

文章编号: 0253-2239(2010)06-1597-06

# 聚合物电光调制器中马赫-曾德尔波导的算子展开法分析

廖进昆 李和平 唐雄贵 陆荣国 张晓霞 刘永智

(电子科技大学光电信息学院, 四川 成都 610054)

**摘要** 利用有效折射率法计算聚合物脊形光波导的横向折射率分布, 将三维光传播问题简化为二维问题; 从导模满足的标量波动方程出发, 采用慢变包络和傍轴近似, 得出传播光场满足的单步传输约束关系; 运用微分算子的级数展开得到相应的递归公式, 考虑微分算子的差分近似得出基本的计算格式; 运用对称矩阵的相似变换对算子展开法进行加速处理。在此基础上, 对马赫-曾德尔(M-Z)型光波导中 TM 模的传播特性进行理论分析, 研究了脊宽、分支角等结构参数对插入损耗的影响。研究表明, 算子展开束传播法可以较好地解决聚合物脊形 M-Z 波导的理论分析和设计问题。该方法精度高、计算量小, 为聚合物电光调制器的制备提供了理论依据。

**关键词** 电光聚合物; 马赫-曾德尔光波导; 微分算子; 算子展开束传播法; 有限差分束传播法

**中图分类号** TN 252 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20103006.1597

## Operator Expansion Analysis of Mach-Zehnder Waveguide in Polymeric Electro-Optic Modulators

Liao Jinkun Li Heping Tang Xionggui Lu Rongguo Zhang Xiaoxia Liu Yongzhi

(School of Opto-Electronic Information, University of Electronic Science and Technology of China, Chengdu, Sichuan 610054, China)

**Abstract** By using effective index method to calculate the transverse refractive index distribution of polymer rib waveguide, 3D lightwave propagation is successfully simplified into a 2D one. Starting from the scalar wave equation, the one-step restriction on beam propagation is obtained by exploiting the slowly varying envelope and the paraxial approximation. The recursive formula is deduced using the series expansion of exponential differential operator, and the basic computing scheme is derived from the differential approximation. Considering the similar transformation of the symmetric matrix, the calculation speed of this algorithm is greatly improved. Based on the algorithm, the propagation characteristics of the TM lightwave in the Mach-Zehnder (M-Z) waveguide are systematically analyzed, including optical loss and the effect of structural parameters such as rib width, Y branch angle on the insertion loss. It is demonstrated that the operator expansion beam propagation method can be applied for the theoretical analysis and design of polymer M-Z waveguides with high precision, small computation complexity and high efficiency. The approach provides an alternative method for the design of polymer electro-optic modulators.

**Key words** electro-optic polymer; Mach-Zehnder (M-Z) optical waveguide; differential operator; operator expansion beam propagation method (OE-BPM); finite difference beam propagation method (FD-BPM)

### 1 引言

高速电光强度调制器是光通信系统中的关键器

件之一, 已广泛应用于光纤通信系统、共用天线电视分配系统、模拟/数字微波链路、光控相控阵雷达与

收稿日期: 2009-07-03; 收到修改稿日期: 2009-07-21

基金项目: 国家自然科学基金重点项目(60736038)、国家 863 计划(2007AA01Z269, 2009AA03Z413)和新世纪人才计划(NCET-06-0805)资助课题。

作者简介: 廖进昆(1962-), 男, 副教授, 主要从事集成光学器件和量子信息学等方面的研究。

E-mail: jkliao@uestc.edu.cn

微波光子学等领域<sup>[1]</sup>。随着宽带光纤通信技术的进一步发展,对电光调制器提出了更高的要求,其中提高器件的调制速率和降低半波电压成为新一代器件的主要追求目标。迄今为止,电光调制器多数由LiNbO<sub>3</sub>,GaAs和InP等无机材料制备<sup>[2,3]</sup>,尽管在器件的理论设计与制备工艺等方面近年来取得了长足的进步,要达到上述高性能的要求还存在较大困难<sup>[4]</sup>。有机聚合物非线性电光材料具有电光系数高、电响应速度快、介电常数低和低色散<sup>[5]</sup>等优点可实现微波与光载波的宽带相速匹配,对于制备高性能光电子器件具有一定的优势,已引起了国际间的广泛研究<sup>[6~8]</sup>。

在聚合物强度调制器中,光波导是重要的构成单元,一般采用马赫-曾德尔(M-Z)干涉仪构型,简称为M-Z型光波导。为确保聚合物电光调制器的性能指标,必须对M-Z光波导的几何结构参数进行优化。对于脊形M-Z光波导而言,由于结构复杂没有严格的解析解,因此必须运用数值方法进行分析。光波导数值分析方法常用的有:模耦合理论、有效折射率法、有限元法、时域有限差分法和束传播法(BPM)等<sup>[9~14]</sup>。实践表明,束传播法可以分析任意折射率分布的光波导,该方法精度高、计算量小、效率高,是当前较为流行的光波导分析方法。在20世纪90年代初,人们提出有限差分束传播法(FD-BPM)的同时也提出了其他格式的束传播法,基于微分算子展开的束传播法就是其中之一<sup>[15]</sup>,由于该方法在理论上具有任意阶精度,曾引起人们的兴趣,但是由于计算量过大一直没有受到足够的重视。本文在该方法的基础之上,提出了运用对称矩阵的相似变换对算子展开法进行加速处理,并运用该算法对聚合物M-Z光波导的结构参数进行优化,研究表明经改进的微分算子展开束传播法(OE-BPM)的计算速度得到大幅度提高,将该算法与FD-BPM进行对比,其计算结果一致性好。

## 2 算子展开束传播法的基本理论

根据有机聚合物电光材料的物化特性,光波导的制备一般采用旋涂与反应离子束蚀刻工艺,因此光波导采用脊形波导结构较为适合,如图1所示。为了使电光聚合物获得宏观的电光效应,通常采用极化工艺,即在垂直光波导传播方向的 $y$ 向施加强电场,将聚合物升温至接近玻璃化温度 $T_g$ ,生色团分子(一种活性分子)在电场方向有序排列使得材料呈非中心对称,在保持强电场的情况下冷却至室

温电光聚合物就具有了电光效应,具体来说就是具有电光系数 $r_{33}$ 。为了获得有效的电光相互作用,必须选择光波的偏振方向与 $y$ 轴平行,因此光波导应该工作于TM模,同时满足单模传输条件即保证TM基模传输。

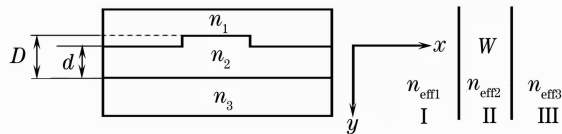


图1 脊形波导结构及等效平板波导

Fig. 1 Rib waveguide structure and its equivalent slab waveguide

在图1的脊形光波导中考虑TM基模,这相当于在等效平板波导中讨论TE基模的传输问题,其光波场的主分量为 $E_y$ ,并且满足 $E_x = E_z = H_y = 0$ 。由麦克斯韦方程组可导出 $E_y$ 满足的标量波动方程为<sup>[16]</sup>

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + k_0^2 \epsilon_r E_y = 0, \quad (1)$$

采用慢变包络近似(SVEA),可以令

$$E_y(x, y, z) = \phi(x, y, z) \exp(-j\beta z), \quad (2)$$

式中 $\beta = k_0 n_{\text{eff}}$ 为 $z$ 方向传播常数, $n_{\text{eff}}$ 为有效折射率或参考折射率。将(2)式代入(1)式得

$$2j\beta \frac{\partial \phi}{\partial z} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + k_0^2 (\epsilon_r - n_{\text{eff}}^2) \phi, \quad (3)$$

利用傍轴近似得到束传播法的基本方程如下:

$$2j\beta \frac{\partial \phi}{\partial z} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + k_0^2 [n^2(x, y, z) - n_{\text{eff}}^2] \phi, \quad (4)$$

令微分算子 $D$ 为

$$D = -j \frac{\Delta_t + k_0^2 [n^2(x, y, z) - n_{\text{eff}}^2]}{2k_0 n_{\text{eff}}}, \quad (5)$$

式中 $\Delta_t$ 是横向拉普拉斯(Laplace)算子。当 $\Delta z$ 取得充分小的条件下,(4)式的单步传输解为

$$\phi(x, y, z + \Delta z) = \exp(\Delta z D) \phi(x, y, z), \quad (6)$$

将上述指数型微分算子 $\exp(\Delta z D)$ 按泰勒级数展开,可得

$$\phi(x, y, z + \Delta z) = \sum_{n=0}^N (\Delta z)^n \frac{D^n}{n!} \phi(x, y, z) + \delta_N, \quad (7)$$

可以将上面的算法归结为以下的递归算法:

$$\phi(x, y, z + \Delta z) = \sum_{n=0}^N \phi_n + \delta_N, \quad (8)$$

式中

$$\phi_0 = \phi(x, y, z), \quad \phi_n = \frac{\Delta z}{n} D \phi_{n-1}. \quad (9)$$

设横向计算窗口为  $\Omega_{xy} = (-a, a) \times (-b, b)$ , 整个计算区域为  $\Omega = \Omega_{xy} \times (0, L)$ , 三个方向的步长分别取为  $\Delta x, \Delta y$  和  $\Delta z$ . 为计算上述级数的值, 可用差商代替微分, 即取

$$\Delta_t = \frac{1}{\Delta x^2}(S_{-1} + S_{+1} - 2) + \frac{1}{\Delta y^2}(T_{-1} + T_{+1} - 2), \quad (10)$$

式中

$$\begin{aligned} S_{\pm 1} \phi(x, y, z) &= \phi(x \pm \Delta x, y, z), \\ T_{\pm 1} \phi(x, y, z) &= \phi(x, y \pm \Delta y, z), \end{aligned} \quad (11)$$

即  $S_{\pm}, T_{\pm}$  为  $x, y$  方向的平移算符. 定义微分算子的范数为<sup>[17]</sup>

$$\|D\| = \sup_{u \in C^2(\Omega) \cap C(\bar{\Omega})} \frac{\|Du\|}{\|u\|}, \quad (12)$$

式中  $u \in C^2(\Omega) \cap C(\bar{\Omega})$  为区域  $\Omega$  上二次连续可微且在  $\Omega$  的边界上连续函数的集合,  $\sup$  表示取上确界. 由(5)式和(10)式得

$$\|D\| \leq \frac{1}{2k_0 n_{\text{eff}}} \left[ \frac{4}{(\Delta x)^2} + \frac{4}{(\Delta y)^2} + k_0^2 \Delta n^2 \right], \quad (13)$$

式中  $\Delta n^2$  为计算区域内的最大折射率差即

$$\Delta n^2 = \sup_{(x, y, z) \in \Omega} |n^2(x, y, z) - n_{\text{eff}}^2|, \quad (14)$$

对于级数(7)式的截断(剩余)误差  $\|\delta_N\|$  可估计如下:

$$\|\delta_N\| \leq \sum_{n=N+1}^{\infty} \frac{(\Delta z)^n}{n!} \|D\|^n \cdot \|\phi\| \leq \epsilon_N \|\phi\|, \quad (15)$$

式中  $\epsilon_N$  为给定的计算精度(如取  $\epsilon_N = 10^{-8}$ ). 当  $N \geq 2\|D\|\Delta z$  时, 由上述不等式与 Stirling 公式估计出泰勒级数(8)式展开所需的阶数为

$$N \geq 2.718 \|D\| \Delta z - \ln \epsilon_N, \quad (16)$$

类似地, 可以得出累积误差  $\epsilon_c$  与计算机舍入精度  $\delta$ (如取  $\delta = 10^{-16}$ ) 的关系为

$$\epsilon_c \leq \exp(\|D\| \Delta z) \cdot \|D\| \Delta z \delta. \quad (17)$$

对于光波导的分析, 可以采用有效折射率法将三维光传播问题简化为二维情形, 即首先计算出光传播方向上每个截面上的有效折射率横向分布函数  $n(x, z)$ , 然后按上述算子展开法逐一求解每一截面上光波场的分布  $\phi(x, y, z)$ . 采用差分格式, 令

$$x = p\Delta x, z = l\Delta z, \quad (18)$$

式中  $p = 1, 2, \dots, M; l = 1, 2, \dots, L$ . 记离散后的光场分布为

$$\boldsymbol{\phi}(x, y, z) = (\phi_1^l, \dots, \phi_M^l)^T, \boldsymbol{\phi}(x, y, z + \Delta z) = (\phi_1^{l+1}, \dots, \phi_M^{l+1})^T, \quad (19)$$

上标 T 表示对矩阵求转置, 则按(10)式并忽略截断(剩余)误差:

$$\begin{pmatrix} \phi_1^{l+1} \\ \phi_2^{l+1} \\ \vdots \\ \phi_M^{l+1} \end{pmatrix} = \sum_{n=0}^N a^n \begin{pmatrix} b_1 & 1 & \cdots & 0 & 0 \\ 1 & b_2 & \cdots & 0 & 0 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & b_M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi_1^l \\ \phi_2^l \\ \vdots \\ \phi_M^l \end{pmatrix} = \left[ \sum_{n=0}^N (a\mathbf{A})^n \right] \begin{pmatrix} \phi_1^l \\ \phi_2^l \\ \vdots \\ \phi_M^l \end{pmatrix} \quad (20)$$

$$a = \frac{1}{2j\beta\Delta x^2}, b_p = k_0^2 [n^2(p\Delta x, z) - n_{\text{eff}}^2] \Delta x^2 - 2, \quad (21)$$

式中  $\mathbf{A}$  是实的三对角对称矩阵, 两个副对角线上的元素为 1; 对于给定的工作波长与波导结构,  $a$  为常数, 而  $b_p, p = 1, 2, \dots, M$  与折射率的横向分布有关. 为了加速上述算法, 利用实对称矩阵的相似变换可将矩阵  $\mathbf{A}$  变换为对角矩阵<sup>[18]</sup>, 即

$$\mathbf{A} = \mathbf{Q}\mathbf{P}\mathbf{Q}^T, \mathbf{P} = \text{diag}(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_M), \quad (22)$$

$\mathbf{Q}$  是正交矩阵,  $\lambda_i, i = 1, 2, \dots, M$  是对角元素. 于是

$$(\phi_1^{l+1}, \dots, \phi_M^{l+1})^T = \mathbf{Q} \left[ \sum_{n=0}^N a^n \cdot \text{diag}(\lambda_1^n, \lambda_2^n, \dots, \lambda_M^n) \right] \mathbf{Q}^T (\phi_1^l, \dots, \phi_M^l)^T, \quad (23)$$

按上述算法计算避免了大量的矩阵乘法运算, 提高了计算速度.

### 3 M-Z 波导的 TM 模分析

M-Z 波导结构如图 2 所示,  $W$  是脊形波导中脊

的宽度,  $\alpha$  是 Y 分支两臂间的夹角,  $G$  为干涉仪两臂距离. 取 M-Z 波导在  $x$  方向与  $z$  方向成对称结构, 即  $L_1 = L_5, L_2 = L_4$ . 上包层材料为 NOA61 (Norland), 下包层为 UV15 (Master Bond), 芯层为在聚砜(polysufone)中加入质量分数 25% 的生色团

IPC-E(Corning Inc.)<sup>[19~21]</sup>,这三种材料的折射率测量值由生产厂商提供分别为  $n_1 = 1.55, n_2 = 1.67, n_3 = 1.50$ 。如图 1 所示,取芯层厚度  $d = 1.5 \mu\text{m}$ ,脊的高度  $D - d = 0.3 \mu\text{m}$ ,由有效折射率

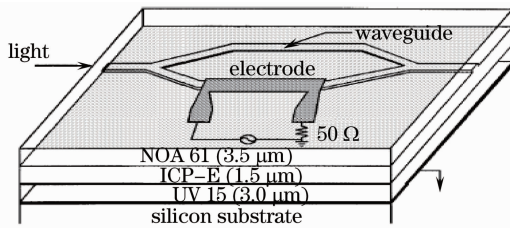


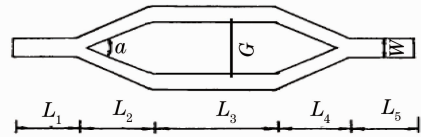
图 2 聚合物 Mach-Zehnder 脊形光波导结构

Fig. 2 Polymeric Mach-Zehnder rib optical waveguide

将输出光强用输入光强归一化,并定义光波传输的插入损耗为  $L = 10\lg(I_{\text{in}}/I_{\text{out}})$ ,其中  $I_{\text{in}}, I_{\text{out}}$  分别为输入、输出光强。分别用 OE-BPM 和 FD-BPM 分析了脊宽对传输光功率的影响如图 3 所示,取 Y

法计算得到脊形波导中 TM 基模的有效折射率横向分布<sup>[14]</sup>为

$$n(x) = \begin{cases} 1.63987, & |x| \leq W/2 \\ 1.63127, & |x| > W/2 \end{cases} \quad (24)$$



分支夹角为  $1.1^\circ$ ,脊宽的变化范围为  $1 \sim 10 \mu\text{m}$ ,步长为  $0.5 \mu\text{m}$ 。由图 3 归一化光强可见,当  $W = 6 \mu\text{m}$  时,插入损耗最小约为  $0.07 \text{ dB}$ 。

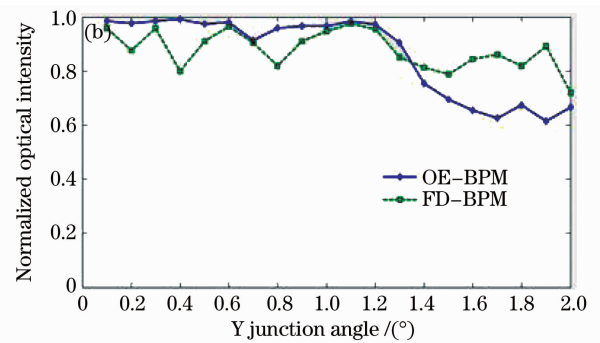
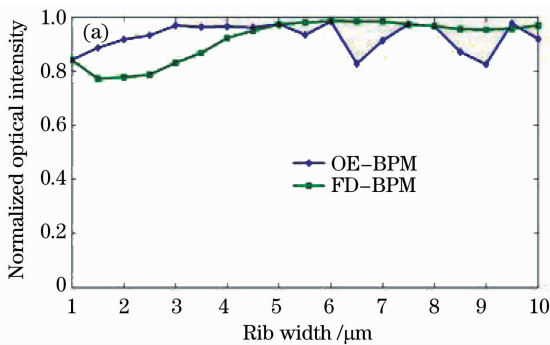


图 3 (a)脊宽,(b)分支角对传输归一化光强的影响

Fig. 3 Influence of (a) rib width and (b) junction angle on normalized optical intensity

取 Y 分支夹角  $\alpha$  的变化范围为  $0.1^\circ \sim 2.0^\circ$ ,步长为  $0.1^\circ$ ,分别用 OE-BPM 和 FD-BPM 分析了当  $W = 6 \mu\text{m}$  时传播光功率对分支角的变化情况如图 3(b)所示。由 OE-BPM 的结果可见,Y 分支角在  $1.2^\circ$  以内插入损耗较小,分支角小于  $0.6^\circ$  时插入损耗更小;FD-BPM 的结果显示, $\alpha = 1.1^\circ$  时插入损耗最小,而  $\alpha$  小于  $1.1^\circ$  时光功率呈显著起伏,插入损耗不一定更小。总的说来,当分支角超过  $1.2^\circ$  以后随着分支角的继续增加,插入损耗增加的速度明显加快。上述结果为 M-Z 光波导的设计提供了一般的指导原则:可调整 Y 分支长度与干涉仪两臂间的距离来实现插入损耗较小、而分支角较大。

根据脊宽与分支角对输出光功率损耗的影响,在  $1 \mu\text{m} \leq W \leq 10 \mu\text{m}, 0.1^\circ \leq \alpha \leq 2.0^\circ$  的范围内对 M-Z 光波导进行了优化,结果显示,在脊宽  $W = 6 \mu\text{m}, Y$  分支夹角  $\alpha = 1.1^\circ$  时分支角相对较大而光功率的插入损耗较小,约为  $0.07 \text{ dB}$ 。对上述结构

的 M-Z 型波导,还分别运用算子展开束传播法和有限差分束传播法对光场分布进行了分析,情况如图 4 所示;其中(a),(b)表示用算子展开法计算的光场分布,而(c),(d)是采用有限差分束传播法计算的相应结果。从上下两排图的比较可见,在同一横截面上光场分布吻合得较好。

## 4 结 论

利用实对称矩阵的相似变换,对算子展开束传播法进行加速处理。运用有效折射率法将三维光传播问题简化为二维问题,对聚合物电光调制器中 M-Z 光波导的性能和结构进行理论分析和优化设计,以光波传输的插入损耗较小和分支角较大为目标,得到较为满意的结构参数。从算子展开法和有限差分束传播法的比对发现,有限差分束传播法适合于快速计算而在要求计算精度较高的情况下可以采用算子展开束传播法;在网络规模一样的情况下,经改

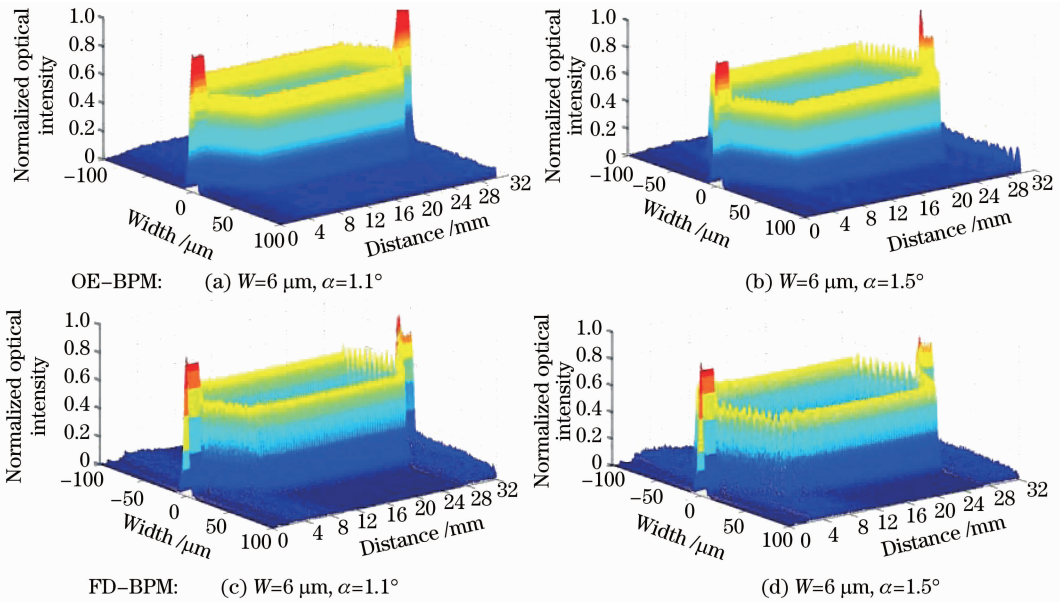


图 4 光场分布的比较

Fig. 4 Comparison of optical-field distributions

进的算子展开束传播法与有限差分束传播法的计算速度相当、计算结果基本一致。研究表明,改进后的算子展开束传播法计算速度大幅提高,其精度视需要可以调整,为光波导的分析和设计提供了高精度算法。

**致谢** 感谢美国康宁公司贺明谦博士的长期合作与支持。

### 参 考 文 献

- 1 S. S. Lee, S. M. Garner, V. Chuyanov *et al.*. Optical intensity modulator based on a novel electrooptic polymer incorporating a high  $\mu\beta$  chromophore[J]. *IEEE J. Quantum Electron.*, 2000, **36**(5): 527~532
- 2 G. L. Li, P. K. L. Yu. Optical intensity modulators for digital and analog applications[J]. *IEEE J. Light. Tech.*, 2003, **21**(9): 2010~2030
- 3 Ed L. Wooten, K. M. Kissa, A. Yi-Yan *et al.*. A review of lithium niobate modulators for fiber-optic communications systems[J]. *IEEE J. Selected Top. Quant. Electron.*, 2000, **6**(1): 69~82
- 4 Li Mi, Yu Siyuan, Ma Jing *et al.*. Research on the design of LiNbO<sub>3</sub> waveguide intensity modulator with a new back slot structure[J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(3): 410~413  
李密,于思源,马晶等. 新型衬底开槽结构的LiNbO<sub>3</sub>波导强度调制器设计分析[J]. *中国激光*, 2008, **35**(3): 410~413
- 5 M. Lee, O. Mitrofanov, H. E. Katz *et al.*. Millimeter-wave dielectric properties of electro-optic polymer materials[J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2002, **81**(8): 1474~1476
- 6 Yongqiang Shi, Cheng Zhang, Hua Zhang *et al.*. Low(sub-1-volt) halfwave voltage polymeric electro-optic modulators achieved by controlling chromophore shape[J]. *Science*, 2000, **288**(5463): 119~122
- 7 M. Lee, H. E. Katz, C. Erben *et al.*. Broadband modulation of light by using an electro-optic polymer[J]. *Science*, 2002,

**298**(5597): 1401~1403

- 8 Gao Yi, Yang Hongliang, Zhang Fujun *et al.*. Preparation and optical characteristics of polymer DR13/PMMA composite films[J]. *Chinese J. Lasers*, 2007, **34**(7): 983~987  
高怡,杨洪亮,张福军等. 聚合物复合薄膜的制备即光学特性[J]. *中国激光*, 2007, **34**(7): 983~987
- 9 R. Song, H. C. Song, W. H. Steier *et al.*. Analysis and demonstration of Mach-Zehnder polymer modulators using in-plane coplanar waveguide structure[J]. *IEEE J. Quant. Electron.*, 2007, **43**(8): 633~640
- 10 C. T. DeRose, D. Mathine, Y. Enami *et al.*. Electrooptic polymer modulator with single-mode to multimode waveguide transitions[J]. *IEEE Photonics Technol. Lett.*, 2008, **20**(12): 1051~1053
- 11 H. Nishihara, M. Haruna, T. Suhara. Integrated Optical Circuits[M]. Liang Ruilin transl.. Beijing: Science Press, 2004  
西原浩,春名正光,栖原敏明著. 集成光路[M]. 梁瑞林译. 科学出版社,北京,2004
- 12 Zhang Yali, Zhang Tao, Zhu Ninghua *et al.*. Variational analysis of buried ion-exchanged optical waveguide by using Hermite-Gaussian field approximations[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(6): 981~986  
张雅丽,张韬,祝宁华等. 掩埋型离子交换玻璃光波导的变分分析[J]. *光学学报*, 2007, **27**(6): 981~986
- 13 Xu Jianfeng, Bo Zhongyang, Bai Jian *et al.*. Synthetic subdomain method for large-scale integrated optical waveguide FDTD simulation[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(1): 5~9  
徐建锋,薄中阳,白剑等. 大规模集成光波导时域有限元差分法仿真的子域合成法[J]. *光学学报*, 2007, **27**(1): 5~9
- 14 Liao Jinkun, Tang Xionggu, Lu Rongguo *et al.*. Variational effective index analysis of polymer rib optical waveguide[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(12): 2267~2271  
廖进昆,唐雄贵,陆荣国等. 聚合物脊形光波导的变分有效折射率法分析[J]. *光学学报*, 2008, **28**(12): 2267~2271
- 15 A. Splett, M. Majd, K. Petermann. A novel beam propagation method for large refractive index steps and large propagation distances[J]. *IEEE Photon Technol Lett.*, 1991, **3**(5): 466~468
- 16 K. Kawano, T. Kitoh. Introduction to optical waveguide analysis: solving Maxwell's equations and the Schrödinger

- equation[M]. John Wiley & Sons, Inc., USA, 2001
- 17 Erwin Kreyszig. Introductory Functional Analysis with Applications[M]. Zhang Shisheng, Zhang Yecai, Zhang Maocai et al. transl.. Chongqing:Chongqing Press,1986  
E. 克里兹格著. 泛函分析引论及应用[M]. 张石生,张业才,张茂才等译. 重庆:重庆出版社,1986
- 18 K. Hoffman, R. Kunze. Linear Algebra, 2<sup>nd</sup> ed. [M]. Prentice-Hall, Inc., USA, 1971
- 19 M. He, T. M. Leslie, J. A. Sinicropi.  $\alpha$ -Hydroxy ketone precursors leading to a novel class of electro-optic acceptors[J]. *Chem. Mater.*, 2002, **14**(5): 2393~2400
- 20 M. He, T. M. Leslie, J. A. Sinicropi. Synthesis of chromophores with extremely electro-optic activity. 1. thiophene-bridge-based chromophores[J]. *Chem. Mater.*, 2002, **14**(11): 4662~4668
- 21 M. He, T. M. Leslie, J. A. Sinicropi. Synthesis of chromophores with extremely electro-optic activity. 2. thiophene-bridge-based chromophores[J]. *Chem. Mater.*, 2002, **14**(11): 4669~4675