

文章编号: 0253-2239(2010)06-1835-06

# 从白光干涉曲线获取光学薄膜反射相位和物理厚度的新算法

罗震岳 薛 晖 张淑娜 沈伟东\* 顾培夫 章岳光

(浙江大学现代光学仪器国家重点实验室, 浙江 杭州 310027)

**摘要** 设计了一套迈克耳孙白光干涉仪系统用于测量光学薄膜的反射相位,并由此反推单层薄膜的物理厚度。为补偿传统算法获取相位所存在的误差,提出一种新算法,以线性拟合结果作为初始猜想,采用多变量优化拟合总光程差曲线得到光学薄膜的相位。通过数值模拟的方式论证了理论上的可行性和高计算精度。采用多变量优化的手段进行处理实际测试的一组单层 TiO<sub>2</sub> 薄膜,所得物理厚度值与传统的光度法测试反演结果非常吻合。该测试系统和处理算法为快速精确测量光学薄膜厚度提供了一种新的解决方案。

**关键词** 光学薄膜;白光干涉术;反射相位;频域分析;优化理论

中图分类号 O436.1 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS20103006.1835

## Novel Algorithm for Retrieve Thin Film Reflection Phase and Physical Thickness from White-Light Interferometry

Luo Zhenyue Xue Hui Zhang Shuna Shen Weidong Gu Peifu Zhang Yueguang

(State Key Laboratory of Modern Optical Instrumentation, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China)

**Abstract** White-light spectral interferometer for measuring physical thickness and reflection phase of thin film is designed. A novel algorithm is also presented to compensate the phase retrieval error in traditional signal processing method. Exact reflection phase is retrieved via a multiple variable optimization algorithm, and the result of linear fit is used as the initial guess. Numerical simulation is performed to demonstrate theoretical availability and high precision of the algorithm. A group of single layer TiO<sub>2</sub> thin films are measured and processed with this method, and the retrieved physical thickness results fit the results by photometry very well. The system and algorithm presented provide a new way for fast measurement of thin film thickness.

**Key words** optical thin film; white light interferometry; reflection phase; spectrum analysis; optimization theory

### 1 引 言

物理厚度是光学薄膜的基本参数,快速而精确地测试薄膜物理厚度在工业生产中具有重要的意义<sup>[1]</sup>。尤其是近年来随着微光机电系统等微加工技术的发展,经常需要在高低起伏的基板(patterned substrate)上沉积薄膜,因此需要发展一种基于表面轮廓测量的白光干涉仪<sup>[2]</sup>来进行薄膜厚度测试。此外,具有特殊相位特性的光学薄膜<sup>[3]</sup>也在近几年得

到了广泛的重视,被用于相衬显微镜<sup>[4]</sup>、精密干涉系统<sup>[5]</sup>等领域,精确测试光学薄膜的反射相位成为一个亟需解决的问题。频域白光干涉方法为以上问题提供了一种新的解决途径。

频域白光干涉方法近些年被广泛用于测试微距<sup>[6]</sup>、块状材料的色散曲线<sup>[7]</sup>以及光学薄膜的群延迟色散<sup>[8]</sup>。在之前的工作中,搭建了一套白光迈克耳孙干涉系统,并且通过线性拟合的办法得到了光

收稿日期: 2009-06-10; 收到修改稿日期: 2009-09-09

基金项目: 国家自然科学基金(60708013, 60608014)资助课题。

作者简介: 罗震岳(1986—),男,硕士研究生,主要从事光学色散补偿薄膜方面的研究。E-mail: surpassluo@hotmail.com

导师简介: 顾培夫(1944—),男,教授,主要从事光学薄膜方面的研究。E-mail: peifugu@zju.edu.cn

\* 通信联系人。E-mail: adongs@hotmail.com

学薄膜的反射相位<sup>[9]</sup>,然而这种算法忽略了薄膜相位本身的线性部分,使得测试相位与真实值存在差异,为解决这一问题,提出了一种新算法,以线性拟合结果作为初始猜想,采用多变量优化拟合总光程差曲线,从而得到更接近真实情况的反射相位曲线。同时针对单层薄膜,还可以由测试得到的相位曲线反演出薄膜厚度。本文提出的系统和处理算法为快速而精确测量薄膜厚度提供了一种新的解决方案。

## 2 算法的基本理论

图 1 所示为搭建的白光干涉系统基本示意图。白光干涉测试光源发出的光线经由准直透镜准直后入射到分光棱镜中,并经由分光棱镜分成两束,一束入射至参考镜,其中参考镜镀铝膜,其相位可忽略不

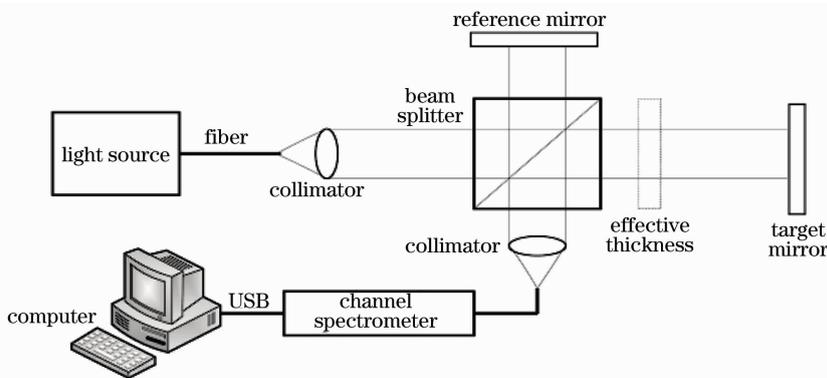


图 1 迈克耳孙干涉仪示意图

Fig. 1 Experimental setup of a Michelson interferometer

系统总的光程差  $\Delta(\lambda)$  包含三部分:1)干涉系统两臂之间的光程差  $L$ ;2)实际使用时分光棱镜两侧的几何厚度不一致产生的光程差,这可用一个等效厚度  $T_{ef}$  表示;3)光在薄膜表面多次干涉形成的等效光程差,这一光程差与薄膜的反射相位  $\varphi(\lambda)$  有关。因此  $\Delta(\lambda)$  可表示为

$$\Delta(\lambda) = 2L + 2n_{bs}T_{ef} + \varphi(\lambda)\lambda/2\pi, \quad (3)$$

由此可见,要想得到光学薄膜的反射相位,就必须从总的光程差中去掉  $L$  和  $T_{ef}$  的影响,这也正是数据处理上的重点和难点。在之前的工作中,提出了一种线性拟合的计算方法<sup>[9]</sup>。在(3)式中, $L$  和  $T_{ef}$  为常数, $\varphi(\lambda)$  为非线性项,假若忽略第三项薄膜的影响,那么  $\Delta(\lambda)$  可以看作是随分光棱镜的折射率  $n_{bs}$  变化的线性函数,由此可以采用线性拟合的方法来确定  $L$  和  $T_{ef}$  以及(2)式中的干涉级次  $m$ 。对于在预设范围内的每一个  $m$ ,使用最小二乘法来线性拟合  $\Delta(\lambda)$  与  $n_{bs}$ ,寻找使其两者具有最小拟合误差的  $m$  值,即为实际的干涉级次,而最终拟合所得曲线的

计,另一束入射至待测样品。两束光线经过反射再次通过分光棱镜后发生干涉,最后耦合进光纤并被 USB4000 光纤光谱仪(Ocean Optics)接收。接收到的干涉信号可以表示为

$$I(\lambda) = I_0(\lambda) \left\{ 1 + V(\lambda) \cos \left[ \frac{2\pi}{\lambda} \Delta(\lambda) \right] \right\}, \quad (1)$$

式中  $V(\lambda)$  为系统的对比度函数, $\Delta(\lambda)$  是两臂的光程差,干涉强度信号本身携带了相位信息,是由系统中总的光程差造成的。该相位可以通过傅里叶变换的手段得到<sup>[6]</sup>,所得结果包含了  $2m\pi$  的不确定度( $m$  是干涉级次),总的相位可以表示为

$$\varphi_{total}(\lambda) = \varphi_{unwrapped}(\lambda) + 2m\pi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta(\lambda). \quad (2)$$

斜率和截距分别就对应  $T_{ef}$  和  $L$ 。在总光程差中减去这两项的影响,就可以得到待测薄膜的相位。

这种线性拟合算法计算速度非常快,但在实际的数据处理中发现,测试所得到的光学薄膜相位与理论上的相位有一定差距<sup>[9]</sup>,出现这部分误差是由于忽略了光学薄膜反射相位对线性拟合的影响。为说明这一现象,模拟了光在厚度 300 nm 的单层  $TiO_2$  薄膜上反射产生的等效光程,并对分束棱镜 BK7 玻璃的色散曲线  $n_{bs}$  线性拟合,如图 2 所示。得到截距和斜率分别为  $-3.2152 \mu m$  和  $3.0674 \mu m$ 。可见薄膜产生的光程差与分束棱镜折射率存在一定的线性关系,在线性拟合中如果忽略这一影响,所得到的  $L$  和  $T_{ef}$  就会偏离正确值。实际上,在线性拟合方法中得到的薄膜相位是光学薄膜相位中与分束镜折射率  $n_{bs}$  线性无关的那一部分,而无法得到薄膜相位中的线性部分。

为了解决线性拟合算法的不足,针对单层薄膜,提出了一种基于多变量优化的新算法。同时将干涉

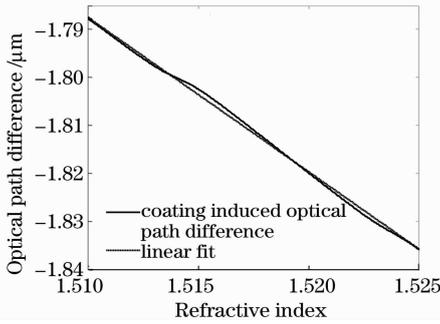


图2 光学薄膜引起的等效光程差与分束镜折射率的变化关系

Fig. 2 Relation between equivalent optical path difference induced by thin film and refractive index of the beam splitter  
级次  $m$ , 两臂光程差  $L$ , 分光棱镜非对称性产生的  $T_{ef}$  以及单层薄膜厚度  $d$  设为优化变量, 拟合总的光程差曲线, 评价函数为

$$X^2(L, T_{ef}, d, m) = \sum_{i=1}^N [\Delta_{cal}(\lambda_i, L, T_{ef}, d) - \Delta_{measure}(\lambda_i, m)]^2, \quad (4)$$

式中

$$\Delta_{cal}(\lambda_i, L, T_{ef}, d) = 2L + 2n_{bs}T_{ef} + \varphi(\lambda)\lambda/2\pi, \quad (5)$$

$$\Delta_{measure}(\lambda_i, m) = \varphi_{unwrapped}(\lambda)\lambda/2\pi + 2m\lambda. \quad (6)$$

(5)式中  $\varphi(\lambda)$  是薄膜的反射相位, 可通过光学薄膜传输矩阵计算得到<sup>[11]</sup>, 每次计算时带入一组优化变量, 当评价函数值最小的时候, 理论计算得到的光程差曲线最接近测试得到的光程差曲线, 也就找到了真实的  $L$  和  $T_{ef}$ , 在总光程差中减去这两项的影响, 就得到了光学薄膜的反射相位曲线。整体的

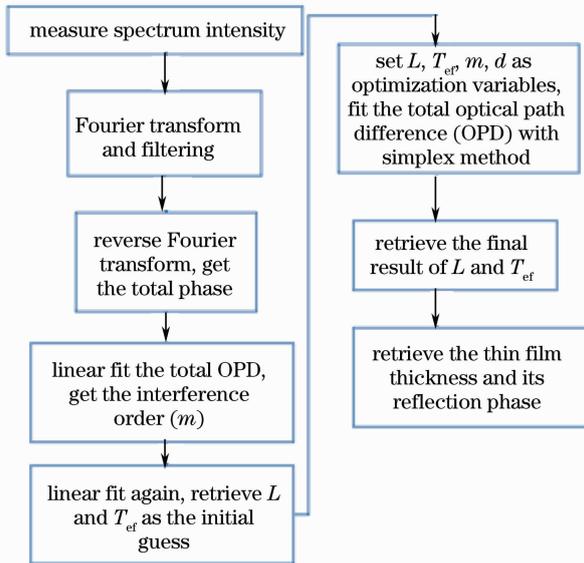


图3 获取光学薄膜反射相位的算法流程图

Fig. 3 Flow chart of the retrieval algorithm of optical thin film's reflection phase

算法流程如图3所示。

为加快优化的速度,在实际操作时,将线性拟合得到的  $L, T_{ef}$  以及干涉级次  $m$  作为优化的初始猜想,并且限定干涉级次  $m$  在线性拟合得到的级次附近  $\pm 5$  级以内变化,在这附近作局部搜索,优化算法采用单纯形方法,一般几十个循环就可以找到评价函数的最小值点。

### 3 数值模拟与验证

为了进一步说明这种计算方法的具体流程,并验证其可靠性和计算精度,模拟了以下情况下的干涉强度曲线:两臂光程差  $L = 100 \mu\text{m}$ , 分束棱镜(BK7)非对称引起的等效厚度  $T_{ef} = -100 \mu\text{m}$ , 一臂物理厚度为  $300 \text{ nm}$  的单层  $\text{TiO}_2$  薄膜,另一臂放置相位变化可忽略不计的铝反射镜, BK7 与薄膜的色散曲线都采用标准的色散关系式<sup>[10]</sup>。将模拟得到的干涉频谱强度曲线作为假想的测试数据,由此出发计算光学薄膜引起的反射相位,考察与理论值的差别,从而确定方法的可靠性。

图4显示了得到薄膜相位的处理流程。对于图4(a)得到的干涉频谱强度分布曲线,将其做傅里叶变换到波数域,从图4(b)可以看到波数域上的信号包含两部分,其中低频项是由随波长缓慢变化的背景强度引起的,高频项是由于干涉强度曲线快速变化引起的,这一变化来自于不同波长光所经历的不同光程差,通过加窗函数滤波的方式滤出该高频项,并作傅里叶反变换就可以得到总相位曲线,如图4(c)所示。进一步根据(2)式得到总的光程差曲线,并对其作线性拟合就可以得到初始猜想的  $L$  和  $T_{ef}$ 。在此基础上采用单纯形方法进一步优化就得到最终的  $L$  和  $T_{ef}$ 。表1比较了采用线性拟合和多变量优化得到的结果,可以看出,由于薄膜反射相位的影响,使得线性拟合得到  $L, T_{ef}$  都与理论值有较大偏差,而采用多变量优化则可以得到正确的  $L$  和  $T_{ef}$ , 并且修正了干涉级次。图5中比较了理论反射相位曲线和由测试计算得到的相位曲线,可以看出,线性拟合得到的相位曲线虽然基本形状与理论曲线保持一致,但是存在比较明显的偏差,而由多变量优化得到的曲线则与理论曲线吻合的非常好。仅仅在两侧短波长和长波长处有一些偏差,这部分主要来源于傅里叶变换时造成的误差,可以采用短时傅里叶变换或锁相环算法来消除<sup>[4]</sup>。数值模拟的结果表明,多变量优化的算法是有效的,在相位反演精度方面远高于简单的线性拟合方法。

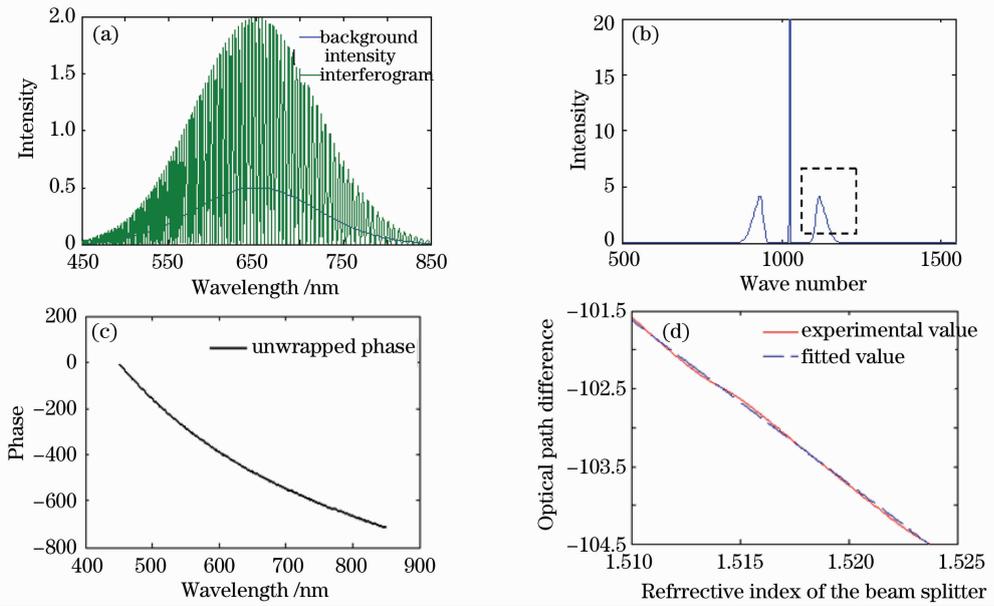


图 4 线性拟合的处理过程。(a)干涉得到的频谱强度分布;(b)傅里叶变换及滤波;(c)傅里叶反变换后得到的总相位;(d)对光程差进行线性拟合的效果

Fig. 4 Process of the linear fit, (a) intensity interferogram; (b) Fourier transform and filtering; (c) retrieved total phase after Fourier reverse transform; (d) optical path difference and its linear fit

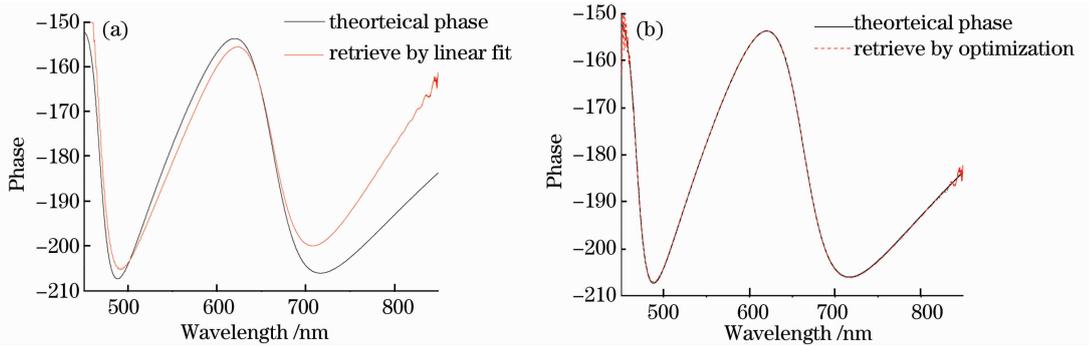


图 5 理论相位与采用不同方法得到的测试相位比较。(a)线性拟合;(b)多变量优化

Fig. 5 Comparison of theoretical phase with measured retrieved phase with different methods. (a) linear fit method; (b) multiple-variable optimization method

表 1 线性拟合和多变量优化得到的数据与理论值的比较  
Table 1 Comparison of theoretical data with retrieved data got by linear fit method and multiple-variable optimization method

	$L / \mu\text{m}$	$T_{\text{ef}} / \mu\text{m}$	Interference order
Linear fit	108.4	-105.4511	-233
Optimization	100.0337	-100.0222	-234
Theoretical value	100	-100	-

## 4 实验与分析

为了验证在实际测试中各种误差对最后得到的反射相位的影响,在清洗干净的玻璃基板上采用电子束蒸发的方法制备三块不同厚度的  $\text{TiO}_2$  薄膜作为待

测样品进行实验,对光纤光谱仪记录的频谱干涉强度作频谱分析得到总相位,然后分别采用两种方法去解相位并由此确定薄膜物理厚度。1)采用线性拟合的办法得到  $L, T_{\text{ef}}$  和反射相位曲线,通过调整厚度  $d$  使得理论计算的薄膜相位曲线最接近测试曲线,由此得到光学薄膜的物理厚度。2)在线性拟合得到初始猜想之后,将  $L, T_{\text{ef}}, m, d$  带入做多变量优化,最终得到相位曲线和薄膜物理厚度。两种方法处理后得到的相位曲线如图 6 所示,可以清楚地看到,对于三种不同的样品,多变量优化所得到的相位曲线与理论曲线都拟合的更好。同时通过对比不同厚度薄膜的测试结果可见,当薄膜物理厚度  $d$  相比于  $L, T_{\text{ef}}$  的比例越大时,薄膜相位对总光程的影响就越显著,多变量优化的效果就更优于线性拟合的结果。

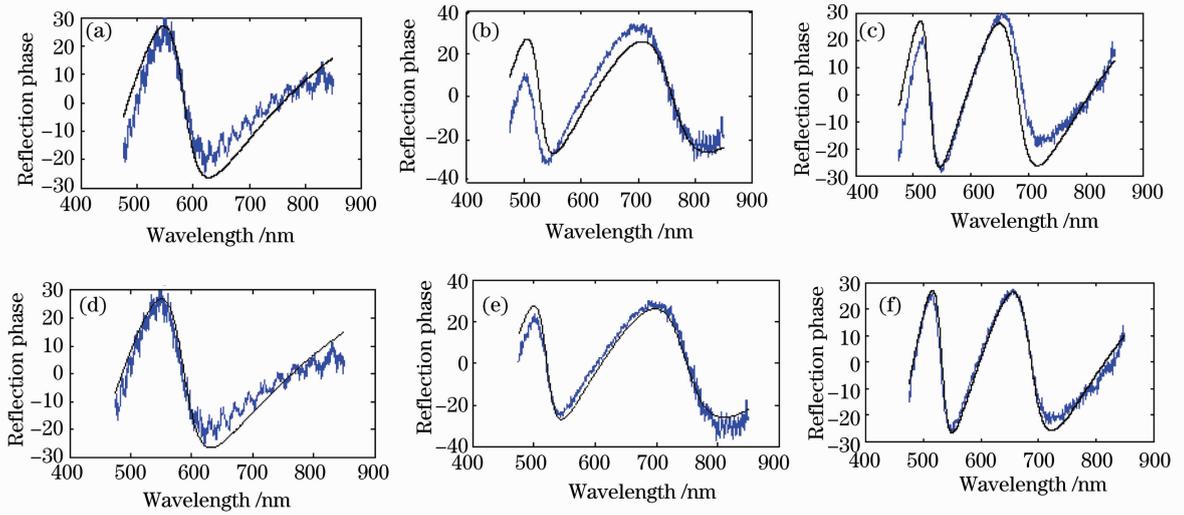


图 6 线性拟合(a)~(c)和多变量优化(d)~(f)算法得到光学薄膜反射相位比较

Fig. 6 Comparison of retrieved phase with that got by linear fit method (a)~(c) and by multiple-variable optimization method (d)~(f)

为了进一步验证何种方法所得的厚度更加接近正确值,采用光度法测试薄膜透射率,进而反演得到这三块光学薄膜的厚度<sup>[11]</sup>。光度法反演光学薄膜厚度的方法发展比较成熟,可以此作为薄膜可靠的实际厚度值。表 2 中对比了白光干涉得到的物理厚度与光度法反演得到的结果。可以看到对于这三块薄膜,多变量优化得到的物理厚度与光度法均更为

接近,且差值小于 2 nm,说明多变量优化得到的厚度非常接近真实值,因此其得到的相位也更为可信。同时,这结果还提供了一种快速测量薄膜厚度的新方法,在已知单层薄膜色散曲线的前提下,采用所提供的测量装置和处理算法可以快速得到光学薄膜的物理厚度。

表 2 各种方法得到的数据比较

Table 2 Comparison of the retrieved results with different method

Sample	Thickness $d_0$ /nm	Method	$L/\mu\text{m}$	$T_{ef}/\mu\text{m}$	$d/\text{nm}$	$\Delta d/\text{nm}$	Merit value $/10^4$
1	264	Linear fit	525.1	-375.2	261	3	4.25
		Optimization	525.9	-375.7	262.8	1.2	3.05
2	364.5	Linear fit	-205.3	105.5	362.1	2.4	1.12
		Optimization	-202.9	103.9	363.5	1	2.2
3	461.1	Linear fit	-186.3	104.6	465.2	4.1	5.03
		Optimization	-184.8	103.7	462.5	1.4	1.04

## 5 结 论

提出了一种基于白光干涉理论的测量光学薄膜反射相位和物理厚度的新算法。相比于传统的线性拟合方法,具有更好的相位反演精度。基于这种算法还可以反演出单层薄膜的物理厚度,从而为快速测量薄膜厚度给出了一种新的解决方案。与其他传统的光学方法相比,更为简单方便。

## 参 考 文 献

1 Xue Hui, Shen Weidong, Gu Peifu *et al.*. Thickness measurement of thin film based on white-light spectral interferometry [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29** (7): 1877~1880

薛 晖,沈伟东,顾培夫等. 基于白光干涉的光学薄膜物理厚度测量方法[J]. *光学学报*, 2009, **29**(7): 1877~1880  
 2 J. Schwider, L. Zhou. Dispersive interferometric profilometer [J]. *Opt. Lett.*, 1994, **19**(13): 995~997  
 3 A. V. Tikhonravov, P. W. Baumeister, K. V. Popov. Phase properties of multilayers [J]. *Appl. Opt.*, 1997, **36** (19): 4382~4392  
 4 Frédéric Lemaquis, Pierre Riaud. Thin-film achromatic phase shifters for nulling interferometry: design approach [J]. *Appl. Opt.*, 2003, **42**(34): 6919~6928  
 5 K. K. Shih, D. B. Dove. Thin film materials for the preparation of attenuating phase shift masks [J]. *J. Vac. Sci. Technol. B*, 1994, **12**(1): 32~36  
 6 Ki-Nam Joo, Seung-Woo Kim. Absolute distance measurement by dispersive interferometry using a femtosecond pulse laser [J]. *Opt. Express*, 2006, **14**(13): 5954~5960  
 7 V. N. Kumar, D. N. Rao. Using interference in the frequency

- domain for precise determination of the thickness and refractive indices of normal dispersive materials [J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1995, **12**(9): 1559~1563
- 8 Yuqiang Deng, Weijian Yang, Chun Zhou *et al.*. Wavelet-transform analysis for group delay extraction of white light spectral interferograms [J]. *Opt. Express*, 2009, **17**(8): 6038~6043
- 9 Xue Hui, Shen Weidong, Gu Peifu *et al.*. Measurement of absolute phase shift on reflection of thin films using white-light spectral interferometry [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2009, **7**(5): 446~448
- 10 P. Hlubina, J. Luňáček, D. Ciprian *et al.*. Windowed Fourier transform applied in the wavelength domain to process the spectral interference signals [J]. *Opt. Commun.*, 2008, **281**(9): 2349~2354
- 11 Shen Weidong, Liu Xu, Ye Hui *et al.*. A new Method for determination of the optical constants and thickness of thin film [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(7): 885~889  
沈伟东, 刘旭, 叶辉等. 确定薄膜厚度和光学常数的一种新方法[J]. *光学学报*, 2004, **24**(7): 885~889
- 12 P. Hlubina. White-light spectral interferometry to measure the effective thickness of optical elements of known dispersion [J]. *Acta Physica Slovaca*, 2005, **55**(4): 387~393
- 13 U. Schnell, E. Zimmermann, R. Dändliker. Absolute distance measurement with synchronously sampled white-light channelled spectrum interferometry pure [J]. *Appl. Opt.*, 1995, **4**(5): 643~651
- 14 E. D. Palik. Handbook of Optical Constants of Solids [M]. Orlando: Academic Press, 1995
- 15 H. A. Macleod. Thin-Films Optical Filters [M]. Institute of Physics Publishing, UK, 2001
- 16 Li Xinhong, Zhang Haijun, Zhang Dongxian. Quantitative phase imaging system with active phase stabilization based on white-light interferometry [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(7): 1279~1282  
李新弘, 章海军, 张冬仙. 基于白光干涉的自稳定定量相位成像系统[J]. *光学学报*, 2008, **28**(7): 1279~1282