**文章编号:** 0253-2239(2010)05-1464-05

# 电控振幅型超分辨光瞳滤波器的调谐特性分析

谢翊乐 王吉明 刘友文

(南京航空航天大学应用物理系, 江苏南京 210016)

**摘要** 根据空间偏振态调制和偏振干涉的原理,设计了一种能通过外加电压调谐的振幅型光瞳滤波器,实现了横向超分辨下轴向焦移与焦深的实时控制。该滤波器由两个透射光轴平行的偏光镜,置于其间的一个电光晶体和一 个二区域 λ/2 波片组成。分析了滤波后光学系统焦点附近光强的分布及电光调谐特性,在电光相位延迟-π~π之 间,二区域 λ/2 波片内外径取优化值时,可实现横向超分辨及轴向焦移的实时调控,等效于一个可实现横向超分辨 的电光调焦透镜。电光相位延迟一定时,二区域 λ/2 波片内区方位角的改变可实现第一零点比的调整;内区方位 角一定时,电光相位延迟的改变可实现焦深的实时控制。

# Tuning Analysis of Electrically Controlled Amplitude-based Superresolution Pupil Filter

### Xie Yile Wang Jiming Liu Youwen

(Department of Applied Physics, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing, Jiangsu 210016, China)

Abstract Based on space-variant polarization manipulation and polarizing interference, a set of amplitude pupil filters is presented. The control of axial focal shift and extended focal depth can be realized when keeping the transverse superresolution. This filter consists of two parallel polarizers, an electro-optical crystal and a two-zone half-wave plate. The electro-optical tuning characteristic and modulated distribution of intensity in the focal region of the filtered optical system are analyzed. When the modulated phase delay varies from  $-\pi$  to  $\pi$ , the real-time control of the focal shift and transverse superresolution behavior can be obtained. Here this system can be realized as a lens having variable focus with transverse superresolution adjusted by external voltage. The ratio of the first zero position can be modulated by azimuth angle of the inner  $\lambda/2$  plate when the electro-optical phase delay is chosen. The electro-optical depth can be realized in real-time control when the azimuth angle of the inner  $\lambda/2$  plate is chosen.

Key words optical devices; transverse superresolution; electro-optical modulation; focal shift; extended focal depth

# 1 引

言

空变偏振操控<sup>[1]</sup>(SVPM)是现代物理光学的 一个新分支,通过控制光的偏振态随空间坐标的变 化而变化,实现新的光学现象或应用技术。目前, SVPM 在不同领域的进展包括偏振数据编码、神经 网络与光计算、光学加密、材料处理、原子捕获与光 镊和光学超分辨等。其中,利用空变偏振操控技术 获得光学超分辨或成像系统焦点附近光强重新分布 的理论和实验方法,已经有了一些系统的研究结果。 Toraldo di Francia<sup>[2]</sup>最初将超分辨天线的概念

收稿日期: 2009-08-02; 收到修改稿日期: 2009-09-30

**基金项目:**国家自然科学基金(50675103,60808026)、教育部博士点专项基金(200802871028)、归国人员科研启动基金和 江苏省六大人才高峰项目(07-A-011)资助课题。

作者简介:谢翊乐(1984-),男,硕士研究生,主要从事晶体偏振光学、信息光学方面的研究。E-mail: lele\_nuaa08@msn.com 导师简介:刘友文(1966-),男,博士,教授,主要从事信息光子学、微纳米光子学等方面的研究。

E-mail: ywliu@nuaa.edu.cn(通信联系人)

引入到光学超分辨的领域之后,各种获得光学超分 辨的方法相继出现。其中,应用超分辨光瞳滤波器 是目前实现光学超分辨的主要方法之一。但传统的 光瞳滤波器一旦制作成型,其相应的光学超分辨特 性就不能再被改变,而在一些动态影像观测、粒子俘 获和控制[3]等许多应用中,却要求系统的分辨能力 须具有动态可调谐性。近年来借助空变偏振效应来 实现可控超分辨的方法受到了广泛关注,主要有以 下进展:1)利用单块双折射晶体板[4]、复合双折射延 迟片[5]、径向双折射透镜[6]或各向异性一同性介质 组合[7],旋转双折射元件获得相位或透射振幅连续 变化的相位型或振幅型光瞳滤波器,实现焦点附近 分辨力的手动控制,而利用系统中电光晶体的动态 相位延迟特性,可以获得横向光学超分辨与轴向焦 深或焦移的实时控制<sup>[8,9]</sup>;2)利用偏振掩模板的技 术[10~12],在透镜孔径的光瞳面上加上偏振掩模来修 正系统的光瞳函数,通过偏振器改变掩模区域的出 射光场以实现分辨率可调,实现焦点附近光强重新 分布;3)利用共轴离焦的正交线偏振高斯光相互叠 加,获得横向与轴向超分辨,实现了超分辨性能参数 的实时控制,特定结构之下可以分别获得轴向扩展 焦深或轴向焦移的控制<sup>[13,14]</sup>。

本文提出了一种电控振幅型超分辨光瞳滤波器。该光瞳滤波器引入电光元件的调制性能,与复 合延迟波片结合,实现了横向超分辨下的轴向焦移 与焦深的实时控制。

### 2 滤波器结构与原理分析

电控振幅型光瞳滤波器的结构如图 1 所示。入 射光为扩展后的平行光,光沿传播方向,依次经过起 偏器 P、二区域的 λ/2 波片 L、电光晶体 M 和检偏器 N。其中起偏器 P、检偏器 N 的透光轴方向均沿 *x* 轴方向,二区域的 λ/2 波片 L 内外区的快轴方位角 不同<sup>[5]</sup>,电光晶体可采用铌酸锂(LiNbO<sub>3</sub>),为避免 自然双折射的影响,使用横向电光调制,按光轴沿光 线传播方向放置,沿与光轴垂直平面内的两晶轴之 一加电场。根据 LiNbO<sub>3</sub> 的电光调制特性,其电光 相位延迟为

$$\Gamma = kV, \tag{1}$$

式中 $k = 2\pi n_{0}^{3} \gamma_{22} l(\lambda d)$ 是电光调制系数,l,d分别为 光传播方向与电场方向上的晶体长度,V为外加电 场,电光晶体的方向角为 $\theta_{0}$ 



图 1 超分辨光瞳滤波器结构图

Fig. 1 Structure of the super-resolution optical pupil filter

整个系统起到对光空间偏振态变换及偏振干涉的作用,偏振态演变过程如图 2 中庞加莱球所示。 入射光经起偏镜变为 x 方向的线偏振光 A,后经过 二区域的复合  $\lambda/2$  波片,演变成径向两个区域内不 同方向振动的线偏振光  $B_{in}$ 和  $B_{out}$ ,实际庞加莱球上 的位置决定于二区域的复合  $\lambda/2$  波片快轴与 x 轴之 间的夹角,但演化路径一直沿庞加莱球上的赤道。 再经过电光晶体,由于电光晶体的相位实时调控作 用,两区域偏振态进一步演变,其中对应内区的偏振 态沿 $B_{in}C_{in}$ 的大圆路径演化,对应外区沿  $B_{out}C_{out}$  $C_{out}$ 的大圆路径演化,一般情况下,最终演变成椭圆 偏振光。



图 2 偏振态演变图

Fig. 2 Evolution of the polarization states

再经检偏镜检偏后,内外区将变为同一方向偏振的线偏振光 E<sub>in</sub>和 E<sub>out</sub>。因内区和外区分别在庞加莱球上沿不同轨迹演变,因此产生不同的附加相位延迟,经透镜聚焦在焦点附近会聚干涉,通过电光晶体相位延迟的改变,实现干涉光强分布的操控。

电光晶体 M 的琼斯矩阵为

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} \cos(\frac{\Gamma}{2}) + i\sin(\frac{\Gamma}{2})\cos(2\theta) & i\sin(\frac{\Gamma}{2})\sin(2\theta) \\ i\sin(\frac{\Gamma}{2})\sin(2\theta) & \cos(\frac{\Gamma}{2}) - i\sin(\frac{\Gamma}{2})\cos(2\theta) \end{bmatrix},$$
(2)

二区域的 λ/2 波片由两个可作相对旋转运动的区域 组成,其内半径为 ρι,外半径相对光学系统的光瞳 是归一化的,则它内区(外区)的琼斯矩阵为<sup>[5]</sup>

$$\boldsymbol{L}(\theta_2) = \begin{bmatrix} \cos(2\theta_2) & \sin(2\theta_2) \\ \sin(2\theta_2) & -\cos(2\theta_2) \end{bmatrix}, \quad (3)$$

式中 $\theta_2 = \theta_{in}$ 或 $\theta_{out}$ ,表示 $\lambda/2$ 波片内区或外区的快轴 与x轴的夹角。不妨设入射平行光的光矢量为  $E_{in} = \begin{bmatrix} 1 \\ Aexp(iq) \end{bmatrix}$ ,依次经过各个器件,系统的透 射光场为

$$\boldsymbol{E}_{\text{out}} = \boldsymbol{N}\boldsymbol{B}(\theta)\boldsymbol{L}(\theta_2)\boldsymbol{P}\boldsymbol{E}_{\text{in}}, \qquad (4)$$

计算得

$$\boldsymbol{E}_{\text{out}} = \begin{bmatrix} \cos\left(\frac{\Gamma}{2}\right)\cos(2\theta_2) + \sin\left(\frac{\Gamma}{2}\right)\cos[2(\theta - \theta_2)] \\ 0 \end{bmatrix},$$
(5)

系统光瞳函数

$$P(\rho, \theta_2, \Gamma, \theta) = \cos\left(\frac{\Gamma}{2}\right) \cos(2\theta_2) + i\sin\left(\frac{\Gamma}{2}\right) \cos[2(\theta - \theta_2)], \quad (6)$$

(6) 式表明,系统的光瞳函数与二区域 $\lambda/2$ 波片的内 外区半径、快轴方向、电光晶体的感应快轴和电光相 位延迟有关,为实现横向超分辨和进行电光调制,此 处以电光晶体的感应快轴与 x 轴夹角 $\theta = \pi/4$  来分 析。此外,为了便于分析,对二区域 $\lambda/2$  波片进行简 化处理,将外区快轴和半径固定,仅调节内区相位和 半径。不妨假设, $\lambda/2$  波片外区域快轴方位角 $\theta_{out} = \pi/4$  且其最大半径为 1;内区快轴方位角 $\theta_{in}$ 连续变 化,半径为 $\rho_{in}$ 。

根据德拜(Debye)的标量衍射理论,焦点附近 复振幅的分布为

$$U(v,u) = 2 \int_0^1 P(\rho) \mathbf{J}_0(v\,\rho) \exp(-\mathrm{i}u\rho^2/2)\rho \mathrm{d}\rho,$$
(7)

式中 $\rho$ 为归一化半径,  $P(\rho) = T(\rho) \exp[i\varphi(\rho)]$ 是 光瞳函数。 $v \pi u$ 分别对应接收面上的横向坐标 r和轴向坐标z,满足 $v = \frac{2\pi}{\lambda} NAr$ 以及 $u = \frac{2\pi}{\lambda_s} NA^2 z$ , NA 为系统的数值孔径。当u=0时,得到系统横向 焦平面上的光强

$$I(v,0) = \left| 2 \int_{0}^{1} P(\rho) \mathbf{J}_{0}(v \rho) \rho \mathrm{d}\rho \right|^{2}, \qquad (8)$$

当 v=0 时,得到系统轴向上光强

$$I(0,u) = \left| 2 \int_{0}^{1} P(\rho) \exp(-iu\rho^{2}/2)\rho d\rho \right|^{2}, \quad (9)$$

将光瞳函数(6)式代入(8)式和(9)式,分别得到系统的横向和轴向光强如下

$$\begin{split} I(\upsilon,0) &= 4 \left| \int_{0}^{\rho_{1}} \left[ \cos\left(\frac{\Gamma}{2}\right) \cos(2\theta_{\rm in}) + i\sin\left(\frac{\Gamma}{2}\right) \right] \\ \sin(2\theta_{\rm in}) \left] J_{0}(\upsilon \rho) \rho d\rho + \int_{\rho_{1}}^{1} i\sin\left(\frac{\Gamma}{2}\right) J_{0}(\upsilon \rho) \rho d\rho \right|^{2}, (10) \\ I(0,u) &= 4 \left| \int_{0}^{\rho_{1}} \left[ \cos\left(\frac{\Gamma}{2}\right) \cos(2\theta_{\rm in}) + i\sin\left(\frac{\Gamma}{2}\right) \right] \\ \sin(2\theta_{\rm in}) \left] \exp(-iu\rho^{2}/2) \rho d\rho + \int_{\rho_{1}}^{1} i\sin\left(\frac{\Gamma}{2}\right) \\ &\exp(-iu\rho^{2}/2) \rho d\rho \right|^{2}. \end{split}$$

# 3 系统超分辨性能调谐

### 3.1 横向超分辨与轴向焦移调谐

根据(11)式,分析调谐系统轴向光强随电光相 位延迟 Γ 的变化。当聚焦光束在轴向上强度最大 点偏离其几何焦点,即发生了焦移。定义超分辨参 量 S 为斯特尔比,它表示经光瞳滤波器滤波后与未 滤波的艾里斑衍射时的系统光强主瓣强度之比。综 合考虑光强峰值和焦移值,经过寻优后选取:内区半 径  $\rho_{in} = 0.4$ ,内区快轴与 x 轴夹角  $\theta_{in} = -\pi/12$  时的 轴向光强分布图,如图3。从图中可以看出,电光相 位延迟 $\Gamma$ 不但可以调控轴向光强的峰值,而且可以 控制轴向焦点的变化。其中,电光相位延迟 $\Gamma$ 在 0~π区间变化时,焦移值递减,最大光强处逐渐靠 近几何焦点,且实际焦点都位于几何焦点右边,而此 时横向光强斯特尔比S递增,越靠近几何焦点,中 心亮斑亮度愈增强;电光相位延迟 $\Gamma$ 在 $-\pi\sim0$ 区间 变化时与在(0, π)关于纵轴对称分布,其实际焦点 都位于几何焦点左边。整个焦移以几何焦点为中 心,范围在-5~5之间。图4给出了焦移量随电光 相位延迟 Γ 的变化规律。



图 3 轴向光强分布随电光相位延迟 Γ 的变化 Fig. 3 Axial intensity distribution varies with electro-optical phase delay Γ





当进行电压调制时,聚焦光束在轴上光强最大 点往往不在几何焦点,轴向焦点随之发生移动,这种 情况下研究焦移位置处横向光强分布特性更有意 义。此时的焦移处的横向光强变为

$$I(v, u_{\rm f}) = 4 \left| \int_{0}^{\rho_{\rm I}} \left[ \cos\left(\frac{\Gamma}{2}\right) \cos(2\theta_{\rm in}) + \sin\left(\frac{\Gamma}{2}\right) \right] \cdot \sin(2\theta_{\rm in}) \left] J_{0}(v \rho) \exp(-iu_{\rm f}\rho^{2}/2)\rho d\rho + \int_{\rho_{\rm I}}^{1} \sin\frac{\Gamma}{2} J_{0}(v \rho) \exp(-iu_{\rm f}\rho^{2}/2)\rho d\rho \right|^{2}.$$
(12)

仍取内区半径  $\rho_{in} = 0.4$ ,内区快轴与 x 轴夹角  $\theta_{in} = -\pi/12$ ,  $\Gamma \neq 0 \sim \pi$ ,  $-\pi \sim 0$  之间变化时, 横向光 强分布如图 5(a)和(b)所示。

从图 5 可看出,电光相位延迟  $\Gamma$  变化时,第一零 点不变。电光相位延迟  $\Gamma$  在 0~ $\pi$  区间时,横向斯 特尔比 S 随电光相位延迟  $\Gamma$  递增,其中在  $\pi$  处取最 大值;电光相位延迟  $\Gamma$  在  $-\pi \sim 0$  区间,横向斯特尔 比 S 随电光相位延迟  $\Gamma$  递减,两区间的横向光强随 电光相位延迟  $\Gamma$  的调谐分布关  $\Gamma = 0$  对称。图 6 给 出了横向斯特尔比 S 随电光相位延迟  $\Gamma$  的变化曲 线图,S 的调谐范围内介于 0~0.58 之间,实际中可 以根据需要利用外场实时调整需要的斯特尔比 S。

#### 3.2 横向超分辨与轴向扩展焦深调谐

当二区域 $\lambda/2$  波片内区快轴方位角 $\theta_{in} = -\pi/4$ 时,两区相位差最大,根据轴向光强(11)式,分析此时的轴向光强分布,如图7(a)和(b)。由图中可以看出,电光相位延迟 $\Gamma$ 在0~ $\pi$ 区间时,随电光相位延迟 $\Gamma$ 的递增,轴向光强中心能量趋于增大,其中0处取最小值, $\pi$ 处最大。同时,可以观察到轴向焦深获得了很明显的扩展。若定义光强峰值变化量不超10%的轴向距离为焦深,最大扩展后的焦深(2×6)约是扩展前艾里斑焦深(2×2.3)的2.6倍,当 $\Gamma$ 变





Fig. 5 Transverse intensity distribution varies with electro-optical phase delay  $\Gamma$ 





Fig. 6 Strehl ratio varies with electro-optical phase



化时,焦深变化并不明显,但轴向上中央区域能量随 Γ增大而增大。

当出现轴向扩展焦深时,离焦面的光强分布为

$$I(v, u_{\rm f}) = 4 \left| \int_{0}^{\rho_{\rm f}} \left[ \cos\left(\frac{\Gamma}{2}\right) \cos(2\theta_{\rm in}) + i\sin\left(\frac{\Gamma}{2}\right) \cdot \sin(2\theta_{\rm in}) \right] J_{0}(v \rho) \exp(-i\Delta u \rho^{2}/2) \rho d\rho + \int_{\rho_{\rm f}}^{1} i\sin\left(\frac{\Gamma}{2}\right) J_{0}(v \rho) \exp(-i\Delta u \rho^{2}/2) \rho d\rho \right|^{2}.$$
(13)

图 8 是对应离焦面 u=2,4,6 三处的横向光强分 布。仍取内区半径  $\rho_m=0.4$ ,内区快轴与 x 轴夹角  $\theta_m=-\pi/12$ ,电光相位延迟  $\Gamma=3\pi/4$ 。可以看出,在 这种情况下,横向光强实现了超分辨。这样,就实现 光







Fig. 7 Variation of focal depth with the electro-optical phase delay  $\Gamma$ . (a) Unnormalized; (b)normalized



图 8 离焦面光强分布图

Fig. 8 Intensity distribution in the transverse direction in the different focal shift planes

## 4 结 论

研究结果表明,借助于该光瞳滤波器不仅可以 实现光学系统横向超分辨能力的提高,而且可以通 过调节电光相位延迟和合适的二区域波片内外区方 位角,实现轴向焦移的实时调控或轴向扩展的焦深。 由于可以通过电光晶体实时调节电光相位延迟,因 此对二区域λ/2波片的相位延迟精度要求降低,对 不同波长的入射光,可以通过微调电光相位延迟获 得期望的焦点光强分布,整个滤波器具有一定的消 色散功能。另外,分析过程中可以发现,横向第一零 点比并不随电光相位延迟变化而变化,如果希望进 一步调节的话,可以通过旋转二区域波片的方位角, 或者改变电光晶体的感应快轴方向来实现。

#### 参考文献

- E. Hasman, G. Biener, A. Niv *et al.*. Space-variant polarization manipulation [J]. *Progress in Optics*, 2005, 47: 215~289
- 2 G. T. Di Francia. Super-gain antennas and optical resolving power[J]. Nuovo Cimento Suppl., 1952, 9(3): 426~438.
- 3 Ding Hongping, Li Qinghui, Zhou Wenyi. Influence of Toraldo pupil-filter on imaging resolution of optical system[J]. *Journal of Optoelectronics* Laser, 2004, **15**(11): 1311~1314
- 丁洪萍,李庆辉,邹文艺. Toraldo 光瞳滤波器对光学系统成像分 辨率的影响[J]. 光电子・激光, 2004,15(11): 1311~1314
- 4 Xiao Fanrong, Wang Guiying, Xu Zhizhan. The design of tunable phase-only pupil filter with uniaxial crystal [J]. Acta Optica Sincia, 2004, 24(3): 378~382
- 肖繁荣,王桂英,徐至展. 单轴晶体相位型光瞳滤波器[J]. 光学 学报,2004,24(3):378~382
- 5 Yun Maojin, Wang Yong, Kong Weijin *et al.*. Transverse superresolution and axial extended focal depth realized by the tunable phase pupil filter[J]. *Acta Physica Sinica*, 2008, **57**(1): 194~199 云茂金,王 勇,孔伟金等. 可调谐位相型光瞳滤波器的横向超 分辨和轴向扩展焦深[J]. 物理学报, 2008, **57**(1): 194~199
- 6 Yun Maojin, Liu Liren, Sun Jianfeng *et al.*. Research on superresolution of radial birefringent filter [J]. Acta Optica Sinica, 2005, **25**(1): 131~135
- 云茂金,刘立人,孙建锋等. 径向双折射滤波器的超分辨性能研究[J]. 光学学报,2005,25(1):131~135
- 7 Zhu Huafeng, Li Dailin, Wang Ning et al.. Precise analysis of combination homogeneous-inhomogeneous-material superresolution filters with double-tunable modes[J]. J. Opt. Soc. Am. A, 2007,24(7); 2097~2101
- 8 Wang Jiming, Liu Liren, Yun Maojin *et al.*. Transverse superresolution and axial extended focal depth with electrically controlled radial birefringent filter [J]. Acta Optica Sinica, 2006, 26(6): 903~908

王吉明,刘立人,云茂金等.电控径向双折射滤波器的横向超分 辨与轴向扩展焦深[J].光学学报,2006,26(6):903~908

- 9 Wang Jiming, Liu Liren, Yun Maojin et al.. Superresolution, extended focal depth or focal shift with electrically controllable radial birefringent filter [J]. J. Opt. A: Pure Appl. Opt., 2005, 7(12): 748~754
- 10 D. R. Chowdhury, K. Bhattacharya, A. K. Chakroborty. Focal shift in an imaging system with polarization-phase modulated aperture plane[J]. J. Opt., 2002, 31(3): 117~128
- 11 D. R. Chowdhury, K. Bhattacharya, A. K. Chakroborty *et al.*. Possibility of an optical focal shift with polarization masks[J]. *Appl. Opt.*, 2003, **42**(19): 3819~3826
- 12 V. F. Canales, P. J. Valle, J. E. Oti *et al.*. Variable resolution with pupil masks[J]. Opt. Commun. , 2006,257: 247~254
- 13 Qiwen Zhan, James R. Leger. Focus shaping using cylindrical vector beams[J]. Opt. Express, 2002, 10(7): 324~331
- 14 A. I. Whiting, A. F. Abouraddy, B. E. A. Saleh *et al.*.
   Polarization-assisted transverse and axial optical superresolution
   [J]. Opt. Express, 2003,11(15): 1714~1723