

文章编号: 0253-2239(2010)04-1031-05

一种新的基于线性载波延拓的相位展开方法

张 恨 李艳秋 刘 克 吴少雄

(北京理工大学光电学院, 北京 100081)

摘要 提出了一种利用线性载波对不连续相位图进行延拓后相位展开的方法。首先,通过傅里叶变换法确定载波频率;然后,用最小二乘法确定与相位图相匹配的线性载波对背景、遮拦区域进行延拓;最后,采用经典的相位展开算法对延拓后的相位图进行展开。实验结果表明,对于包含较大线性载波的不连续干涉图,延拓后相位展开结果避免了各区域间的全局误差;计算机模拟结果表明,对于包含较小线性载波或不含载波的不连续干涉图,经过线性载波调制后,使用该方法得到相位展开结果与真实波面均方根误差仅为 0.0021 rad,不存在全局误差。

关键词 光学测量;相位展开;线性载波;延拓

中图分类号 TN911.74 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20103004.1031

A New Phase Unwrapping Method Based on the Linear-Carrier Extension

Zhang Hen Li Yanqiu Liu Ke Wu Shaoxiong

(School of Optoelectronics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

Abstract A new phase unwrapping method to extend the discontinuous wrapped phase with linear carrier before unwrapping is presented. First, the carrier frequency is determined by the Fourier transform method. Then the least-square method is used to calculate the linear carrier which matches with the wrapped phase to extend the background and obscurations region. Finally, the classical quality-guided method is used to unwrap the extended phase map. The experiment result shows that, for the discontinuous interferograms with large linear carrier, the unwrapping result avoids the global errors between different regions. The computer simulation result shows that, the method can be applied to discontinuous interferograms with small linear carrier or without carrier and get the correct unwrapping result can be obtained after linear carrier modulation.

Key words optical measurement; phase unwrapping; linear carrier; extension

1 引 言

利用干涉仪检测光学系统像差时,对于某些特定共轴折返式光学系统,比如施瓦兹希尔德(Schwarzschild)微缩投影物镜,其两镜为反射式结构,主镜与次镜间存在起固定作用的支架,干涉测量时,支架在干涉图上形成遮拦,把干涉图分为不连续的几个区域。采用移相法提取相位后,包裹相位图也被分割为对应的孤立区域。

经典的相位展开算法有路径导引型算法和最小范数法两类^[1],近年来又发展出很多对噪声抑制效果很好的算法,如基于最大后验概率估计的 $Z\pi M$ 算法^[2]和

基于局部相位近似的 PhaseLa 算法^[3]等。但是对于这种相位图不连续,被分割为几块分立区域的情况,现有的相位展开算法只能对各分立区域内包裹相位展开。而区域间相位值的对应关系被遮拦破坏,导致展开结果中,各区域间存在 2π 整数倍的全局误差。

在光学像差检测中,往往通过调节光路使得待测波面与参考波面之间具有一定的倾斜,表现在干涉图上即引入了线性载波。对于包含线性载波的干涉图,有多种相位提取算法:如空域的空间载波相移法^[4]、锁相环法^[5]和频域的傅里叶变换法^[6]等。由于相位提取较方便,所以在相位测量的其他应用领

收稿日期: 2009-04-21; 收到修改稿日期: 2009-06-10

基金项目: 国家自然科学基金(10674134, 60938003)、国家科技重大专项(2008ZX02501-009)教育部长江学者奖励计划和北京理工大学基础研究基金(20070142008)资助课题

作者简介: 张 恨(1985—),男,硕士研究生,主要从事光学干涉测量技术的研究。E-mail: zh777k@foxmail.com

导师简介: 李艳秋(1962—),女,教授,博士生导师,主要从事精密光学和微纳技术等方面的研究。

E-mail: liyanqiu@bit.edu.cn(通信联系人)

域,也多引入线性载波,如表面粗糙度测量、三维轮廓测量^[7]等。本文提出了一种利用线性载波对不连续相位图进行延拓后相位展开的方法。

2 原 理

讨论的基于线性载波延拓的相位展开方法,是针对移相干涉中不连续干涉图相位展开时,其结果存在全局误差的问题提出来的。对于含较大线性载波的干涉图,利用其条纹较好的线性性质,通过载波将各分立区域间对应级次的相位条纹连接起来,延拓为完整、连续的包裹相位图,对延拓相位图的展开结果即避免了各区域间的全局误差。

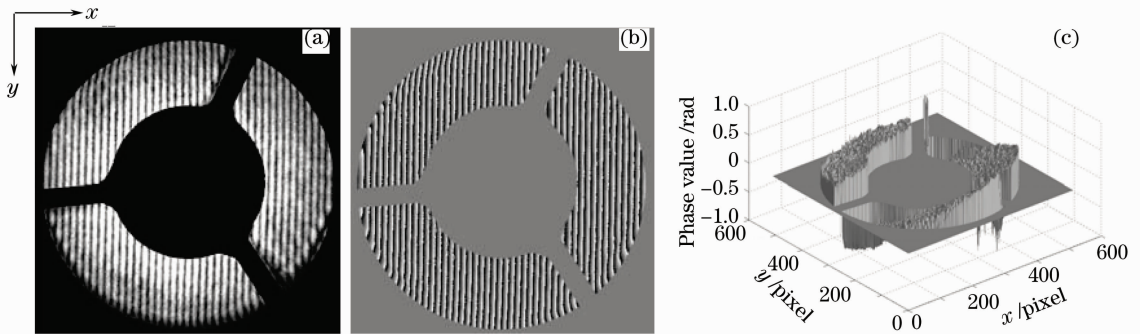


图 1 不连续干涉图的相位展开。(a)移相干涉图中的一幅;(b)移相法提取的包裹相位;
(c)质量图导引法相位展开三维图(消倾斜后)

Fig. 1 Phase unwrapping of discontinuous interferogram. (a) one frame of phase-shifting interferograms;
(b) wrapped phase; (c) phase unwrapping result by the quality-guided method

2.1.1 傅里叶变换法分析载波频率

对于包含线性载波的干涉图,其干涉场的光强分布可以表示为

$$s(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos[\varphi(x, y) + 2\pi f_x x + 2\pi f_y y + c], \quad (1)$$

式中 $a(x, y)$ 为干涉场的背景光强分布, $b(x, y)$ 为干涉条纹的调制度, $\varphi(x, y)$ 为待测波面, f_x, f_y 分别代表 x, y 方向的载波频率, c 为常数项。

利用傅里叶变换,可以很方便地计算载波频率 f_x, f_y 的大小^[9]。用欧拉公式将(1)式改写为复数表达形式

$$s(x, y) = a(x, y) + h(x, y) \exp[j2\pi(f_x x + f_y y)] + h^*(x, y) \exp[-j2\pi(f_x x + f_y y)], \quad (2)$$

式中 $*$ 代表复共轭运算,

$$h(x, y) = \frac{1}{2} b(x, y) \exp[j\varphi(x, y)].$$

对(2)式进行傅里叶变换,利用傅里叶变换相移的性质,有

$$S(f_u, f_\xi) = A(f_u, f_\xi) + H(f_u - f_x, f_\xi - f_y) + H^*(f_u + f_x, f_\xi + f_y), \quad (3)$$

对于含较小线性载波或不含载波的干涉图,条纹线性度较差,需要对包裹相位进行线性载波调制使其具有较好的线性性质,然后进行载波延拓、相位展开。

2.1 含较大线性载波不连续干涉图的相位展开

对包含较大线性载波不连续干涉图直接进行相位展开时,其结果中存在全局误差,如图 1 所示,相位展开得到的待测波面并不连续。基于线性载波延拓的相位展开方法,主要包括傅里叶变换分析干涉图载波频率、最小二乘法对线性载波和包裹相位图进行匹配、对延拓后的包裹相位图进行展开三个步骤。由于相位展开算法选用经典的质量图导引法,下面就载波频率分析和载波匹配延拓这两个步骤详细论述。

式中 $A(f_u, f_\xi)$ 为零级谱,代表背景光强分布; $H(f_u - f_x, f_\xi - f_y)$ 为 +1 级谱,包含了待测相位信息,其频域坐标为 (f_x, f_y) ; $H^*(f_u + f_x, f_\xi + f_y)$ 为 -1 级谱,其频域坐标为 $(-f_x, -f_y)$ 。

通过上述讨论可知,只要在傅里叶变换频谱中找到 +1 级谱的中心位置即为线性载波频率 (f_x, f_y) 。如图 2 所示,白框内即为 +1 级谱所在位置,其极大值对应的坐标为载波频率。

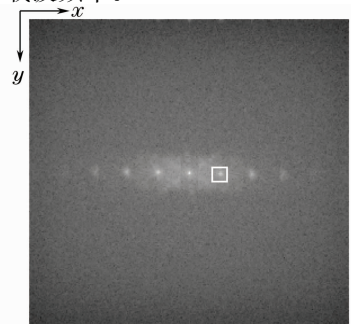


图 2 图 1(a)的傅里叶频谱

Fig. 2 Fourier spectrum of the interferogram shown in Fig. 1(a)

2.1.2 最小二乘法匹配线性载波

对于(1)式描述的干涉场分布,通过移相法可以得到对应的包裹相位,其数学表达式为

$$\phi_w = W\{\varphi(x, y) + 2\pi f_x x + 2\pi f_y y + c\}, \quad (4)$$

式中 ϕ_w 为包裹相位, $W\{\cdot\}$ 为包裹算符。对一相位值 ψ 进行包裹操作的运算如下

$$W\{\psi\} = \psi + 2\pi k = \arctan(\sin \psi, \cos \psi), \quad (5)$$

式中 k 为一整数,使得相位值 ψ 取值为 $(-\pi, \pi]$ 。

对于含较大线性载波的干涉图,有

$$|\varphi(x, y)| \leq |2\pi f_x x + 2\pi f_y y + c|, \quad (6)$$

则(4)式可近似为

$$\phi_w \approx W\{2\pi f_x x + 2\pi f_y y + c\}. \quad (7)$$

通过傅里叶变换法可以得到干涉图的载波频率 (f_x, f_y) , 继而构造载波的包裹相位图

$$\phi_{\text{carrier}} = W\{2\pi f_x x + 2\pi f_y y + c'\}, \quad (8)$$

式中 ϕ_{carrier} 为线性载波的包裹相位图, c' 为常数项,初值取为 0。

为保证构造的载波相位图与移相法提取的相位图中相位条纹级次一致,即使得 $c' = c$, 需要对(8)式中的常数项 c' 进行最小二乘法拟合,即

$$c' = \min\left\{\sum\sum[\phi_{\text{carrier}}(x, y) - \phi(x, y)]^2\right\}, \quad (x, y) \in \text{valid region}, \quad (9)$$

式中 $\min\{\cdot\}$ 为最小化算符, valid region 代表干涉图数据区域。

则延拓后得到的相位图为

$$\phi_{\text{complete}}(x, y) = \begin{cases} \phi_w(x, y), & (x, y) \in \text{valid region} \\ \phi_{\text{carrier}}(x, y), & (x, y) \in \text{filled region} \end{cases} \quad (10)$$

式中 ϕ_{complete} 代表延拓后的包裹相位图, valid region 代表干涉图数据区域, filled region 代表待延拓的背景、遮拦区域。

载波延拓时,干涉图有效数据区域内保留移相

法提取的包裹相位,将傅里叶变换法计算的载波频率代入(8)式构造载波相位,对背景、遮拦区域进行延拓。但是当载波相位与干涉图包裹相位不匹配(差一常数项)时,相同相位值对应的条纹级次会发生错位,如图 3(a)所示,白框用于标示遮拦区域内相位条纹的错位情况。最小二乘法进行载波匹配后,可以看出,遮拦区域内相同相位值对应的条纹连接起来,没有发生错位的情况,如图 3(b)所示。

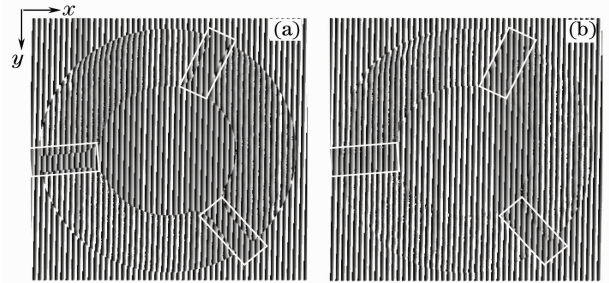


图 3 载波匹配前后的延拓效果。(a)载波匹配前;
(b)载波匹配后

Fig. 3 Effect of linear carrier matching. (a) linear carrier extension result of mismatching; (b) linear carrier extension result of matching

载波延拓后得到了完整、连续的相位图。利用质量图导引法对其进行相位展开,即可避免各分立区域间的全局误差。

2.2 含较小线性载波不连续干涉图的相位展开

对于含较小线性载波或不含载波的不连续干涉图,同样面临着各孤立区域间的相位展开结果存在 2π 整数倍全局误差的问题,如图 4 所示。2.1 节中所讨论的利用线性载波对相位图进行延拓,是针对包含较大线性载波干涉图的情况。对于含较小线性载波的干涉图,其条纹线性度较差,需要对包裹相位进行线性载波调制使其具有较好的线性性质,然后进行载波延拓、相位展开。

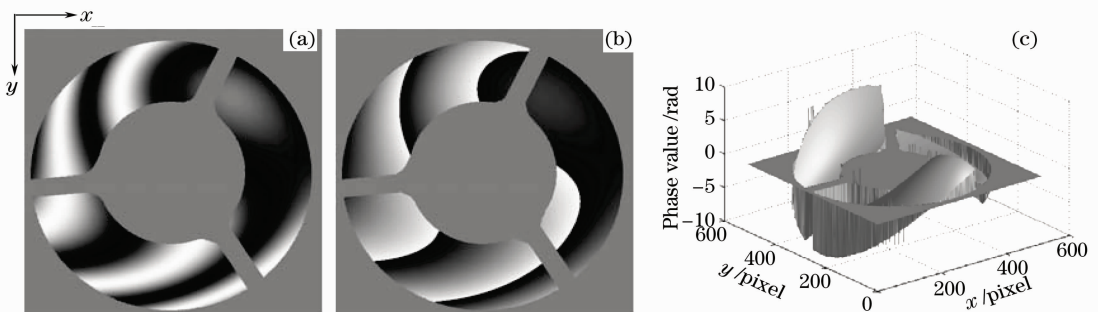


图 4 含较小线性载波不连续干涉图相位展开。(a)不连续干涉图;(b)对应的包裹相位图;
(c)质量图导引法相位展开三维图

Fig. 4 Phase unwrapping of discontinuous interferogram with small linear carrier. (a) a interferogram with small linear carrier; (b) wrapped phase; (c) phase unwrapping result by the quality-guided method

2.2.1 包裹相位图的线性载波调制

对于含较小线性载波或不含载波的干涉图,其载波频率 f_x, f_y 较小,令

$$\varphi'(x, y) = \varphi(x, y) + f_x x + f_y y + c. \quad (11)$$

通过移相法可以求得包裹相位 $W\{\varphi'\}$, 根据(5)式,有

$$\begin{cases} \sin[W\{\varphi'\}] = \sin(\varphi' + 2\pi k) = \sin(\varphi'), \\ \cos[W\{\varphi'\}] = \cos(\varphi' + 2\pi k) = \cos(\varphi'). \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} \sin(\varphi' + 2\pi f'_x x) = \sin[W\{\varphi'\}] \cos(2\pi f'_x x) + \cos[W\{\varphi'\}] \sin(2\pi f'_x x), \\ \cos(\varphi' + 2\pi f'_x x) = \cos[W\{\varphi'\}] \cos(2\pi f'_x x) - \sin[W\{\varphi'\}] \sin(2\pi f'_x x). \end{cases} \quad (14)$$

通过(13),(14)式,即可由原包裹相位 $W\{\varphi'\}$ 和引入的频率为 f'_x 的线性载波,生成含较大线性载波的包裹相位 $W\{\varphi' + 2\pi f'_x x\}$, 然后即可利用 2.1 节中基于线性载波延拓的相位展开方法进行展开。

图 5(a)为用(12),(13)式对图 4(b)所示的包裹相位加入线性载波后的相位图。经过调制后,其相位条纹的线性度较好,可以利用载波对其延拓。图 5(b)为对调制后的相位图线性载波延拓的结果。可以看出,延拓使得孤立区域间对应级次的相位条纹连接起来,形成了完整、连续的相位图。

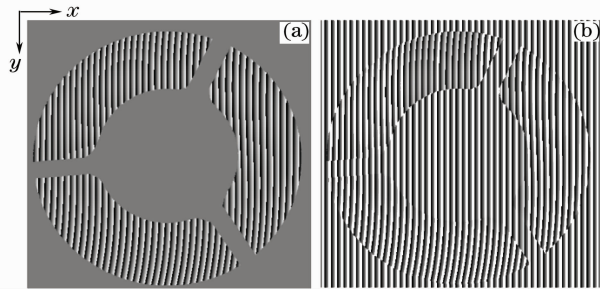


图 5 对图 4(b)所示相位图的线性载波调制与延拓。

(a) 线性载波调制;(b) 对调制后相位图延拓

Fig. 5 Linear carrier modulation and extension to the phase map in Fig. 4 (b). (a) linear carrier modulation; (b) linear carrier extension to the modulated phase

linear carrier extension to the modulated phase

2.2.2 载波频率的选择

由(3)式可知,含载波干涉图傅里叶变换一级谱的位置即为载波频率。为了使 0 级谱和+1 级谱完全分开,要求引入线性载波后,干涉图上不再有闭合条纹,即相位分布在载波方向是单调的^[10]。以 x 方向为例,有

$$f'_x > \frac{1}{2\pi} \left| \frac{\partial \varphi'}{\partial x} \right|_{\max}. \quad (15)$$

为了避免发生频谱混叠,引入线性载波后,最大条纹频率要求小于尼奎斯特(Nyquist)极限,即小于

为了利用线性载波对不连续相位图进行延拓,可以引入较大频率的线性载波对包裹相位进行调制。以一维情况为例说明,假设引入频率为 f'_x 的线性载波

$$W\{\varphi' + 2\pi f'_x x\} = \arctan[\sin(\varphi' + 2\pi f'_x x), \cos(\varphi' + 2\pi f'_x x)]. \quad (13)$$

根据(12)式,有

每两个像素一个条纹的频率。

$$\frac{1}{2\pi} \left| \frac{\partial(\varphi' + 2\pi f'_x x)}{\partial x} \right|_{\max} < f_{\text{Nyquist}}, \quad (16)$$

式中 f_{Nyquist} 表示 Nyquist 极限频率。

3 实验结果与讨论

实验所用干涉图是使用自主研制的相移点衍射干涉仪,对 Schwarzschild 微缩投影物镜波像差测量时采集得到。干涉图大小为 512 pixel×512 pixel,已经利用区域自动识别算法^[11]对干涉图有效区域进行了分离。干涉图有效区域为环形,且被遮拦分割为三个孤立的区域。相位提取采用 4 步重叠平均法^[12],相位展开采用质量图导引法。干涉图、包裹相位图和相位展开结果,如图 1 所示。

使用本文提出的相位展开方法对图 1(b)的包裹相位展开结果,如图 6 所示。由于对相位图的载波延拓使得区域间对应级次的相位条纹连在了一起,形成了完整的相位图,如图 3(b)所示,所以相位展开的结果可以得到连续的待测波面,与采用经典相位展开方法直接展开结果[如图 1(c)所示]相比,

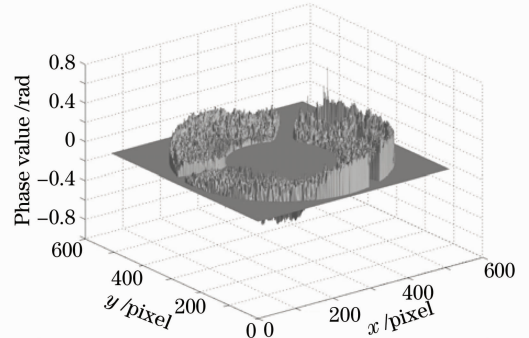


图 6 图 1(b)包裹相位图展开结果

Fig. 6 Unwrapping result of the phase map shown in Fig. 1(b)

避免了区域间存在的全局误差。

对于含较小线性载波干涉图的情况,采用计算机模拟的方式进行了验证。待测波面为用译尼克多项式生成的一幅含一定量倾斜、像散和彗差的波面,干涉图有效区域同样为环形。其对应的干涉条纹图、包裹相位图和用质量图导引法的展开结果,如图 4 所示。

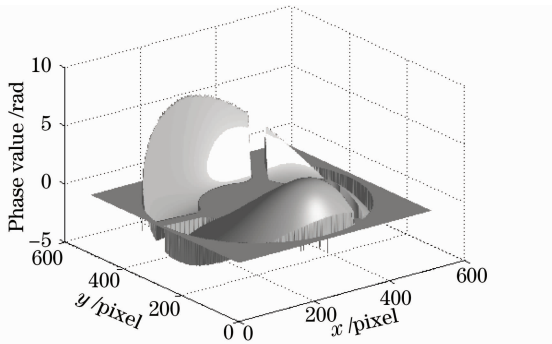


图 7 图 4(b)包裹相位图展开结果

Fig. 7 Unwrapping result of the phase map shown in Fig. 4(b)

使用本文提出的相位展开方法对图 4(b)的包裹相位展开,结果如图 7 所示,与直接展开结果[如图 4(c)所示]对比,本文提出的相位展开方法,有效地避免了区域间的全局误差,展开结果与真实波面的均方根差仅为 0.0021 rad。

4 结 论

利用移相干涉术检测带有分割遮拦的光学系统或光学元件时,包裹相位数据被遮拦分割为几个孤立的区域,直接进行相位展开的结果中各区域间存在 2π 整数倍的全局误差,失去了波面的连续性。利用线性载波对背景、遮拦区域进行延拓,提出了一种适用于不连续干涉图的相位展开方法。实验结果表明,对于包含较大线性载波的干涉图,该方法得到的相位展开结果连续,避免了全局误差;计算机模拟结果表明,对于包含较小线性载波或不含载波的干涉图,经过线性载波调制后,该方法得到了正确的相位展开结果,展开波面

与真实波面的均方根差仅为 0.0021 rad。

参 考 文 献

- 1 D. C. Ghiglia, M. D. Pritt. Two-Dimensional Phase Unwrapping: Theory, Algorithms, and Software [M]. New York: John Wiley & Sons, 1998. 100~278
- 2 José M. B. Dias, José M. N. Leitão. The $Z\pi M$ algorithm: a method for interferometric image reconstruction in SAR/SAS[J]. *IEEE T. Image Process.*, 2002, **11**(4): 408~422
- 3 Vladimir Katkovnik, Jaakko Astola, Karen Egiazarian. Phase local approximation (phaseLa) technique for phase unwrap from noisy data [J]. *IEEE T. Image Process.*, 2008, **17**(6): 833~846
- 4 Xu Jiancheng, Xu Qiao, Chen Jianping. Spatial-carrier phase-shifting algorithm based on least-squares iteration[J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(4): 592~596
徐建程, 许 乔, 陈建平. 基于最小二乘迭代的空域载波相移算法[J]. *中国激光*, 2008, **35**(4): 592~596
- 5 M. Servin, R. Rodriguez-Vera. Two-dimensional phase locked loop demodulation of interferograms[J]. *J. Mod. Opt.*, 1993, **40**(11): 2087~2094
- 6 Xu Jiancheng, Shi Qikai, Chai Liquan *et al.*. Spatial Fourier fringe analysis with single three-surface interferogram[J]. *Chinese J. Lasers*, 2006, **33**(9): 1260~1264
徐建程, 石琦凯, 柴立群 等. 三表面干涉条纹空域傅里叶分析[J]. *中国激光*, 2006, **33**(9): 1260~1264
- 7 M. Takeda. Spatial-carrier fringe-pattern analysis and its applications to precision interferometry and profilometry: an overview[J]. *Ind. Metrol.*, 1990, **1**: 79
- 8 Liu Jingfeng, Li Yanqiu, Liu Ke. New path-following phase unwrapping algorithm based on quality-guided [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2007, **34**(12): 104~107
刘景峰, 李艳秋, 刘 克. 一种新的质量图导引路径积分相位展开算法[J]. *光电工程*, 2007, **34**(12): 104~107
- 9 M. Takeda, H. Ina, S. Kobayashi. Fourier-transform method of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1982, **72**(1): 156~160
- 10 D. Malacara, M. Servin, Z. Malacara. Interferogram Analysis for Optical Testing [M]. Boca Raton: CRC Press, 2005. 399~407
- 11 Ge Aiming, Chen Lei, Chen Jinbang *et al.*. Digitalization processing technique for interference pattern with obstruct [J]. *Acta Optica Sinica*, 2000, **20**(6): 775~780
葛爱明, 陈 磊, 陈进榜 等. 有遮拦干涉图像的数字化处理技术研究[J]. *光学学报*, 2000, **20**(6): 775~780
- 12 Zhu Rihong, Chen Jinbang, Wang Qing *et al.*. A new algorithm on phase shifting interferometry-the overlapping averaging 4-frame algorithm[J]. *Acta Optica Sinica*, 1994, **14**(12): 1288~1293
朱日宏, 陈进榜, 王 青 等. 移相干涉术的一种新算法: 重叠四步平均法[J]. *光学学报*, 1994, **14**(12): 1288~1293