

文章编号: 0253-2239(2010)06-1651-05

改型 Sagnac 成像干涉仪的调制传递函数研究

唐远河 郭 挺 郜海阳

(西安理工大学理学院, 陕西 西安 710048)

摘要 为了提高改型超广角 Sagnac 成像干涉仪的成像质量, 研究其调制传递函数(MTF) f_{MTF} 。计算出改型 Sagnac 成像干涉仪入射光线的 5 个边界条件后, 给出其光瞳函数。根据傅里叶变换, 得到改型 Sagnac 成像干涉仪的调制传递函数的表达式。根据前期研究所优化出来的改型 Sagnac 成像干涉仪的相关参数, 绘制出 MTF 曲线, 得到奈奎斯特频率处的 $f_{\text{MTF}} = 0.62$ 。而上层大气风场探测的风成像干涉仪(WINDII)中的迈克耳孙成像干涉仪的 $f_{\text{MTF}} = 0.35$, 说明改型 Sagnac 成像干涉仪的成像质量更好。

关键词 光学成像; 光瞳函数; 调制传递函数; 改型 Sagnac 成像干涉仪

中图分类号 O438.2 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20103006.1651

Modulation Transfer Function of Modified Sagnac Imaging Interferometer

Tang Yuanhe GuoTing Gao Haiyang

(School of Science, Xi'an University of Technology, Xi'an, Shaanxi 710048, China)

Abstract In order to improve the imaging quality of modified super-widen-angle Sagnac imaging interferometer (SASI), the modulation transfer function (MTF) f_{MTF} is investigated. After calculating the five boundary conditions of incident ray of the modified SASI, its pupil function is given. Then, the expression of MTF of the modified SASI is deduced according to Fourier transform. Using the relevant parameters of optimized SASI, the curve of MTF is drawn and the result is $f_{\text{MTF}} = 0.62$ at Nyquist frequency. But the f_{MTF} of WINDII (Michelson imaging interferometer) which is used to measure the upper atmosphere wind field is 0.35. It shows that the SASI has a better imaging quality than WINDII.

Key words optical imaging; pupil function; modulation transfer function (MTF); modified Sagnac imaging interferometer

1 引 言

1991 年, NASA 发射的上层大气 (80~300 km) 研究卫星 UARS (Upper Atmospheric Research Satellite) 所携带的风成像干涉仪 (WINDII) 使用的是迈克耳孙成像干涉仪^[1]。2011 年将发射升空探测低层大气 (20~65 km) 的 SWIFT (Stratospheric Wind Interferometer For Transport studies) 与 WINDII 的探测原理相同^[2,3], 即利用压电陶瓷的微扫描产生 4 步进光程差而获得 4 个干涉强度值以实现多种极光 (气辉) 谱线的探测, 进而获得大气风场 (风速、温度和

体发射率等物理量)^[1]。该项技术已成功探测了大气风场, 但同时也显现出其航天环境下运动部件的抗震性能较差, 探测误差也不可避免^[4], 所以, 国际上一直在改进或研制其它成像干涉仪来探测上层大气风场^[5,6], 例如, WAMI (Waves Michelson Interferometer) 将迈克耳孙干涉仪的动镜加以固定并将镜面分 4 个区域分别镀反射膜实现 4 步进探测风场^[6]。改型 Sagnac 成像干涉仪也不含有动镜扫描部件, 而是利用自推扫探测风场的方式。改型 Sagnac 成像干涉仪具有超广角、大视场、消色差、热补偿、大光程差和高通

收稿日期: 2009-07-21; 收到修改稿日期: 2009-09-08

基金项目: 国家自然科学基金(10874138)、陕西省教育厅科学研究计划项目(09JK653)和西安理工大学联合基金(108-210920)资助课题。

作者简介: 唐远河(1965—), 女, 博士, 教授, 硕士生导师, 主要从事大气风场探测及成像探测器等方面研究。

E-mail: ltp1801@163.com

量等优点,是新型的大气风场探测干涉仪的发展方向之一^[7~11]。鉴于调制传递函数(MTF)是评判一个成像仪器的像质好坏的主要标准之一,所以研究了改型 Sagnac 成像干涉仪的 MTF。MTF 大小的结果,将直接为利用改型 Sagnac 成像干涉仪自推扫探测上层大气风场提供进一步的理论依据。

2 改型 Sagnac 成像干涉仪的光瞳函数

图 1 是改型 Sagnac 成像干涉仪示意图,它由两个直角梯形(另外两个角分别为 45° 与 135°)玻璃粘在一起, BF 面涂一层半透半反膜,左右玻璃的 HA, HG, ED, EF 边分别涂全反射膜,左右玻璃折射率分别为 n_1, n_2 。设左边玻璃边长 $HG = a, HA = d$; 右边玻璃边长 $FE = b, ED = e$; 左右玻璃的错位距离 $GF = c$ 。改型 Sagnac 干涉仪后透镜的焦平面上放置面阵 CCD 探测器。由于光线在一个平面内,玻璃厚度产生的影响已另有阐述^[9],因此本文未对厚度进行讨论。

为了求出改型 Sagnac 成像干涉仪的 MTF 值,首先需要求出改型 Sagnac 干涉仪的光瞳函数,即求出图 1 所示的入射光线在 AB 面上的范围。假设 AO 的长度为 x ,光线由 AB 面入射,因 BF 面涂一层半透半反膜,光线在 BF 上经反射和折射分别进入 n_1 和 n_2 玻璃,最后由 CD 面出射并发生干涉,经过透镜汇聚到 CCD 上,得到干涉条纹。

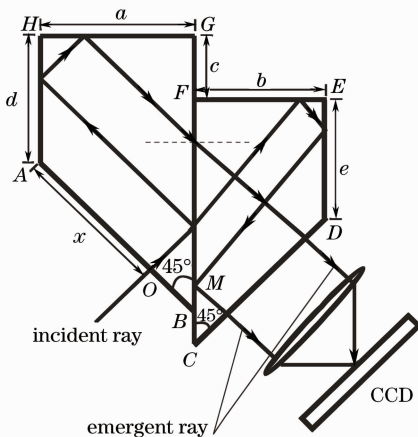


图 1 改型 Sagnac 成像干涉仪

Fig. 1 Modified Sagnac imaging interferometer

2.1 影响光瞳的约束条件

2.1.1 光线入射第 1 个边界条件

如图 2 所示,光线从 AB 面入射后必需入射到 BF 面上,故由 F 点向 AB 做垂线,令 $AO = x_1$,从图 2 可见,必有 $x > x_1$ 。通过计算 x_1 满足

$$a + c = d + \sqrt{2}x_1, \quad (1)$$

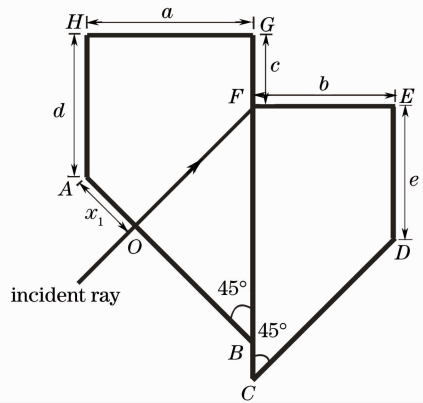


图 2 光线入射第 1 个边界条件

Fig. 2 First boundary condition of incident ray

得第一个约束条件:

$$x \geq x_1 = \frac{a + c - d}{\sqrt{2}}. \quad (2)$$

2.1.2 光线入射第 2 个边界条件

如图 3 所示,光线从 AB 面入射后,在 M 点经左边玻璃 3 次反射后从 F 点入射到 n_2 玻璃中,该情况下,设 AO 距离为 x_2 ,由图 3 可见需满足 $x < x_2$,且 x_2 满足的条件为 $\sqrt{2}x_2 + d = 2a + a - c$,则得第 2 个边界条件:

$$x \leq x_2 = \frac{3a - d - c}{\sqrt{2}}. \quad (3)$$

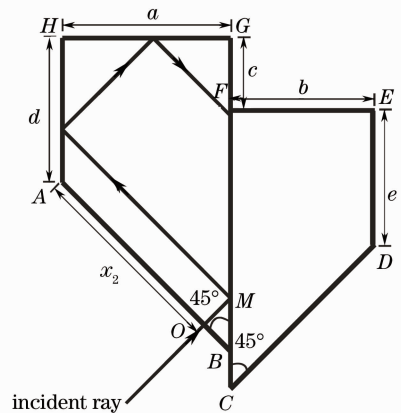


图 3 光线入射第 2 个边界条件

Fig. 3 Second boundary condition of incident ray

2.1.3 光线入射第 3 个边界条件

如图 4 所示,当光线由玻璃 n_1 进入玻璃 n_2 后,光线必须由 CD 边出射,假设在 BF 面上折射时,入射角为 θ_1 ,出射角为 θ_2 ,入射到玻璃 n_2 的光线与 ED 交点为 P ,且令 $EP = y$ 。由折射定律,有

$$\sin \theta_2 = \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_1 = \frac{\sqrt{2}n_1}{2n_2} = \frac{y}{\sqrt{y^2 + b^2}}. \quad (4)$$

对(4)式两边平方,整理得到第 3 个边界条件:

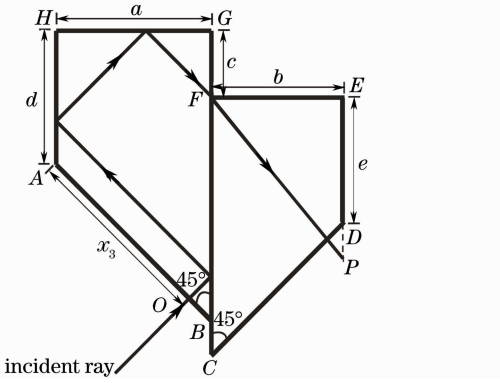


图 4 光线入射第 3 个边界条件

Fig. 4 Third boundary condition of incident ray

$$y = \frac{n_1 b}{\sqrt{2n_2^2 - n_1^2}} > e. \quad (5)$$

2.1.4 光线入射第 4 个边界条件

如图 5 所示, 光线在 BF 面上任一点由玻璃 n_1 入射到玻璃 n_2 中, 光线必须由右边玻璃 CD 边的 D 点出射. 设 $DE = e, EP = y$, 通过计算有

$$a - d + (2a - \sqrt{2}x) - c + y > e. \quad (6)$$

根据(5)式, 则

$$3a - d - c - \sqrt{2}x + \frac{n_1 b}{\sqrt{2n_2^2 - n_1^2}} > e. \quad (7)$$

可得第 4 个边界条件:

$$x < \frac{3a - c - d}{\sqrt{2}} + \frac{n_1 b / \sqrt{2n_2^2 - n_1^2}}{\sqrt{2}} - e. \quad (8)$$

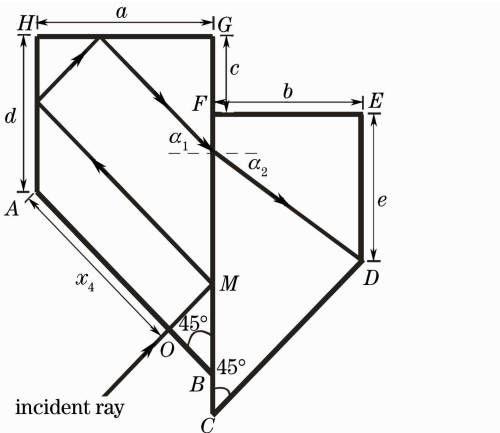


图 5 光线入射第 4 个边界条件

Fig. 5 Fourth boundary condition of incident ray

2.1.5 光线入射第 5 个边界条件

如图 6 所示, 在 BF 面折射到玻璃 n_2 的光线, 经 P, Q 两点后到达 B 点再反射时, 当 PQ 光线一定入射在 DE 面上, 这在(5)式中已经得到保证, 现考虑反射光线 QB 一定入射在 BF 上, 可以算出 $FN = \sqrt{2}x + d - a - c$, 则

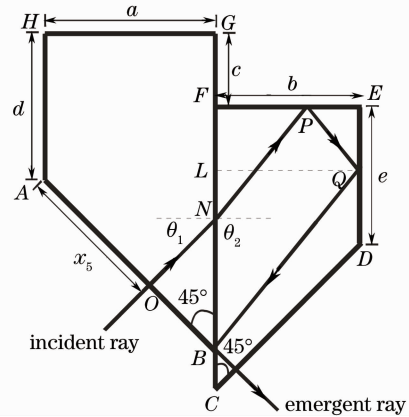


图 6 光线入射第 5 个边界条件

Fig. 6 Fifth boundary condition of incident ray

$$EQ = \frac{n_1}{\sqrt{2n_2^2 - n_1^2}} PE = \frac{n_1 b}{\sqrt{2n_2^2 - n_1^2}} - (\sqrt{2}x - a - c + d), \quad (9)$$

且

$$LB = \frac{n_1 b}{\sqrt{2n_2^2 - n_1^2}}. \quad (10)$$

故有

$$LB + EQ = \frac{2n_1 b}{\sqrt{2n_2^2 - n_1^2}} - (\sqrt{2}x - a - c + d) < a + d - c, \quad (11)$$

得到第 5 个边界条件:

$$x > \sqrt{2} \left(\frac{n_1 b}{\sqrt{2n_2^2 - n_1^2}} + c - d \right). \quad (12)$$

2.2 改型 Sagnac 成像干涉仪的光瞳函数

根据上述 5 种边界条件, 得到图 1 所示的改型 Sagnac 成像干涉仪入射光在 AB 面的 x 范围:

$$\frac{a + c - d}{\sqrt{2}} < x < \frac{3a - d - c}{\sqrt{2}}, \quad (13)$$

故 x 取值的长度为

$$\frac{3a - d - c}{\sqrt{2}} - \frac{a + c - d}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}(a - c). \quad (14)$$

这样就得到改型 Sagnac 成像干涉仪的光瞳函数:

$$P(x) = \text{rect} \left[\frac{x}{\sqrt{2}(a - c)} \right] = \begin{cases} 1 & \left(-\frac{a - c}{\sqrt{2}} < x < \frac{a - c}{\sqrt{2}} \right) \\ 0 & (\text{other}) \end{cases} \quad (15)$$

根据前期研究结果, 超广角、消色散、热补偿条件下优化出来的改型 Sagnac 成像干涉仪的左右两边玻璃 (ZBaF17 [n_1], QF14 [n_2]) 及尺寸 $a = 5.2812 \text{ cm}, b = 4.3552 \text{ cm}, c = 0.4872 \text{ cm}$ ^[7], 则其光

瞳函数如图 7 所示。

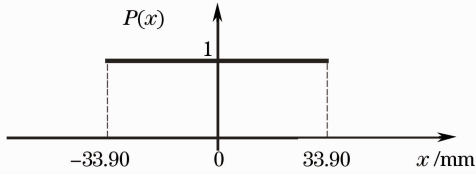


图 7 Sagnac 成像干涉仪的一维光瞳函数

Fig. 7 1D pupil function of Sagnac imaging interferometer

3 改型 Sagnac 成像干涉仪的 MTF

如图 1 所示的改型 Sagnac 成像干涉仪的 MTF f_{MTF} 需从 3 方面考虑, 即 Sagnac 干涉仪的 MTF f_{sag} , 透镜的 MTF f_{lens} 和 CCD 的 MTF f_{CCD} , 根据线性光学系统 MTF 的性质, 改型 Sagnac 成像干涉仪的 MTF 是这 3 个 MTF 的乘积:

$$f_{\text{MTF}}(\nu) = f_{\text{sag}}(\nu) \cdot f_{\text{lens}}(\nu) \cdot f_{\text{CCD}}(\nu). \quad (16)$$

3.1 改型 Sagnac 干涉仪的 MTF

根据衍射受限系统, 表征系统成像的点扩展函数仅决定于系统的光瞳函数, 它们的关系式为

$$\begin{aligned} \tilde{h}(x_i, y_i) = & \iint_{-\infty}^{\infty} P(\lambda d_i \tilde{x}, \lambda d_i \tilde{y}) \exp[-j2\pi(x_i \tilde{x} + y_i \tilde{y})] d\tilde{x} d\tilde{y} = \\ & \mathcal{F}\{P(\lambda d_i \tilde{x}, \lambda d_i \tilde{y})\}, \end{aligned} \quad (17)$$

式中 $\tilde{h}(x_i, y_i)$ 为点扩展函数, P 为光瞳函数, \mathcal{F} 为傅里叶变换, x, y 为空域坐标, λ 为波长. 衍射受限系统在相干照明下的相干传递函数为

$$\begin{aligned} H(f_x, f_y) = & \iint_{-\infty}^{\infty} \tilde{h}(x_i, y_i) \exp[-j2\pi(f_x x_i + f_y y_i)] dx_i dy_i, \end{aligned} \quad (18)$$

式中 f_x, f_y 为空间频率, 把(17)式代入(18)式得

$$H(f_x, f_y) = \mathcal{F}\{\tilde{h}(x_i, y_i)\} = \mathcal{F}\{\mathcal{F}\{P(\lambda d_i \tilde{x}, \lambda d_i \tilde{y})\}\} = P(-\lambda d_i f_x, -\lambda d_i f_y). \quad (19)$$

(19)式指出相干传递函数 $H(f_x, f_y)$ 即 MTF 就等于光瞳函数, 仅在空域坐标 x, y 和空间频率 f_x, f_y 之间存在着一定的坐标缩放关系. 根据衍射受限系统理论, 在光瞳内 MTF 值为 1, 在光瞳外 MTF 值为 0. 故改型 Sagnac 干涉仪的 f_{sag} 为矩形函数:

$$\begin{aligned} f_{\text{sag}}(\nu_x) = & \text{rect}\left[\frac{\lambda d_i f_x}{\sqrt{2}(a-c)}\right] = \\ & \begin{cases} 1 & [0 < \lambda d_i f_x < \sqrt{2}(a-c)] \\ 0 & (\text{other}) \end{cases}. \end{aligned} \quad (20)$$

将优化出来的改型 Sagnac 干涉仪尺寸: $a =$

5.2812 cm, $c = 0.4872 \text{ cm}$ ^[7], 入射极光 O(¹S) 的波长 $\lambda = 557.7 \text{ nm}$ 代入(20)式, 则改型 Sagnac 干涉仪的 MTF 为

$$\begin{aligned} f_{\text{sag}}(\nu_x) = & \text{rect}(0.002058 f_x) = \\ & \begin{cases} 1 & [0 < f_x < 486 \text{ (lp/mm)}] \\ 0 & (\text{other}) \end{cases}. \end{aligned} \quad (21)$$

3.2 透镜的 MTF

图 1 所示的改型 Sagnac 成像干涉仪系统中, 透镜的 MTF 与它的孔径大小有关, 孔径越大, MTF 值越大. 但是孔径越大的透镜, 制作难度越大, 因此必须选择合适的透镜孔径, 这些因素的考虑均在参考文献[9]中涉及到了. 影响透镜孔径的 MTF 因素有: 孔径的衍射效应和像差等. 透镜的 MTF f_{lens} 值一般由商家给出, 它是一个常数, 通常取其为 1.

3.3 CCD 探测器阵列的 MTF

CCD 采样过程分为像素积分和离散抽样过程, 对于线阵 CCD 来讲, 其像素积分过程可表示为

$$G(x) = E(x) \times \text{rect}(x/a), \quad (22)$$

式中 $E(x)$ 为一维照度分布函数, a 为像素尺寸.

当一个连续输出过程满足等晕条件且具有线性空间不变性时, 这一过程的 MTF f_{CCD} 为像素积分面的傅里叶变换的零频归一化的模, 通过计算, 即得 CCD 探测器阵列的 MTF 为 sinc 函数:

$$\begin{aligned} f_{\text{CCD}}(\nu_x) = & H_{\text{CCD}}(f_x) = \\ & \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \text{rect}(x/a) \exp(-j2\pi x f_x) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} \text{rect}(x/a) dx} = \text{sinc}(a f_x). \end{aligned} \quad (23)$$

3.4 改型 Sagnac 成像干涉仪的 MTF

综上所述, 改型 Sagnac 成像干涉仪的 MTF 为 Sagnac 干涉仪、会聚透镜和 CCD 的 MTF 的乘积:

$$\begin{aligned} f_{\text{MTF}}(\nu_x) = & f_{\text{lens}} \cdot \text{rect}\left(\frac{\lambda d_i f_x}{\sqrt{2}(a-c)}\right) \cdot \text{sinc}(a f_x) = \\ & \text{rect}(0.002508 f_x) \cdot \text{sinc}(0.013 f_x), \end{aligned} \quad (24)$$

式中 CCD 像素尺寸设其为 $a = 13 \mu\text{m}$.

根据(24)式, 作出 f_{MTF} 与 f_x 的关系曲线如图 8 所示, 由图可见, 奈奎斯特频率为 38 lp/mm, 此处的 $f_{\text{MTF}} = 0.62$. 对于成像系统而言, f_{MTF} 值越高, 表明该系统的分辨率越高. 对于改型 Sagnac 成像干涉仪, 在低频处 f_{MTF} 值大于 0.62, 表明它的成像质量令人满意. 人眼的对比度阈值大约为 0.02, 在 $f_{\text{MTF}} = 0.02$ 时, 光波空间截止频率为 78 lp/mm.

WINDII 是 1991 年发射升空成功探测上层大气风场的成像干涉仪, 其迈克尔孙成像干涉仪的

$f_{\text{MTF}} = 0.35^{[1]}$, 而计算的改型 Sagnac 成像干涉仪的 $f_{\text{MTF}} = 0.62$, 说明改型 Sagnac 成像干涉仪比

WINDII 的迈克耳孙成像干涉仪具有更高的成像质量, 能得到更加清晰的干涉成像图像。

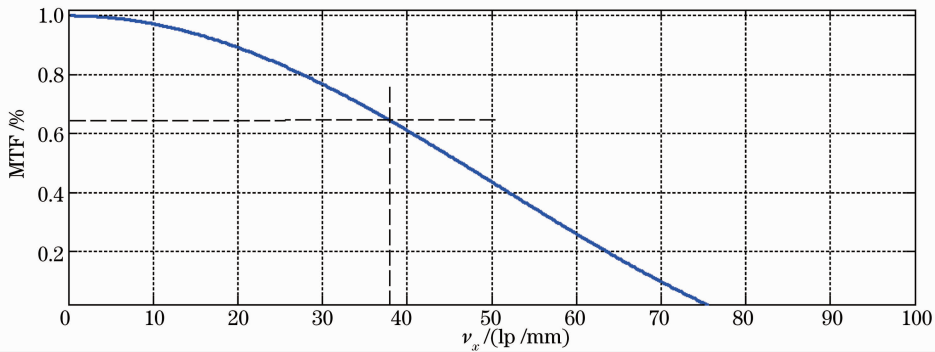


图 8 改型 Sagnac 成像干涉仪 MTF 随空间频率的关系曲线

Fig. 8 MTF curve of modified Sagnac imaging interferometer versus space frequency

4 结 论

给出了改型 Sagnac 成像干涉仪的入射光线的 5 个边界条件。分析并求解得到改型 Sagnac 成像干涉仪的 MTF; Sagnac 干涉仪本身的 MTF 为矩形函数, CCD 的 MTF 是 sinc 函数, 会聚透镜的 MTF 假设为常数 1, 改型 Sagnac 成像干涉仪的 MTF 是这 3 个仪器 MTF 的乘积。通过 MTF 曲线的结果表明, 在奈奎斯特频率处改型 Sagnac 成像干涉仪 MTF 值为 0.62, 大于 WINDII 的迈克耳孙成像干涉仪 0.35 的 MTF 值。求出的改型 Sagnac 成像干涉仪的 MTF, 为利用改型 Sagnac 成像干涉仪自推扫探测上层大气风场提供了进一步的理论依据。

参 考 文 献

- 1 G. G. Shepherd, G. Thullier, W. A. Gault *et al.*. WINDII, the wind imaging interferometer on the upper atmosphere research satellite [J]. *J. Geophys. Res.*, 1993, **98**(D6): 10723~10750
- 2 G. G. Shepherd, I. C. McDade, W. A. Gault *et al.*. The stratospheric wind interferometer for transport studies (swift) [J]. *Adv. Space Res.*, 2001, **27**(6-7): 1071~1079
- 3 William Gault, Ian McDade, Yves J. Rochon *et al.*. Filters and calibration for the SWIFT instrument on GCOM-A1 [C]. *SPIE*, 2003, **4881**: 60~66
- 4 Y. J. Rochon, P. Rahnama, I. C. McDade *et al.*. Data retrieval and error analysis study on the measurement of stratospheric winds with a Michelson interferometer [J]. *SPIE*, 2004, **5234**: 333~346
- 5 J. C. Bird, F. C. Liang, B. H. Solheim *et al.*. A polarizing

- Michelson interferometer for measuring thermospheric winds[J]. *Meas. Sci. Technol.*, 1995, **6**: 1368~1378
- 6 W. A. Gault, S. Sargoytchev, S. Brown. Divided mirror technique for measuring doppler shifts with a Michelson interferometer[C]. *SPIE*, 2001, **4306**: 266~272
- 7 Yuanhe Tang, Guangde Chen, Chunmin Zhang *et al.*. Optimization of a super-widen-angle modified Sagnac interferometer [C]. *SPIE*, **6279**: 62791G-1~6
- 8 Ye Jianyong, Zhang Chunmin, Zhao Baochang *et al.*. Study of optical path difference and detection mode of a Sagnac interferometer used for upper atmospheric detection [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(7): 1145~1150
- 叶剑勇, 张淳民, 赵葆常等. 大气风场探测萨尼亚克干涉仪光程差的计算及探测模式研究 [J]. *光学学报*, 2007, **27**(7): 1145~1150
- 9 Tang Yuanhe, Chen Guangde, Zhao Zhenyu *et al.*. Optical throughput of modified Sagnac imaging interferometer [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(8): 1490~1493
- 唐远河, 陈光德, 赵振宇等. 改型萨尼亚克成像干涉仪的光通量 [J]. *光学学报*, 2007, **27**(8): 1490~1493
- 10 Tang Yuanhe, Zhang Chunmin, He Jian *et al.*. Study of the detection mode of upper atmospheric wind field based on lorentzian profile aurora [J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25**(6): 721~725
- 唐远河, 张淳民, 贺健等. 基于洛伦兹线型极光的上层大气风场探测模式研究 [J]. *光学学报*, 2005, **25**(6): 721~725
- 11 Tang Yuanhe, Zhang Chunmin, Chen Guangde *et al.*. Measurement atmospheric wind field with wide-angle modified Sagnac interferometer by satellite's pushbroom mode [J]. *Progress in Nature Science*, 2006, **16**(11): 1491~1495
- 唐远河, 张淳民, 陈光德等. 星载超广角改型 Sagnac 干涉仪的自推扫探测大气风场 [J]. *自然科学进展*, 2006, **11**(16): 1491~1492