{2\omega}(z)|,$$

$$I_\omega(z) = 1/2n_\omega \epsilon_0 c |E_\omega(z)|^2 \text{ 和}$$

$$I_{2\omega}(z) = 1/2 |n_{2\omega}| \epsilon_0 c |E_{2\omega}(z)|^2$$

分别为基频光和倍频光的光强。由于忽略基频光和倍频光的损耗,所以总能量守恒,即

$$I = I_{\omega}(0) + I_{2\omega}(0) = I_{\omega}(z) + I_{2\omega}(z). \quad (8)$$

将(6)式和(7)式分别代入(4)式和(5)式得

$$\frac{dA_{\omega}(t)}{dt} = A_{2\omega}(t)A_{\omega}(t)\sin\theta(t), \quad (9)$$

$$\frac{d\phi_{\omega}(t)}{dt} = A_{2\omega}(t)\cos\theta(t), \quad (10)$$

$$\frac{dA_{2\omega}(t)}{dt} = A_{\omega}^2(t)\sin\theta(t)\cos^2\rho, \quad (11)$$

$$\frac{d\phi_{2\omega}(t)}{dt} = -\frac{A_{\omega}^2(t)}{A_{2\omega}(t)}\cos\theta(t)\cos^2\rho, \quad (12)$$

式中

$$t = \sqrt{\frac{8\pi^2 d_{\text{eff}}^2 I}{\lambda_{\omega}^2 n_{\omega}^2 |n_{2\omega}| c \epsilon_0}} z, \quad (13)$$

$$\theta(z) = 2\phi_{\omega}(z) - \phi_{2\omega} - \Delta k z, \quad (14)$$

(14)式两边对 t 求导,并将(10),(12)式代入,得

$$\frac{d\theta(t)}{dt} = \frac{\cos\theta(t)}{\sin\theta(t)} \frac{d\{\ln[A_{\omega}^2(t)A_{2\omega}(t)]\}}{dt} - \Delta s, \quad (15)$$

$$\text{式中 } \Delta s = \Delta k \left(\frac{8\pi^2 d_{\text{eff}}^2 I}{\lambda_{\omega}^2 n_{\omega}^2 |n_{2\omega}| c \epsilon_0} \right)^{-1/2}.$$

由(15)式得

$$\frac{d\{\ln[A_{\omega}^2(t)A_{2\omega}(t)\cos\theta(t)]\}}{dt} = \frac{\sin(t)}{\cos(t)} \Delta s. \quad (16)$$

$$(16)\text{式的解为 } \cos\theta(t) = \frac{\Delta s}{2\cos^2\rho} \frac{A_{2\omega}(t)}{A_{\omega}(t)}, \text{ 则}$$

$$\sin\theta(t) = \pm \sqrt{1 - \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta s}{\cos^2\rho} \right)^2 \left[\frac{A_{2\omega}(t)}{A_{\omega}(t)} \right]^2}. \quad (17)$$

根据(8)式得

$$A_{\omega}^2 + A_{2\omega}^2 = 1. \quad (18)$$

将(17),(18)式代入式(11)得

$$\frac{dA_{2\omega}(t)}{dt} = \pm \sqrt{[1 - A_{2\omega}^2(t)]^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta s}{\cos^2\rho} \right)^2 A_{2\omega}^2(t)},$$

考虑到在负折射率材料中倍频光的增大,所以取正号,并假设倍频光的初始光强为零,则

$$t = \int_0^{A_{2\omega}(t)} \frac{dA_{2\omega}(t)}{\sqrt{[1 - A_{2\omega}^2(t)]^2 - \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta s}{\cos^2\rho} \right)^2 A_{2\omega}^2(t)}}. \quad (19)$$

式中分母中两个根分别为 A_1 和 A_2 ,且 $A_1^2 > A_2^2$,则

$$A_1 = \frac{\Delta s}{4\cos^2\rho} + \sqrt{1 + \left(\frac{\Delta s}{4\cos^2\rho} \right)^2},$$

$$A_2 = -\frac{\Delta s}{4\cos^2\rho} + \sqrt{1 + \left(\frac{\Delta s}{4\cos^2\rho} \right)^2}.$$

令 $X = \frac{A_{2\omega}(t)}{A_2}$, $k = \frac{A_2}{A_1}$, $U = A_1 t$, 则(19)式变为

$$U = \int_0^X \frac{dX}{\sqrt{(1-X^2)(1-kX^2)}}.$$

其反函数为

$$X = \text{sn}U, \quad (20)$$

式中 $\text{sn}U$ 是雅可比椭圆函数。

在基频光和倍频光光斑面积相等的情况下,二次谐波的转换效率为

$$\eta = \frac{P_{2\omega}}{P_{\omega}} = \frac{I_{2\omega}}{I_{\omega}}, \quad (21)$$

即

$$\eta = A_{2\omega}^2(t) = XA_2. \quad (22)$$

3 参量带宽

根据文献[12]取 $\lambda = 1 \times 10^{-5}$ m, $d_{\text{eff}} = 1 \times 10^{-12}$ m/V, $n_{\omega} = 0.41$, $n_{2\omega} = -0.64$ 。

3.1 相位匹配参数对转换效率的影响

为了便于分析负折射率材料的长度对转换效率的影响,取基频光强度为 $I = 1 \times 10^{14}$ W/m²,倍频光的走离角 $\alpha = 0$ 。在负折射率材料的长度较短时,二次谐波的转换效率随着负折射率材料长度的增大而增大,随着相位失配量的增大而减小,如图 2(a)所示。当负折射率材料的长度较长时,对于某一确定的相位失配量 Δk ,转换效率随介质长度的增加呈周期性变化,如图 2(b)所示。在一个周期内,与转换效率极大值相对应的介质长度称为最佳长度,与转换效率极小值相对应的介质长度称为最低长度。随着相位失配量 Δk 的增大,最佳长度和最低长度的值都将减小,即周期将减小。随着介质长度的增加,对于不同相位失配量的最佳长度或最低长度值间隔将增大。

3.2 走离角对转换效率的影响

为了便于分析负折射率材料的走离效应对转换效率的影响,取基频光强度为 $I = 1 \times 10^{14}$ W/m²,相位失配量为 $\Delta k = 0.0001$ rad。在负折射率材料的长度较短时,二次谐波的转换效率随着负折射率材料长度的增大而增大,随着走离角的增大没有明显变化,如图 3(a)所示。当负折射率材料的长度较长时,对于某一确定的走离角 α ,二次谐波的转换效率随介质长度的增加呈周期性变化,如图 3(b)所示。在一个周期内,与转换效率极大值相对应的介质长度称为最佳长度,与转换效率极小值相对应的介质长度称为最低长度。随着走离角 α 的增大,最佳长度和最低长度的值都将减小,即周期将减小。随着

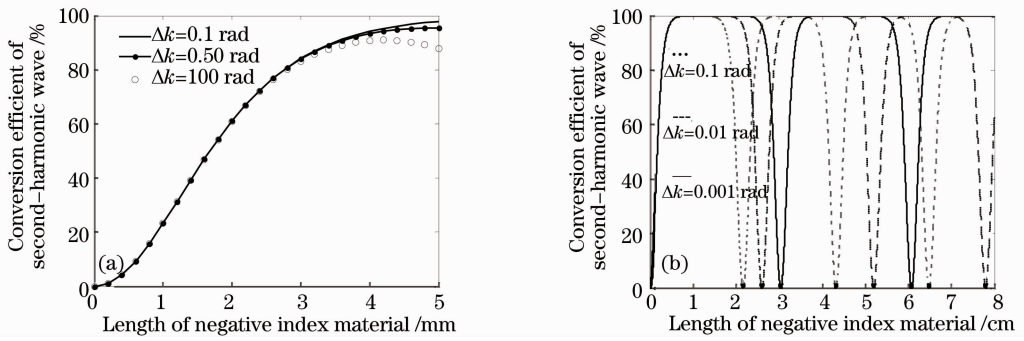


图 2 不同失配量下二次谐波转换效率随负折射率材料长度的变化曲线。(a)长度短;(b)长度较长

Fig. 2 Curves of the CESHW versus the length of the NIM with different phase mismatching capacities. (a) length of NIM is short; (b) length of NIM is longer

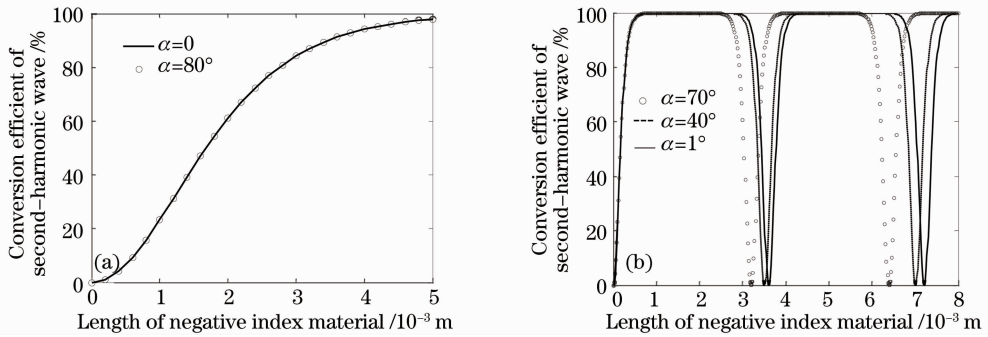


图 3 不同走离角下二次谐波转换效率随负折射率材料长度的变化曲线。(a)长度短;(b)长度较长

Fig. 3 Curves of the CESHW versus the length of the NIM with different walk-off angles. (a) length of NIM is short; (b) length of NIM is longer

介质长度的增加,对于不同走离角的最佳长度或最低长度值间隔将增大。

3.3 入射基频光的光强对转换效率的影响

为了便于分析基频光的光强对转换效率的影响,分为不同相位失配量和不同走离角两种情况。对于不同相位失配量下,取介质长度为 4 cm,走离角为零。在基频光强度较小时,二次谐波的转换效率随着基频光强度的增加而增加,随着相位失配度 Δk 的增大而减小,如图 4(a)所示。当基频光强度

较强时,对于某一确定的相位失配度 Δk ,二次谐波的转换效率随基频光强度的增加呈周期性变化,如图 4(b)所示。在一个周期内,与转换效率极大值相对应的基频光强度称为最佳基频光强,与转换效率极小值相对应的基频光强称为最低基频光强。随着相位失配度 Δk 的增大,最佳基频光强和最低基频光强的值都将减小,即周期将减小。随着基频光强的增加,对于不同相位失配度的最佳基频光强或最低基频光强间隔将增大。对于不同走离角下,取介

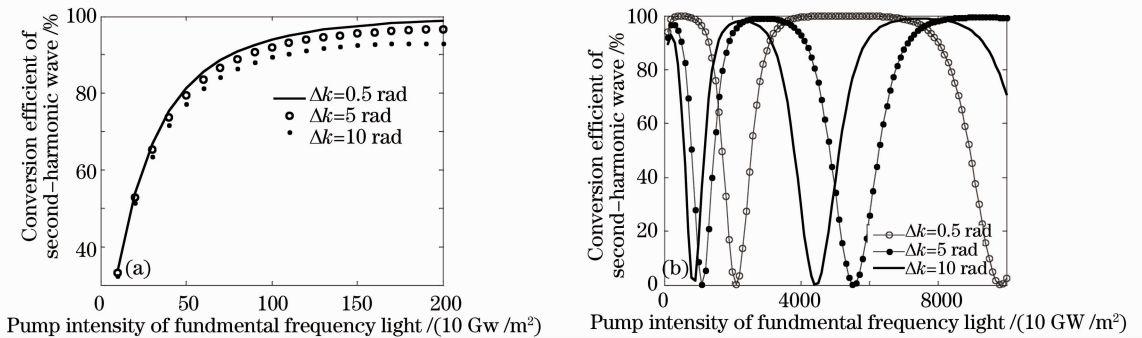


图 4 不同相位失配度下二次谐波转换效率随基频光强的变化曲线。(a)光强较小;(b)光强较大

Fig. 4 Curves of the CESHW versus the intensity of the FFW with different phase mismatching capacities. (a) light intensity is low; (b) light intensity is high

质长度为 6 cm, 相位失配量为 1 rad。在基频光强度较小时, 二次谐波的转换效率随着基频光强度的增加而增加, 随着走离角 α 的增大而减小, 如图 5(a) 所示。当基频光强度较强时, 对于某一确定的走离角 α , 二次谐波的转换效率随基频光强度的增加呈周期性变化,

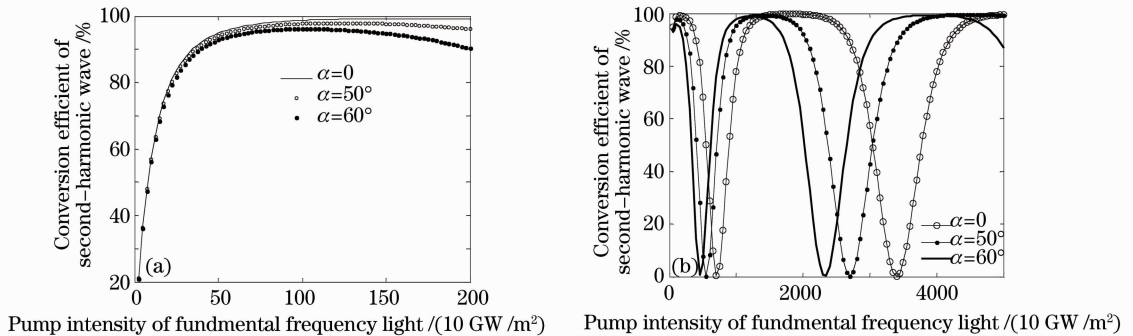


图 5 不同走离角下二次谐波转换效率随基频光强的变化曲线。(a) 光强较小; (b) 光强较大

Fig. 5 Curves of the CESHW versus the intensity of the FFW with different walk-off angles. (a) light intensity is low; (b) light intensity is high

4 结 论

在考虑走离效应和相位失配的情况下, 推导出平面波振幅缓变近似下, 二次谐波的耦合波方程。根据该方程推导出二次谐波转换效率的严格解析表达式。最后采用数值计算的方法分别研究了相位失配量 Δk 、走离角 ρ 和基频光强度对转换效率的影响。结果表明, 负折射率材料的长度或基频光强较小时, 二次谐波的转换效率随着负折射率材料的长度或基频光强的增加而增大; 随着走离角和相位失配量的增大而减小。负折射率材料的长度或基频光强较大时, 随着负折射率材料的长度或基频光强的增加, 二次谐波的转换效率呈现明显的周期性变化; 对于不同走离角或相位失配量, 最佳长度和最佳基频光强的间隔将明显增大。随着走离角和相位失配量的增大, 二次谐波的转换效率周期明显减小并且最佳长度和最佳基频光强也明显减小。这就是说, 对于给定的基频光强, 要想得到光强最大的二次谐波, 必须选择长度恰当的负折射率材料并不是长度越长获得的二次谐波越强; 对于给定负折射率材料的长度, 要想得到光强最大的二次谐波, 必须选择适当的基频光强度并不是基频光强度越大获得的二次谐波越强。

参 考 文 献

1 Qiuguo Wang, Bojun Yang, Lan Zhang *et al.*. Experiment study of wavelength conversion in a dispersion-flattened photonic crystal fiber[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2007, **5**(9): 538~539

如图 5(b) 所示。随着走离角 α 的增大, 最佳基频光强和最低基频光强的值都将减小, 即周期将减小。随着基频光强的增加, 对于不同走离角的最佳基频光强或最低基频光强间隔将增大。

2 Dong Haixia, Jiang Haitao, Yang Chengquan *et al.*. Theoretical simulation and transmission properties of one-dimensional photonic quantum-well structure containing defect layers with negative refractive index[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(12): 2245~2249

董海霞, 江海涛, 杨成全等. 含负折射率缺陷的光量子阱的透射特性及理论模拟[J]. *光学学报*, 2007, **27**(12): 2245~2249

3 Hu Yonghua, Fu Xiquan, Wen Shuangchun *et al.*. (3+1)-dimensional nonlinear propagation equation for ultrashort pulsed beam in left-handed material[J]. *Chinese Physics*, 2006, **15**(12): 2970~2976

4 Koray Aydin, Zhaofeng Li, Levent Sahin *et al.*. Negative phase advance in polarization independent, multi-layer negative-index metamaterials[J]. *Opt. Express*, 2008, **16**(12): 8835~8844

5 Wen Shuangchun, Dai Xiaoyu, Xiang Yuanjiang. Research advances in nonlinear optics of metamaterials[J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(6): 803~810

文双春, 戴小玉, 项元江. 超常介质非线性光学研究进展[J]. *中国激光*, 2008, **35**(6): 803~810

6 M. W. Klein, M. Wegener. Experiments on second- and third-harmonic generation from magnetic metamaterials [J]. *Opt. Express*, 2007, **15**(8): 5238~5247

7 V. M. Agranovich, Y. R. Shen, R. H. Baughman *et al.*. Linear and nonlinear wave propagation in negative refraction metamaterials[J]. *Phys. Rev. B*, 2004, **69**(16): 165112

8 A. Z. Alexander, A. Z. Nina, V. S. Ilya *et al.*. Subwavelength imaging with opaque nonlinear left-handed lenses [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2005, **87**(1): 091104

9 M. Nadia, D. A. Giuseppe, M. J. Bloemer *et al.*. Second harmonic generation from a positive-negative index material heterostructure[J]. *Phys. Rev. E*, 2005, **72**(6): 066612

10 D. A. Giuseppe, M. Nadia, M. Scalora *et al.*. Second-harmonic generation at angular incidence in a negative-positive index photonic band-gap structure[J]. *Phys. Rev. E*, 2006, **74**(2): 026608

11 A. K. Popov, V. M. Shalaev. Negative-index metamaterials: second-harmonic generation, Manley-Rowe relations and parametric amplification[J]. *Appl. Phys. B*, 2006, **84**(1-2): 131~137

- 12 Chen Liang, Liang Changhong, Dang Xiaojie. Second-harmonic generation in nonlinear left-handed metamaterials [J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, **56**(11): 6398~6402
陈 亮, 梁昌洪, 党晓杰. 非线性左手材料中的二次谐波[J]. *物理学报*, 2007, **56**(11): 6398~6402
- 13 V. Roppo, M. Centini, C. Sibilia *et al.*. Role of phase matching in pulsed second-harmonic generation: walk-off and phase-locked twin pulses in negative-index media [J]. *Phys. Rev. A*, 2007, **76**(3): 033829
- 14 Zhou Cheng, Gao Yanxia, Wang Peiji *et al.*. Theoretical analysis of second-harmonic conversion efficiency in negative-index materials [J]. *Acta Physica Sinica*, 2009, **58**(2): 914~918
周 城, 高艳侠, 王培吉 等. 负折射率材料中二次谐波转换效率的理论分析[J]. *物理学报*, 2009, **58**(2): 914~918
- 15 Michael Scalora, Giuseppe D'Aguzzo, Mark Bloener *et al.*. Dynamics of short pulses and phase matched second harmonic generation negative index materials [J]. *Opt. Express*, 2006, **14**(11): 4746~4756
- 16 Zhou Cheng, Gao Yanxia, Wang Peiji. Analysis of second-harmonic conversion efficiency by type I phase matching in uniaxial crystals [J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2008, **20**(1): 83~86
周 城, 高艳侠, 王培吉. 单轴晶体 I 类相位匹配时的转换效率分析[J]. *强激光与粒子束*, 2008, **20**(1): 83~86