文章编号: 0253-2239(2010)06-1542-06

复宗量厄米-高斯光束在大气湍流中的传输特性

乔娜1 但有全1,2 张彬1

(1四川大学电子信息学院,四川成都 610064;2中国民航飞行学院物理教研室,四川 广汉 618307)

摘要 采用广义惠更斯-菲涅耳衍射积分方法和 Wigner 分布函数的二阶矩定义,推导出在直角坐标系下激光光束 经大气湍流传输的远场发散角、束宽以及 M² 因子的解析表达式,并以复宗量厄米-高斯(EHG)光束为例,定量分析了 EHG 光束在大气湍流中的传输特性。研究表明,光束在大气湍流中传输后的 M² 因子与入射面上的 M² 因子、入射面的二阶矩、传输距离、波数以及湍流的影响因子有关;随着在大气湍流中传输距离的增加,EHG 光束的远场发散角、束宽和 M² 因子均会逐渐增大;大气湍流对高阶 EHG 光束的远场发散角、束宽和 M² 因子的影响更小;EHG 光束在大气湍流中的 M² 因子与传输距离、湍流的折射率结构参数、光束波长、光束阶数以及基模高斯光束的束腰宽度密切相关。

关键词 大气光学;传输特性;二阶矩;M² 因子;复宗量厄米-高斯光束 中图分类号 O436 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20103006.1542

Propagation Properties of Elegant Hermite-Gaussian Beams in Atmospheric Turbulence

Qiao Na¹ Dan Youquan^{1,2} Zhang Bin¹

¹College of Electronics Information, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610064, China ²Department of Physics, Civil Aviation Flight University of China, Guanghan, Sichuan 618307, China

Abstract The analytical expressions of the far-field divergence angle, the beam width and the M^2 -factor in rectangular coordinate systems for laser beams propagating in atmospheric turbulence are derived by using the extended Huygens-Fresnel principle and the definition of the second moments of the Wigner distribution function. Taking the elegant Hermite-Gaussian (EHG) beams as typical examples of laser beams, the propagation properties of the EHG beams in turbulence are analyzed quantitatively. It can be shown that the M^2 -factor of the laser beams in atmospheric turbulence is related to the M^2 -factor of the incident plane, the second moments of the incident plane, the propagation distance in turbulence, wavenumber and the influence factor of the atmospheric turbulence. Specially, the far-field divergence angle, the beam width and the M^2 -factor of the EHG beams increase with the propagation distance in turbulence. And the influences of the atmospheric turbulence on the far-field divergence angle angle, the beam width and the M^2 -factor of the EHG beams depends on the propagation distance, the structural constant of the refractive index fluctuations of the turbulence, the wavelength, the beam order and the waist width of the fundamental-mode Gaussian beam. **Key words** atmospheric optics; propagation properties; second moments; M^2 -factor; elegant Hermite-Gaussian (EHG) beams

引 言 随着激光技术的发展,激光在大气中的应用日 益广泛,也出现了许多激光在大气中传输的相关研 究^[1~6]。激光束在自由空间中传输时会因衍射效应

作者简介: 乔 娜(1985—),女,硕士研究生,主要从事光束的传输变换方面的研究。E-mail: janet200505@126.com 导师简介: 张 彬(1969—),女,教授,博士生导师,主要从事光物理和技术等方面的研究。

E-mail: zhangbinff@sohu.com

1

收稿日期: 2009-07-10; 收到修改稿日期: 2009-08-30

基金项目:教育部新世纪优秀人才支持计划(NCET-05-0784)资助课题。

而扩展,而大气湍流引起的大气折射率随机起伏又 将导致激光光场的随机变化与散射,从而使激光束 在大气湍流中传输时会进一步扩展,并造成光束质 量明显降低。复宗量厄米-高斯(EHG)模的概念由 Siegman 提出^[7],它与常规厄米-高斯(SHG)模类 似,均是近轴波动方程的本征解。目前,已有多种方 法可以获得 EHG 光束^[8,9]。EHG 光束场分布的厄 米函数部分和高斯函数部分的宗量均有相同的复数 标度因子^[7,10],因此,表现出了与 SHG 光束不同的 传输特性。已有研究结果表明,当光束阶数 *n*>1 时,EHG 光束与 SHG 光束传输特性有着明显的不 同,且比同阶 SHG 光束的光束质量更好^[8,10,11],因 而,EHG 光束受到了广泛的关注。

推导出了在直角坐标系下的激光光束经大气湍流传输的远场发散角、束宽以及 M² 因子的解析表达式,进一步研究了 EHG 光束在大气湍流中的传输特性,并定量分析了大气湍流介质对 EHG 光束 传输特性的影响,以及 EHG 光束在大气湍流中传 输时其束宽、远场发散角和 M² 因子等光束参数的 变化规律。

2 激光束在大气湍流中传输后的远场 发散角、束宽以及 M² 因子

在直角坐标系下,考虑一束准单色的激光束从 z=0 面沿 z 轴,在 z>0 的大气湍流中的传播。忽 略大气的退偏效应,只需考虑标量场情况。通常,光 束的二阶性质可用交叉谱密度函数来描述^[12],则光 束在 z=0 面上交叉谱密度为

 $W(\rho'_{1},\rho'_{2};0) = \langle E(x'_{1},y'_{1};0)E^{*}(x'_{2},y'_{2};0)\rangle, (1)$ 式中 E 为光场, (…) 为系综平均, $\rho'_{1} = x'_{1}\hat{x} + y'_{1}\hat{y}, \rho'_{2} = x'_{2}\hat{x} + y'_{2}\hat{y}.$

假定湍流介质是均匀和各向同性的,应用广义 惠更斯-菲涅耳原理的近轴形式,可得到光束在大气 湍流中传播到 *z* 处的交叉谱密度函数^[1,2]:

$$4\pi^{2}k^{2}z\int_{0}^{1}d\xi\int_{0}^{\infty} [1-J_{0}(\kappa|\rho_{d}'\xi+(1-\xi)\rho_{d}|)]\Phi_{n}(\kappa)\kappa d\kappa,$$
(3)

式中J。为第一类零阶贝塞尔函数, **Φ**_n 表示大气湍流 折射率起伏的空间功率谱。

并利用 Wigner 分布函数 (WDF) 的二阶矩定 义^[13],二维 WDF 的 $n_1 + n_2 + m_1 + m_2$ 阶矩可表示为 $\langle x^{n_1} y^{n_2} \theta_x^{m_1} \theta_y^{m_2} \rangle = \frac{1}{P} \iiint x^{n_1} y^{n_2} \theta_x^{m_1} \theta_y^{m_2} h(\rho, \theta; z) d^2 \rho d^2 \theta,$ (4)

式中

$$P = \iiint h(\rho,\theta;z) d^{2}\rho d^{2}\theta, h(\rho,\theta,z) = \\ (k/2\pi)^{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int W(\rho,\rho_{d};z) \exp(-ik\theta\rho_{d}) d^{2}\rho_{d}.$$

将(1)~(3)式代入(4)式,计算可得到激光光束在 大气湍流中传输一段距离 z 之后的 WDF 二阶矩^[2]:

$$\langle x^{2} \rangle = \langle x^{2} \rangle_{0} + 2 \langle x \theta_{x} \rangle_{0} z + \langle \theta_{x}^{2} \rangle_{0} z^{2} + \frac{2}{3} \pi^{2} z^{3} \int_{0}^{+\infty} \Phi_{n}(\boldsymbol{\kappa}) \boldsymbol{\kappa}^{3} d\boldsymbol{\kappa}, \qquad (5)$$

式中 $\langle x^2 \rangle_0, \langle \theta_x^2 \rangle_0, \langle x \theta_x \rangle_0$ 为光束在入射面 z=0上即自由空间中的二阶矩。

采用类似的方法,可推到出激光束在大气湍流 中传输一段距离 z 之后的其他二阶矩:

$$\langle \theta_x^2 \rangle = \langle \theta_x^2 \rangle_0 + 2\pi^2 z \int_0^{+\infty} \Phi_n(\boldsymbol{\kappa}) \boldsymbol{\kappa}^3 d\boldsymbol{\kappa},$$
 (6)

$$\langle x\theta_x \rangle = \langle x\theta_x \rangle_0 + \langle \theta_x^2 \rangle_0 z + \pi^2 z^2 \int_0^{+\infty} \Phi_n(\kappa) \kappa^3 d\kappa,$$
(7)

其中(6)式的结果与采用其它方法所得湍流大气中 光束发散角的结果^[14]是一致的。

根据二阶矩的定义^[15],利用(6)式,可以得到激 光束在大气湍流中传输距离 z 后的远场发散角为

$$\theta_x(z) = 2 [\langle \theta_x^2 \rangle_0 + 2Tz]^{1/2}, \qquad (8)$$

式中
$$T = \pi^2 \int_{0}^{+\infty} \Phi_n(\kappa) \kappa^3 \,\mathrm{d}\kappa$$
。

类似地,根据二阶矩的定义^[15],由(1)式可得到 激光束在大气湍流中传输距离 *z* 后出射的束宽为

$$w_x(z) = 2 \left[\langle x^2 \rangle_0 + 2 \langle x \theta_x \rangle_0 z + \langle \theta_x^2 \rangle_0 z^2 + \frac{2}{3} T z^3 \right]^{1/2}.$$

在二阶矩定义下的广义 M² 因子公式为^[16]

 $M_x^2(z) = 2k[\langle x^2 \rangle \langle \theta_x^2 \rangle - \langle x \theta_x \rangle^2]^{1/2}, \quad (10)$ 将(5)~(7)式代人(10)式,可得到光束在大气湍流 中传输后的 *M*² 因子的表达式为

$$M_{x}^{2}(z) = \left[M_{x}^{4}(0) + 8\langle x^{2} \rangle_{0}k^{2}Tz + 8\langle x\theta_{x} \rangle_{0}k^{2}Tz^{2} + (8/3)\langle \theta_{x}^{2} \rangle_{0}k^{2}Tz^{3} + (4/3)k^{2}T^{2}z^{4}\right]^{1/2}, \quad (11)$$

式中 $M_x^2(0)$ 为光束 z=0 平面上的 M^2 因子,即

 $M_x^2(0) = 2k[\langle x^2 \rangle_0 \langle \theta_x^2 \rangle_0 - \langle x \theta_x \rangle_0^2]^{1/2}.$ (12) (8),(9)和(11)式即为得到的主要公式,利用这 些公式可定量分析激光束经大气湍流传输后的束 宽、远场发散角以及 M^2 因子等光束参数的变化。 分析(11)式可知,光束在大气湍流中传输后的 M^2 因子与入射面上的 M^2 因子、入射面的二阶矩、波数 以及湍流的影响因子 T 有关。

3 EHG 光束在湍流中传输的远场发 散角、束宽以及 M² 因子

对于 EHG 光束,假设其束腰位于 z=0 面上, 于是,在直角坐标系下,z=0 处的 EHG 的光场表达 式^[10]:

$$E(x_{0}, y_{0}, 0) = H_{m}\left(\frac{x_{0}}{w_{0}}\right)H_{n}\left(\frac{y_{0}}{w_{0}}\right)\exp\left(-\frac{x_{0}^{2}+y_{0}^{2}}{w_{0}^{2}}\right),$$
(13)

式中 w₀ 为基模高斯光束的束腰宽度, H_m 和 H_n 表 示 m 阶和 n 阶厄米函数。为讨论方便, 式中略去了 归一化常数。

由于 EHG 光束在 x 方向和 y 方向的光束参数 具有相同的变化规律,为简单起见,仅讨论 x 方向 的光束参数变化,采用类似的方法也可以分析 y 方 向的情况。

z=0 面上的空间域强度二阶矩和空间一频率 域强度二阶矩,以及相应的交叉矩分别为^[17]

$$\langle x^2 \rangle_0 = \frac{(4m-1)w_0^2}{4(2m-1)},$$
 (14)

$$\langle \theta_x^2 \rangle_0 = \frac{2m+1}{k^2 \omega_0^2},\tag{15}$$

$$\langle x\theta_x \rangle_0 = 0,$$
 (16)

将(15)式代入(8)式,可得到 EHG 光束在大气湍流 中传输距离 z 后的远场发散角为

$$\theta_x(z) = 2(\langle \theta_x^2 \rangle)^{1/2} = 2 \Big[\frac{2m+1}{k^2 w_0^2} + 2Tz \Big]^{1/2}.$$
(17)

当 T=0 时,(17)式表示 EHG 光束在自由空间 传输的远场发散角^[2],即 $\theta_x(0)$ 。由于不同光束阶数 的光束在自由空间中的远场发散角不同,为了更好 地比较大气湍流的影响程度,引入相对的远场发散 角,即

$$\theta_{\rm r}(z) = \frac{\theta_x(z)}{\theta_x(0)} = \left[1 + \frac{2k^2 w_0^2 T z}{2m+1}\right]^{1/2}.$$
 (18)

从(17)和(18)式可以看出,EHG 光束在湍流中

传输后的远场发散角和相对远场发散角均随传输距 离的增大而增大,此外,还与湍流特征参量 T、激光 束波数 k、基模高斯光束束腰宽度 w。以及光束阶数 m 有关。

类似地,由(9)式以及(14)~(16)式,可得到 EHG光束在大气湍流中传输距离 z 后束宽为

$$w_x(z) = 2(\langle x^2 \rangle)^{1/2} =$$

$$2\left[\frac{(4m-1)w_0^2}{4(2m-1)} + \frac{(2m+1)z^2}{k^2w_0^2} + \frac{2}{3}Tz^3\right]^{1/2}, (19)$$

相应的相对束宽为

$$w_{r}(z) = \frac{w_{x}(z)}{w_{x}(z, T = 0)} = \left[1 + \frac{8(2m-1)k^{2}w_{0}^{2}Tz^{3}}{3(4m-1)k^{2}w_{0}^{4} + 12(2m+1)(2m-1)z^{2}}\right]^{1/2}.$$
(20)

分析(19)和(20)式可知,EHG 光束在大气湍流 中传输后的束宽和相对束宽也与湍流中的传输距离 z、湍流特征参数 T、光束波数 k、基模高斯光束束腰 宽度 wo 以及光束阶数 m 有关。

进一步将(7),(8)式代入(16)式,可推导出 EHG光束在大气湍流中传输的 M²因子为

$$M_{x}^{2}(z) = \left[\frac{(4m-1)(2m+1)}{2m-1} + \frac{2(4m-1)}{2m-1}k^{2}w_{0}^{2}Tz + \frac{8(2m+1)}{3w_{0}^{2}}Tz^{3} + \frac{4}{3}k^{2}T^{2}z^{4}\right]^{1/2},$$
(21)

当 *T*=0 时,由(21)式可得到 EHG 光束在自由空间 传输的 *M*² 因子为

$$M_x^2(0) = \left[\frac{(4m-1)(2m+1)}{2m-1}\right]^{1/2}.$$
 (22)

可以看出,(22)式与文献[10]给出的结果完全相同。 类似地,定义相对 M² 因子为

$$M_{\rm r}^2(z) = \frac{M_x^2(z)}{M_x^2(0)} = \left[1 + \frac{2k^2 w_0^2 Tz}{2m+1} + \frac{8(2m-1)Tz^3}{3(4m-1)w_0^2} + \frac{4(2m-1)}{3(4m-1)(2m+1)}k^2 T^2 z^4\right]^{1/2},$$
(23)

比较(22)式与(21)和(23)式可知,EHG 光束在入射 面上的 M^2 因子只与光束阶数有关,而在大气湍流 中传输后,其 M^2 因子不仅与光束阶数 m 有关,还与 波数 $k(ik \lambda)$ 、基模高斯光束的束腰宽度 w_0 以及 表征湍流特征的参数 T 有关。此外,进一步分析 (21)和(23)式可知,在相同的光束阶数情况下, M^2 因子和相对 M^2 因子随大气湍流参数 T、传输距离 z和激光波数 k 的增大而增大。

4 EHG 光束在湍流中的传输特性

对于大气湍流折射率起伏的空间功率谱 Φ_n ,采用 Tatarskii 谱模型^[3]:

$$\Phi_n(\boldsymbol{\kappa}) = 0.033 C_n^2 \boldsymbol{\kappa}^{-11/3} \exp\left(-\frac{\boldsymbol{\kappa}^2}{\boldsymbol{\kappa}_m^2}\right), \quad (24)$$

式中 C_n^2 为大气湍流的折射率结构参数, $\kappa_m = 5.92/l_0$, l_0 为湍流内尺度。



图 1 远场发散角(a)和相对远场发散角(b)随传输距离的变化

Fig. 1 Evolutions of the far-field divergence angle (a) and the relative far-field divergence angle (b) with

the propagation distance

从图 1 可以看出,随着在大气湍流中传输距离 的增大,不同阶数 EHG 光束的发散角和相对远场 发散角均逐渐增大,其光束质量明显变差。图 1(a) 表明,对于给定的传输距离,光束阶数高的 EHG 光 束对应的远场发散角更大。然而,从图 1(b)可以看 出,对于相同的传输距离,阶数高的 EHG 光束对应 的相对远场发散角较小,并且远场发散角随着传输 距离的增加也相对较慢,说明大气湍流对高阶 EHG 光束远场发散角的影响更小。

图 2 给出了不同光束阶数的 EHG 光束在大气湍 流中传输后的束宽和相对束宽随传输距离的变化,计 算参数为 λ =850 nm, w_0 =0.05 m, C_n =10⁻¹⁵ m^{-2/3}, l_0 =0.01 m。

从图 2(a)可以看出,在大气湍流中传输时,

EHG 光束的束宽随传输距离的增加而明显增大,其 中包括了在自由空间中的光束扩散和湍流的影响。 零阶 EHG 光束的束宽总是最小的。当光束阶数 *m*≥1时,入射面上阶数较高光束的束宽相对较小, 然而,随着传输距离的增加,阶数越高的光束,其束 宽增加越快,在传输一段距离后会大于低阶光束。 此外,从图 2(b)也可以看出,随传输距离的增加,较 低阶数光束的相对束宽增长较快,也即是说,大气湍 流对低阶 EHG 光束的束宽影响更大,特别是,对于 零阶(即基模高斯光束)的影响是最大的。

将(24)式代入(8)式中的 T 的表达式,积分后

 $T = 0.1661 \pi^2 C_n^2 l_0^{-1/3}$.

图 1 给出了不同阶数的 EHG 光束在湍流大气中传 输后的远场发散角和相对远场发散角随传输距离的

变化,计算所用参数为 $\lambda = 850 \text{ nm}, w_0 = 0.05 \text{ m},$

得到表征湍流特征的参数 T 可表示为^[1]

 $C_{\rm w}^2 = 10^{-15} {\rm m}^{-2/3}$, $l_0 = 0.01 {\rm m}_{\odot}$

图 3 给出了不同阶数的 EHG 光束在湍流中传输 后的 M° 因子和相对 M° 因子随传输距离的变化,计 算参数为 λ =850 nm, w_0 =0.05 m, C_n° =10⁻¹⁵ m^{-2/3}, l_0 =0.01 m。



图 2 束宽(a)和相对束宽(b)随传输距离的变化

Fig. 2 Evolutions of the beam width (a) and the relative beam width (b) with the propagation distance

(25)



图 3 不同阶数的 EHG 光束在大气湍流中传输的 M^2 因子(a)和相对 M^2 因子(b)随传输距离的变化 Fig. 3 Evolutions of the M^2 -factor (a) and the relative M^2 -factor (b) with the propagation distance

由图 3(a)可见,对于不同的光束阶数,EHG 光 束的 M² 因子均随传输距离的增加逐渐增大,其光 束质量明显变差。对于相同的传输距离,阶次越高 的 EHG 光束所对应的 M^2 因子越大。图 3(b)表 明,随着距离的增加,各阶 EHG 光束的相对 M² 因 子仍然会增大,但对于相同的传输距离,阶数越高时 所对应的相对 M² 因子越小,也即是说,EHG 光束 的阶数越高,其相对 M² 因子增大越慢,大气湍流对 M²因子的影响越小。分析其原因主要在于,激光 在大气湍流中的传输,影响其光束参数有两方面的 机制。一方面是自由空间的衍射作用,另一方面则 是大气湍流的作用。大气湍流作用的距离越长影响 越大,因此,传输距离越长,光束质量则越差。然而, 光束在自由空间中的较大扩展会掩盖湍流对其的影 响^[4]。分析(17)式,(19)式以及(21)式可知,当T=0 时,即表示在自由空间传输的情况。在自由空间传输 时,EHG 光束的远场发散角、束宽和 M² 因子均随光 束阶数的增大而增大,于是,高阶 EHG 光束相对于低 阶的光束扩展就使得湍流对其远场发散角、束宽和 M²因子的影响更小。

图 4 给出了不同阶数的 EHG 光束在湍流中传 输的相对 M^2 因子随湍流的折射率结构参数 C_n^2 的 变化。计算参数为 $\lambda = 850 \text{ nm}, w_0 = 0.05 \text{ m}, z =$ 1 km, $l_0 = 0.01 \text{ m}$ 。从图 4 可以看出,随湍流折射率 结构参数的增大,相对 M^2 因子逐渐增大,即是说, 湍流越强,其影响越大。并且,EHG 光束的阶数越 高,湍流对其影响越小。

图 5 给出了不同阶数的 EHG 光束在湍流中传 输后的相对 M^2 因子随激光束波长的变化。计算参 数为 $l_0 = 0.01 \text{ m}, w_0 = 0.05 \text{ m}, C_n^2 = 10^{-15} \text{ m}^{-2/3},$ z=1 km。从图 5可以看出,随着光束波长的增加, 各阶 EHG 光束的相对 M^2 因子将逐渐减小。对于 相同的波长,光束阶数越高,则相对 M^2 因子越小。



图 4 相对 M^2 因子随折射率结构参数的变化 Fig. 4 Evolutions of the relative M^2 -factor with the structural constant of the refractive index fluctuations



图 5 相对 M² 因子随波长的变化 Fig. 5 Evolutions of the relative M²-factor with the wavelength

图 6 给出了不同阶数的 EHG 光束在湍流中传 输后的相对 M^2 因子随基模高斯光束束腰宽度 w_0 的变化。计算参数为 λ =850 nm, C_n^2 =10⁻¹⁵ m^{-2/3}, z=1 km, l_0 =0.01 m。

从图 6 可以看出,当基模高斯光束束腰宽度 w_0 逐渐增大时,各阶 EHG 光束的相对 M^2 因子呈现出 先逐渐减小后再逐渐增大的变化趋势,此时,相对 M^2 因子存在极小值,且光束阶数越高,相对 M^2 因 子的极小值越小。例如,当 m = 0 时, $M^2_{r,min} =$ 1.1243;当 m = 1 时, $M^2_{r,min} = 1.0426$;当 m = 10 时,



图 6 相对 M² 因子随基模高斯光束的束腰宽度 w₀ 的变化

Fig. 6 Evolutions of the relative M^2 -factor with the waist width

 $M_{r,\min}^2$ =1.0196。分析其原因主要在于:EHG 光束 的 M^2 因子在湍流中传输的变化包括了空间域的变 化和空间-频率域的变化。EHG 光束在空间域的变 化随基模高斯光束的束腰宽度 w_0 的增大而增大, 而空间-频率域的变化则随 w_0 的增大而减小,因 此,在二者共同作用下会存在一个极小值。

4 结 论

采用惠更斯-菲涅耳原理和 Wigner 分布函数, 以及根据二阶矩定义,推导了激光光束在大气湍流 中传输后的远场发散角、束宽和 M² 因子的解析表 达式,光束在大气湍流中传输的 M² 因子与入射面 上的 M² 因子、入射面的二阶矩、传输距离、波数以 及湍流的影响因子密切相关。进一步以 EHG 光束 为例,对其在大气湍流中的光束传输特性进行了定 量分析和讨论,并做了相应的物理解释。研究结果 表明,对于 EHG 光束,其在大气湍流中传输后的 M²因子与传输距离、湍流的折射率结构参数、光束 波长、光束阶数以及基模高斯光束的束腰宽度有关; 随着在湍流中传输距离的增加,EHG 光束的远场发 散角、束宽和 M² 因子均明显增大;对于远场发散 角、東宽和 M^2 因子,大气湍流对较高阶数的EHG 光束的影响相对较小。特别的,在基模高斯光束束 腰宽度从小到大的变化过程中,M²因子存在极小 值,且光束阶数越高,M²因子的极小值越小。



- 1 Y. Dan, B. Zhang. Beam propagation factor of partially coherent flat-topped beams in a turbulent atmosphere[J]. Opt. Express, 2008, 16(20): 15563~15575
- 2 Yuoquan Dan, Bin Zhang. Second moments of partially coherent beams in atmospheric turbulence [J]. Opt. Lett., 2009, 34(5): 563~565
- 3 L. C. Andrews, R. L. Phillips. Laser Beam Propagation through Random Media [M]. Bellingham, Washington: SPIE Press, 2005, 67
- 4 G. Gbur, E. Wolf. Spreading of partially coherent beams in random media [J]. J. Opt. Soc. Am. A, 2002, 19 (8): 1592~1598
- 5 Wang Hua, Wang Xiangzhao, Zeng Aijun *et al.*. Effect of atmospheric turbulence on temporal coherence of Gaussian Schellmodel beams propagating in slant path[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(9): 1548~1552

王 华,王向朝,曾爱军等.大气湍流对斜程传输准单色高斯--谢尔光束时间相干性的影响[J]. 光学学报,2007,27(9): 1548~1552

6 Ji Xiaoling, Chen Senhui, Li Xiaoqing. Polarization properties of partially coherent electromagnetic Hermite-Gaussian beams in atmospheric turbulence[J]. Chinese J. Lasers, 2008, 35(1): 67~72

季小玲,陈森会,李小庆.部分相干电磁厄米-高斯光束通过湍流大气传输的偏振特性[J].中国激光,2008,**35**(1):67~72

- 7 A. E. Siegman. Lasers [M]. California: University Science Books, Mill Valley, 1986. 626~662
- 8 S. Y. Shin, L. B. Felsen. Gaussian beam modes by multipoles with complex source points [J]. J. Opt. Soc. Am, 1977, 67(5): 699~700
- 9 Zauderer Erich. Complex argument Hermite-Gaussian and Laguerre-Gaussian beams [J]. J. Opt. Soc. Am. A, 1986, 3(4): 465~469
- 10 S. Saghafi, C. J. R. Sheppard, J. A. Piper. Characterising elegant and standard Hermite-Gaussian beam modes [J]. Opt. Commun., 2001, 191(3-6): 173~179
- 11 Dan Youquan, Zhang Bin. Coherent-mode representation of the elegant Hermite-Gaussian beams [J]. Acta Physica Sinica, 2006, 55(2): 712~716 但有全,张 彬. 复宗量厄米-高斯光束的相干模表示[J]. 物理 学报, 2006, 55(2): 712~716
- 12 L. Mandel, E. Wolf. Optical Coherence and Quantum Optics [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1995
- 13 R. Martinez-Herrero, G. Piquero, P. M. Mejias. On the propagation of the kurtosis parameter of general beams[J]. Opt. Commun., 1995, 115(3-4): 225~232
- 14 S. A. Ponomarenko, J. -J. Greffet, E. Wolf. The diffusion of partially coherent beams in turbulent media[J]. Opt. Commun., 2002, 208(1-3): 1~8
- 15 A. E. Siegman. New development in laser resonator [C]. SPIE, 1990, 1224: 2~14
- 16 J. Serna, R. Martínez-Herrero, P. M. Mejías. Parametric characterization of general partially coherent beams propagating through ABCD optical systems[J]. J. Opt. Soc. Am. A, 1991, 8(7): 1094~1098
- 17 Baida Lu, Hong Ma. A comparative study of elegant and standard Hermite-Gaussian beams [J]. Opt. Commun., 2000, 174(1-4): 99~104