

文章编号: 0253-2239(2010)06-1804-05

选择原子测量对光场量子特性的影响

卢道明

(武夷学院电子工程系, 福建 武夷山 354300)

摘要 考虑双模纠缠相干光场中, 其中一束光场注入腔中与一个级联型三能级原子发生共振相互作用的情况。采用数值计算方法, 研究了另一束腔外光场的压缩效应, 反聚束效应以及描述双模场相关性的 Cauchy-Schwartz 不等式等量子特性的演化规律。讨论了采用选择原子测量方法和纠缠光中参与原子相互作用的光场的强度对另一束腔外光场量子特性的影响。研究表明, 采用选择原子测量方法和选择参与相互作用的光场的强度, 可导致未参加相互作用的光场量子特性的明显增强。

关键词 量子光学; 选择原子测量; 级联三能级原子; 压缩效应; 反聚束效应; Cauchy-Schwartz 不等式

中图分类号 O431.2 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20103006.1804

Effect of Selective Atomic Measurement on Quantum Properties of Light Field

Lu Daoming

(Department of Electronic Engineering, Wuyi University, Wuyishan, Fujian 354300, China)

Abstract Considering two-mode entangled coherent light field, one mode of the field is poured into the cavity and interacts resonantly with a cascade three-level atom. The squeezing and antibunching effects of the light field outside of the cavity are investigated, and Cauchy-Schwartz inequality is discussed. The influences of the selective atomic measurement and the intensity of the coherent field which interacts with atom on squeezing and antibunching effects of the field outside of the cavity are also discussed. The results obtained by numerical calculations show that quantum properties of the field outside of the cavity can be strengthened through selective atomic measurement and selecting the intensity of the coherent field which interacts with atom.

Key words quantum optics; selective atomic measurement; cascade three-level atom; squeezing; antibunching effects; Cauchy-Schwartz inequality

1 引 言

光场的量子特性一直是量子光学研究的热点问题。尤其是光场的压缩效应, 它不仅反映了一类非经典特性, 而且在超标准量子极限的高精度光学测量、超低噪声通信、微弱信号检测及量子通信等领域有着广泛的应用前景, 因此对光场与原子相互作用系统中光场压缩效应等量子特性研究一直受到人们的普遍关注^[1~7]。1997 年 Gerry 等^[8]提出采用选择原子测量的方法可以加强光场的压缩效应。所谓选择原子测量方法, 就是先使原子与光场在演化过程中演化成纠缠态, 然后通过场电离技术, 测量经过相

互作用后的原子处于某一种状态, 同时场演化到特定的状态。最近, 吴怀志等^[9~13]分别研究了 Λ 型三能级原子和 K 介质 Jaynes-Cummings (J-C) 模型中, 采用选择原子测量的方法对场量子特性的影响。但涉及采用选择原子测量的方法研究原子与光场相互作用系统中, 大多集中在非纠缠光与原子相互作用方面, 而纠缠光与原子相互作用方面的研究少见报道。本文研究了纠缠相干态光场与级联型三能级原子相互作用系统中光场的量子特性, 讨论了进行原子选择性测量和参与相互作用光场强度对另一束光场量子特性的影响。

收稿日期: 2009-07-23; 收到修改稿日期: 2009-09-02

基金项目: 福建省自然科学基金(2008J0217)资助课题。

作者简介: 卢道明(1963—), 男, 硕士, 教授, 主要从事量子光学方面的研究。E-mail: daominglu79@hotmail.com

2 理论模型

考虑两束处于纠缠的相干光场

$$|\varphi_f\rangle = N_+ (|\alpha\rangle|\beta\rangle + |-\alpha\rangle|-\beta\rangle),$$

式中 $N_+ = 2 + 2\exp[-2(|\alpha|^2 + |\beta|^2)]$, 将光场 $|\beta\rangle$ 注入一个含有单个级联型三能级原子的腔中, 并与原子发生共振相互作用。原子的能级结构如图 1 所示, 原子的三个能级从上到下分别用 $|3\rangle, |2\rangle$ 和 $|1\rangle$ 表示。其中能级 $|3\rangle$ 与 $|1\rangle$ 之间的跃迁是禁戒的, $|3\rangle$ 与 $|2\rangle$ 和 $|2\rangle$ 与 $|1\rangle$ 之间的跃迁与光场 $|\beta\rangle$ 共振。在相互作用表象中, 描述光场与原子相互作用系统的哈密顿能量(取 $\hbar=1$), 在旋转波近似下可表示为

$$H_1 = g_1(b^+|2\rangle\langle 3| + b|3\rangle\langle 2|) + g_2(b^+|1\rangle\langle 2| + b|2\rangle\langle 1|), \quad (1)$$

式中 b^+, b 为光场 $|\beta\rangle$ 的产生算符和湮没算符, g_1, g_2 为光场与原子的耦合常数, 为简单起见, 取 $g_1 = g_2 = g$ 。设初始时刻, 原子处于激发态 $|3\rangle$, 辐射场处于纠缠的相干光场

$$|\varphi_f(0)\rangle = N_+ (|\alpha\rangle|\beta\rangle \pm |-\alpha\rangle|-\beta\rangle),$$

则系统初始时刻态矢可表示为

$$|\varphi(0)\rangle = |\varphi_a(0)\rangle|\varphi_f(0)\rangle = N_{\pm} (|\alpha\rangle|\beta\rangle|3\rangle + |-\alpha\rangle|-\beta\rangle|3\rangle) = \sum_{m,n=0}^{\infty} F(m,n) |m,n,3\rangle,$$

$$F(m,n) = N_+ \exp\left(-\frac{|\alpha|^2 + |\beta|^2}{2}\right) \times \frac{\alpha^m \beta^n}{\sqrt{m!n!}} [1 + (-1)^{m+n}], \quad (2)$$

式中 m, n 分别为光场 $|\alpha\rangle$ 和 $|\beta\rangle$ 的光子数。 $\alpha = \sqrt{m_0} \exp(i\varphi_1), \beta = \sqrt{n_0} \exp(i\varphi_2), m_0$ 和 n_0 为光场 $|\alpha\rangle$ 和 $|\beta\rangle$ 的初始平均光子数, φ_1, φ_2 为其相位角, 为简单起见, 设 $\varphi_1 = \varphi_2 = 0$ 。当 $t > 0$ 时, 由于原子与场相互作用, 系统态矢量将演变为

$$|\varphi(t)\rangle = \sum_{m,n=0}^{\infty} [A_{mm}(t) |m,n,3\rangle + B_{mm}(t) |m,n+1,2\rangle + C_{mm}(t) |m,n+2,1\rangle], \quad (3)$$

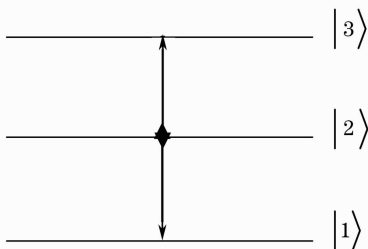


图 1 三能级原子的能级结构

Fig. 1 Energy-level structure of a three-level atom

态矢量的演化满足薛定谔方程

$$i \frac{\partial}{\partial t} |\varphi(t)\rangle = H_1 |\varphi(t)\rangle, \quad (4)$$

利用初始条件 $A_{mm}(0) = F(m,n), B_{mm}(0) = C_{mm}(0) = 0$, 求解(4)式可得

$$A_{mm}(t) = \left\{ \frac{n+2}{2n+3} + \frac{n+1}{2n+3} [\cos(\sqrt{2n+3}gt)] \right\} A_{mm}(0),$$

$$B_{mm}(t) = -i \sqrt{\frac{n+1}{2n+3}} [\sin(\sqrt{2n+3}gt)] A_{mm}(0),$$

$$C_{mm}(t) = \frac{\sqrt{(n+1)(n+2)}}{2n+3} [\cos(\sqrt{2n+3}gt) - 1] A_{mm}(0). \quad (5)$$

3 基于选择原子测量的光场的压缩效应

为了研究光场的压缩效应, 定义光场的两个正交分量

$$U_1 = \frac{1}{2}(a + a^+), \quad U_2 = \frac{1}{2i}(a - a^+), \quad (6)$$

式中 a^+, a 为光场 $|\alpha\rangle$ 的产生算符和湮没算符。它们满足对易关系和测不准关系

$$[U_1, U_2] = \frac{i}{2}, \quad \langle (\Delta U_1)^2 (\Delta U_2)^2 \rangle \geq \frac{1}{16}. \quad (7)$$

对于给定的状态, 若光场的 $U_j (j=1,2)$ 分量的涨落满足

$$(\Delta U_j)^2 = \langle U_j^2 \rangle - \langle U_j \rangle^2 < \frac{1}{4}, \quad (8)$$

则称光场的 $U_j (j=1,2)$ 分量被压缩。引入反映光场压缩程度的参量

$$F_j = (\Delta U_j)^2 - \frac{1}{4}, \quad j = 1, 2. \quad (9)$$

那么光场 $U_j (j=1,2)$ 分量的压缩条件为 $F_j < 0$

$$F_1 = 1/4 (\langle a^2 + a^{+2} \rangle + 2\langle a^+ a \rangle - \langle a + a^+ \rangle^2),$$

$$F_2 = 1/4 (-\langle a^2 + a^{+2} \rangle + 2\langle a^+ a \rangle + \langle a - a^+ \rangle^2). \quad (10)$$

利用(3), (5)和(10)式可计算出没有对原子进行选择测量时反映光场 $|\alpha\rangle$ 压缩程度的参量 F_j 随时间的演化, 以下各图中用实线表示。另一方面, 若利用场电离技术对从腔中出来的原子进行测量, 测得原子处于激发态 $|3\rangle$, 那么腔场塌缩到态

$$|\varphi(t)\rangle = N_c \sum_{m,n=0}^{\infty} A_{mm}(t) |m,n\rangle,$$

$$N_c = \sum_{m,n=0}^{\infty} |A_{mm}(t)|^2, \quad (11)$$

式中 N_c 为归一化常数。利用(3),(5)和(11)式可计算出对原子进行选择测量后处于去纠缠态的光场压缩参量 F_2 随时间的演化,以下各图中用虚线表示。为简单起见,只讨论 F_2 随时间的演化。取光场 $|\alpha\rangle$ 初始平均光子数平方根 $|\alpha| = 1$, 光场 $|\beta\rangle$ 初始平均光子数平方根 $|\beta|$ 分别取 0.5, 1, 2 和 4 时 F_2 随时间的演化如图 2 所示。从图 2 可见,采用选择原子测量方法,如图 2 中虚线所示,光场 U_2 分量交替出现压缩效应。随光场 $|\beta\rangle$ 强度的增大,振荡周期缩短,当

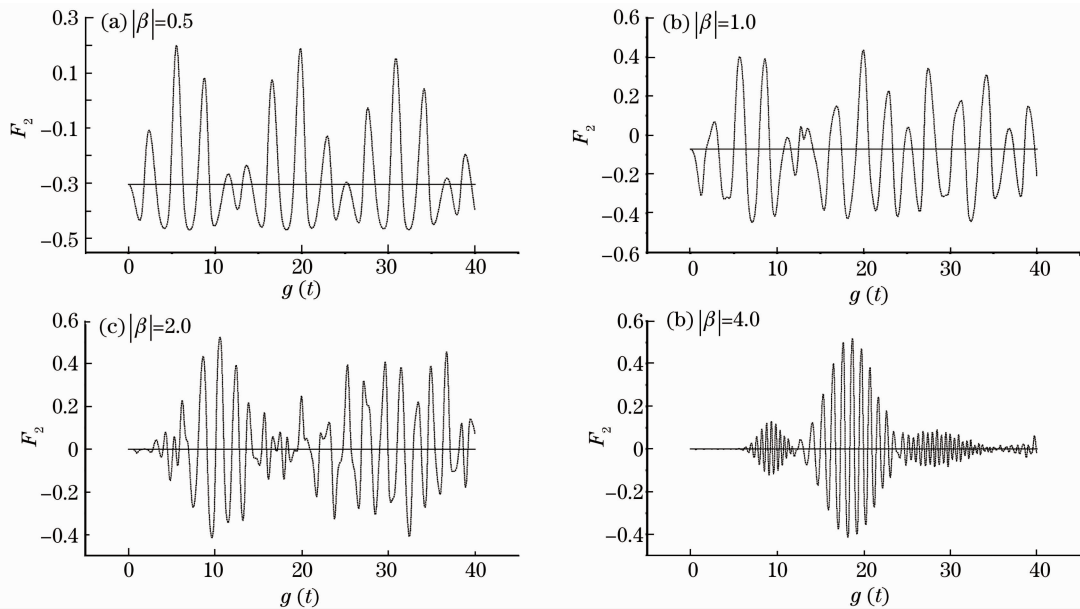


图 2 压缩参量 F_2 随时间的演化关系

Fig.2 Time evolution of squeezing parameter F_2

4 基于选择原子测量的光场反聚束效应

在量子理论中,描述单模光场的二阶关联函数定义为

$$g^2(t) = \frac{\langle a^{+2} a^2 \rangle}{\langle a^+ a \rangle^2} \tag{12}$$

定义 $G(t) = g^2(t) - 1$, 若 $G(t) < 0$, 则称光场呈现出反聚束效应。利用(3),(5),(11)和(12)式不难求出反映光场 $|\alpha\rangle$ 反聚束效应的二阶关联函数的演化。取光场 $|\alpha\rangle$ 初始平均光子数平方根 $|\alpha| = 1$, 光场 $|\beta\rangle$ 初始平均光子数平方根 $|\beta|$ 分别取 0.5, 1, 2 和 4 时, $G(t)$ 随时间的演化如图 3 所示。图中实线表示没有对原子进行选择测量时的计算结果, 虚线表示对原子进行选择测量后的计算结果。从图 3 可见, 若没有采用选择原子测量方法, 光场 $|\alpha\rangle$ 不出现反聚束效应; 采用选择原子测量方法可使光场出现反聚束效应, 并且随光场 $|\beta\rangle$ 强度的增大, 反聚束效应增强。另一方面, 随 $|\beta|$ 的增大 $G(t)$ 随时间的演化曲线

$|\beta|$ 大于一定值后 F_2 随时间的演化呈现出崩塌和回复效应。另一方面, 随光场 $|\beta\rangle$ 强度的增大, 无论是否采用选择原子测量方法, 曲线重心均上移, 表明压缩效应减弱。比较是否采用选择原子测量方法的计算结果, 可见采用选择原子测量方法, 光场 $|\alpha\rangle$ 的压缩深度加深, 压缩效应增强。可见采用选择原子测量方法和较弱的光场 $|\beta\rangle$ 可产生具有较强压缩效应的非经典光场。

重心下移, 振荡周期缩短, 反聚束效应深度加深, 当 $|\beta|$ 大于一定值后呈现出崩塌和回复效应。可见采用选择原子测量方法和选择合适的光场 $|\beta\rangle$ 强度以及选择合适的相互作用时间可产生具有较强反聚束效应的非经典光场。

5 Cauchy-Schwartz 不等式

对于双模场, Cauchy-Schwartz 不等式定义为

$$\langle a^+ ab^+ b \rangle^2 \leq \langle a^{+2} a^2 \rangle \langle b^{+2} b^2 \rangle, \tag{13}$$

为了反映对上式偏离的相对程度, 引入

$$I_0 = \frac{(\langle a^{+2} a^2 \rangle \langle b^{+2} b^2 \rangle)^{1/2}}{|\langle a^+ ab^+ b \rangle|} - 1. \tag{14}$$

若 $I_0 > 0$, 光场两模间的相关为经典相关, 若 $I_0 < 0$, 则 Cauchy-Schwartz 不等式不成立, 光场两模间的相关为非经典相关。取光场 $|\alpha\rangle$ 初始平均光子数平方根 $|\alpha| = 1$, 光场 $|\beta\rangle$ 初始平均光子数平方根 $|\beta|$ 分别取 0.5, 1, 2 和 4 时, I_0 随时间的演化如

图 4 所示。图中实线表示没有对原子进行选择测量时的计算结果,虚线表示对原子进行选择测量后的计算结果。从图 4 可见,当光场 $|\beta\rangle$ 较弱时,采用选择原子测量方法,对 Cauchy-Schwartz 不等式违背

影响不大,随光场 $|\beta\rangle$ 强度增大,采用选择原子测量方法可使光场 Cauchy-Schwartz 不等式违背增强,即光场两模间的非经典相关性增强。

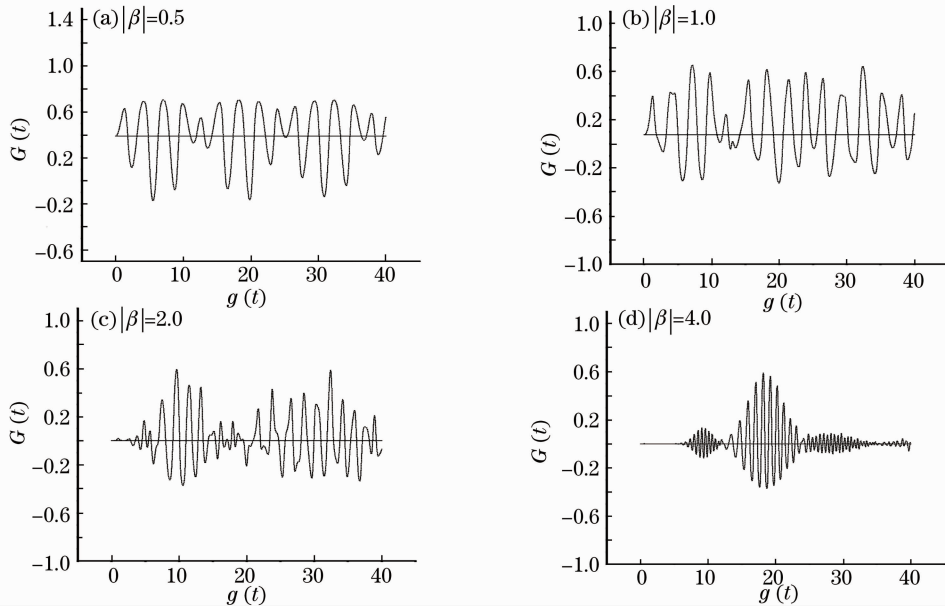


图 3 二阶关联函数 $G(t)$ 随时间的演化

Fig. 3 Time evolution of the second-order correlation function $G(t)$

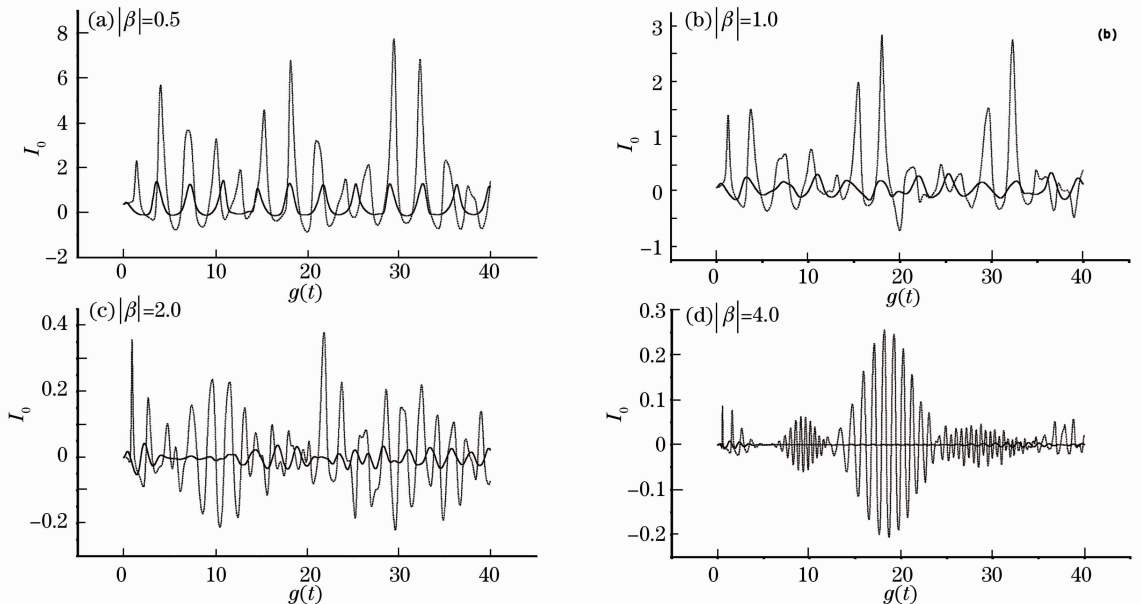


图 4 I_0 随时间的演化

Fig. 4 Time evolution of I_0

6 结 论

考虑将双模纠缠相干光场中一束光场注入腔中与一个级联型三能级原子发生共振相互作用的情况。研究了采用选择原子测量方法和参与相互作用的光场强度对腔外光场子的压缩效应和反聚束效应

以及描述双模场相关性的 Cauchy-Schwartz 不等式量子特性的影响。数值计算结果表明,采用选择原子测量方法,对经过相互作用的原子进行选择测量,可实现腔外光场压缩效应和反聚束效应的明显增强。参与相互作用的光场强度对未参加相互作用的

光场量子特性有明显影响,参与相互作用的光场强度较弱时对实现腔处光场压缩效应的增强有利,而参与相互作用的光场强度较强时对实现腔外光场反聚束效应的增强有利。

参 考 文 献

- 1 Ren Min, Qian Yan, Liu Zhengjun *et al.*. Entropic squeezing of the optical field in the two-photon Jaynes-Cummings model [J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(8): 1228~1234
任 珉, 钱 妍, 刘正君 等. 双光子 Jaynes-Cummings 模型中光场的熵压缩[J]. 中国激光, 2008, **35**(8): 1228~1234
- 2 Wang Xiaoguang, Yu Rongjin, Yu Hua. Antibunching effect in the time-dependent Jaynes-Cummings model [J]. *Acta Photonica Sinica*, 1998, **27**(4): 304~308
王晓光, 于荣金, 于 桦. 依赖于时间的 Jaynes-Cummings 模型中的反聚束效应[J]. 光子学报, 1998, **27**(4): 304~308
- 3 Tian Yonghong, Peng Jingshan. Dipole squeezing effects of a three-level cascade atom interacting with a correlated two-mode field [J]. *J. Atomic and Molecular Physics*, 2000, **17**(3): 481~487
田永红, 彭金生. 与关联双模辅助作用的级联三能级原子的偶极压缩效应[J]. 原子与分子物理学报, 2000, **17**(3): 481~487
- 4 Lu Daoming. Entropy evolution of the field in the system of the cascade three-level atom interacting with coherent state field [J]. *J. Atomic and Molecular Physics*, 2006, **23**(5): 911~914
卢道明. 级联三能级原子与相干光场相互作用的场熵演化[J]. 原子与分子物理学报, 2006, **23**(5): 911~914
- 5 Huang Chunjia, He Huiyong, Kong Fanzhi *et al.*. Evolution of the entropy of light field interacting with the V-type three-level atom via intensity-dependent coupling [J]. *Acta Physica Sinica*, 2004, **53**(8): 2539~2543
黄春佳, 贺慧勇, 孔凡志 等. 光场与 V 型三能级原子依赖强度耦合系统场熵的演化特性 [J]. 物理学报, 2004, **53**(8): 2539~2543
- 6 Wang Xiancai, Cao Zhuoliang. Photon antibunching effect in the system of two-mode entangled coherent states interacting with a moving V-type three-level atom [J]. *J. Atomic and Molecular Physics*, 2007, **24**(4): 785~788
汪贤才, 曹卓良. 双模光场与运动三能级原子作用系统的反聚束效应[J]. 原子与分子物理学报, 2007, **24**(4): 785~788
- 7 Zhang Shaowu, Shi Dufang. Photon antibunching in the interacting of a cascade three-level moving atom with field [J]. *Chinese J. Quant. Electron.*, 2003, **20**(4): 449~453
张少武, 是度芳. 级联三能级运动原子与单模场相互作用系统中光子的反聚束效应[J]. 量子电子学报, 2003, **20**(4): 449~453
- 8 C. C. Gerry, H. Ghosh. Squeezing enhancement in the Jaynes-Cummings model via selective atomic measurements [J]. *Phys. Lett. A*, 1997, **229**(1): 17~22
- 9 Wu Huaizhi, Su Wanjun. Nonclassical properties in the resonant interaction of a three level Λ -type atom with two-mode field in coherent state [J]. *Chinese Physics*, 2007, **16**(1): 106~110
- 10 Zhan Youbang, Zhou Ping. Properties of the field of the de-entangled state in the J-C model with Kerr-like medium [J]. *Chinese J. Quant. Electron.*, 1999, **16**(5): 398~405
詹佑邦, 周 平. K 介质中 J-C 模型去纠缠态的场性质[J]. 量子电子学报, 1999, **16**(5): 398~405
- 11 Ye Saiyun. Measurement induced enhancement of squeezing in nondegenerate two-photon Jaynes-Cummings model [J]. *Communications in Theoretical Physics*, 2006, **46**(6): 1065~1068
- 12 Su Wanjun, Zheng Xiaomeng, Zhong Zhirong. Nonclassical properties in two-mode field resonantly interacting with a three-level Ξ -type atom [J]. *Commun. Theoretical Physics*, 2007, **48**(4): 721~724
- 13 Zhou Yuan, Zhang Yingjie, Xia Yunjie. Remote control of quantum statistical properties of light field [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(6): 1122~1128
周 原, 张英杰, 夏云杰. 远程控制光场的量子统计性质[J]. 光学学报, 2007, **27**(6): 1122~1128