

文章编号: 0253-2239(2010)04-0922-06

自适应光学系统的几何非等晕性

陈京元

(北京应用物理与计算数学研究所, 北京 100088)

摘要 利用横向谱滤波方法给出了研究自适应光学几何非等晕性的一般关系式。在特殊场合, 对这些一般关系式进行解析求解, 可获得与经典理论一致的结果; 一般情况下, 则只能求得数值解。以离焦分量也由自然信标子系统校正的特殊激光导星自适应光学系统为例, 说明了所述一般关系式在研究自适应光学几何非等晕性方面的应用。

关键词 自适应光学; 非等晕性; 信标; 横向谱滤波方法

中图分类号 O43 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS20103004.0922

Geometric Anisoplanatism of Adaptive Optics System

Chen Jingyuan

(Institute of Applied Physics and Computational Mathematics, Beijing, 100088, China)

Abstract The general formulae are constructed for studying the geometric anisoplanatism of an adaptive optics by the transverse spectral filtering method. At some peculiar situations, these formulae can be expressed to classical explicit form, while in general only a numerical value can be obtained. As an example, these formulae are used to study a special laser guiding star adaptive optical system whose defocus mode are also be corrected by the natural stars, besides the tip-tilt modes as the general laser guiding star adaptive optical system.

Key words adaptive optics; anisoplanatism; beacon; transverse spectral filtering method

1 引 言

自适应光学(AO)^[1]通过实时校正光束波前相位畸变而获得光束或光学系统成像品质的改善, 其中的关键在于实时检测出由大气湍流产生的随机波前相位扰动。目前, 一般通过检测位于目标附近信标光源的相位扰动而获得所需校正相位。

根据应用场合, AO 系统使用的信标源有各种不同的形态和性状。在一些特殊场合, 观测目标有足够亮度可以直接作为信标使用; 但一般而言, 观测目标较暗, 这时需要在目标附近寻找(如天文观测中的自然导星 NGS)或设置(如许多大气补偿实验中的合作信标)适当的信标以检测大气扰动; 在更普遍的应用场合, 一般需要制造适当人工信标^[2](如钠信标、瑞利信标等激光导引星 LGS), AO 系统的校正方有可能。

然而, 由于信标光与目标光的性质和状态, 以及

所通过的大气湍流未必相同, 这样它们各自所导致的波前相位扰动也未必相同。这种差异会给校正带来误差, 即是 AO 系统的非等晕误差^[3]。根据 AO 系统使用的信标和观测目标的具体情况, AO 系统非等晕性表现也各不相同。常见的有, 由于信标光与目标光传播方向不同, 而导致 AO 系统的角度非等晕性^[3]; 由于目标与信标海拔高度不同, 而导致 AO 系统的聚焦非等晕性^[4]; 由于信标光的检测和目标光的校正时间的差异, 而导致 AO 系统的时间延迟非等晕性^[5]; 由于信标光与目标光工作波长的不同, 而导致 AO 系统的色散非等晕^[6]等。

经典 AO 系统理论对所有这些非等晕性各自进行过长期大量的研究, 并获得了影响它们的主要因素以及相应的标度律^[3~18]。然而, 一般的 AO 系统常常同时存在几种非等晕性, 而且各种非等晕性间存在统计关联。由于理论工具的限制, 以及问题本

收稿日期: 2009-06-05; 收到修改稿日期: 2009-06-18

基金项目: 国家 863 计划资助课题。

作者简介: 陈京元(1976—), 男, 博士, 副研究员, 主要从事理论物理及其建模与仿真等方面的研究。

E-mail: goldollarch@gmail.com

身的复杂性,经典 AO 理论常常忽略这种关联。因此,有必要研究同时存在几种非等晕性的 AO 系统性能。

大量研究表明,AO 系统的各种非等晕中,角度和聚焦非等晕性是限制系统性能的主要因素。此外由于信标源具有一定的空间扩展尺度,也会导致 AO 系统的另一种形式的非等晕性^[13]。由于三种非等晕性都是由信标和目标间几何位置关系决定的,将它们统称为几何非等晕性。

2 几何非等晕性的一般表达式

Sasiele 等^[19]发展的横向滤波技术是处理湍流中光传播问题非常有效的方法。按照这一方法,当忽略衍射时,光波在湍流中传播距离 L 时,有关物理量的方差可以写为

$$\sigma^2 = 2\pi k_0^2 \int_0^L \left[\int \Phi(\mathbf{k}, z) f(\mathbf{k}, z) d\mathbf{k} \right] dz, \quad (1)$$

式中 $k_0 = 2\pi/\lambda$ 为波数; $\Phi(\mathbf{k}, z)$ 为湍流折射率功率谱; $f(\mathbf{k}, z)$ 为有关物理量的横向功率谱滤波函数,其具体形式与所求解的物理量及相应物理过程有关。

对一般大气湍流,湍流折射率功率谱可以写为

$$\Phi(\mathbf{k}, z) = 0.033 C_n^2(z) \kappa^{-11/3} g(\kappa), \quad (2)$$

式中 $C_n^2(z)$ 为高度 z 处折射率结构常数, $g(\kappa)$ 为湍谱修正因子。若 $g(\kappa) = 1$, 则不考虑修正,此即 K41 湍谱。常用的湍谱修正有 Von-Karman, Tartaskii, 以及指数间歇性修正等类型。例如, Tartaskii 引入的修正因子为

$$g(\kappa) = [1 + (\kappa_{\text{out}}/\kappa)^2]^{-11/6} \exp[-(\kappa/\kappa_{\text{in}})^2], \quad (3)$$

这里 $\kappa_{\text{out}} = 2\pi/L_{\text{out}}$, $\kappa_{\text{in}} = 5.91/L_{\text{in}}$, 分别表征与湍流内外尺度相对应的波数。

由(1)式和(2)式,并进行矢量 $\mathbf{k} = (\kappa, \varphi)$ 的角分量积分,可以得到

$$\sigma^2 = 0.4146\pi k_0^2 \int_0^L C_n^2(z) dz \int_0^\infty F(\kappa, z) g(\kappa) \kappa^{-8/3} d\kappa, \quad (4)$$

$$F(\kappa, z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\mathbf{k}, z) d\varphi.$$

下面给出几何非等晕功率谱滤波函数具体表达式。假设目标和信标海拔高度分别为 L 与 H , 且有 $H \leq L$, 两者方位角间距 θ 。显然,当 $z \geq H$ 时,有

$$f(\mathbf{k}, z) = |G(\gamma_z \mathbf{k})|^2, \quad (5)$$

而 $z < H$ 时,则有

$$f(\mathbf{k}, z) = |G(\gamma_z \mathbf{k}) \exp(i\mathbf{k} \cdot \theta \mathbf{z}) - G(\alpha_z \mathbf{k}) G_s(\mathbf{k}, z)|^2. \quad (6)$$

式中 $\gamma_z = 1 - z/L$, $\alpha_z = 1 - z/H$, 两者分别为目标和信标光波传播因子; $G_s(\mathbf{k}, z)$ 为由于信标具有一定空间扩展尺度而引入的滤波函数; $G(\gamma_z \mathbf{k})$ 为所求量的滤波函数。

由于信标具有一定空间扩展尺度而引入的滤波函数,常用的有均匀圆形面源和高斯源。对角尺度为 θ_s 的均匀圆形面源,有

$$G_s(\mathbf{k}, z) = 2J_1(\kappa\theta_s z)/(\kappa\theta_s z), \quad (7)$$

而对角尺度为 θ_s , 归一化强度为 $\frac{1}{2\pi\theta_s^2} \exp(-\frac{\rho^2}{2\theta_s^2})$ 的高斯分布源,则有

$$G_s(\mathbf{k}, z) = \exp[-(\kappa\theta_s z)^2/2]. \quad (8)$$

另外,对点源有 $G_s(\mathbf{k}, z) = 1$ 。

若所求物理量为光场相位本身,则其滤波函数为

$$G_\phi(\mathbf{k}, \rho) = \exp(i\mathbf{k} \cdot \rho). \quad (9)$$

径向和轴向级次分别为 n, m 的相位 Zernike 分量滤波函数的具体表达式形式与轴向级次有关。若 $m=0$, 其表达式可以写为

$$G_{n,0}(\mathbf{k}) = (-1)^{n/2} N_n(\mathbf{k}), \quad (10)$$

若 $m \neq 0$, 则有

$$G_{n,m}^x(\mathbf{k}) = i^m \sqrt{2} (-1)^{(n-m)/2} N_n(\mathbf{k}) \cos(m\varphi)$$

$$G_{n,m}^y(\mathbf{k}) = i^m \sqrt{2} (-1)^{(n-m)/2} N_n(\mathbf{k}) \sin(m\varphi). \quad (11)$$

式中 $N_n(\mathbf{k}) = 2\sqrt{n+1} J_{n+1}(\kappa R)/(\kappa R)$, $R = D/2$ 为圆孔半径大小。

由上述各有关滤波函数表达式,即可以建立 AO 系统相位扰动及其各阶 Zernike 分量功率谱滤波函数的具体表达式。

对于光场相位,当 $z < H$ 时,由(6)式和(9)式有

$$F_\phi(\kappa, z) = 1 - 2J_0(\kappa\theta z) \frac{2J_1[\kappa R(\gamma_z - \alpha_z)]}{\kappa R(\gamma_z - \alpha_z)} \times G_s(\kappa, z) + G_s^2(\kappa, z). \quad (12)$$

当 $z \geq H$ 时,则由(5)式和(9)式有

$$F_\phi(\kappa, z) = 1. \quad (13)$$

类似地,可以求出相位各阶 Zernike 分量功率谱滤波函数。对 $z < H$, Zernike 分量当轴向级次为零时谱滤波函数可由(6)式和(10)式求出,结果为

$$F_{n,0}(\kappa, z) = N_n^2(\gamma_z \kappa) + N_n^2(\alpha_z \kappa) G_s^2(\mathbf{k}, z) - 2N_n(\gamma_z \kappa) N_n(\alpha_z \kappa) G_s(\mathbf{k}, z) J_0(\kappa\theta z). \quad (14)$$

轴向级次不为零时,对 Zernike 模式 x, y 两个分量,由(6)式和(11)式分别有

$$F_{n,m}^x(\kappa, z) = N_n^2(\gamma_z \kappa) + N_n^2(\alpha_z \kappa) G_s^2(\mathbf{k}, z) - 2N_n(\gamma_z \kappa) N_n(\alpha_z \kappa) G_s(\mathbf{k}, z) \times [J_0(\kappa\theta z) - (-1)^m J_{2m}(\kappa\theta z)], \quad (15)$$

以及

$$F_{n,m}^y(\kappa, z) = N_n^2(\gamma_z \kappa) + N_n^2(\alpha_z \kappa) G_s^2(\mathbf{\kappa}, z) - 2N_n(\gamma_z \kappa) N_n(\alpha_z \kappa) G_s(\mathbf{\kappa}, z) \times [J_0(\kappa \theta z) + (-1)^m J_{2m}(\kappa \theta z)]. \quad (16)$$

若定义 $F_{n,m}(\kappa, z) = F_{n,m}^x(\kappa, z) + F_{n,m}^y(\kappa, z)$, 则由(14)~(16)式可得

$$F_{n,m}(\kappa, z) = C_m [N_n^2(\gamma_z \kappa) + N_n^2(\alpha_z \kappa) G_s^2(\mathbf{\kappa}, z) - 2N_n(\gamma_z \kappa) N_n(\alpha_z \kappa) G_s(\mathbf{\kappa}, z)] J_0(\kappa \theta z). \quad (17)$$

式中 C_m 为常数因子, 当 $m = 0$ 时, $C_m = 1$; 当 $m \neq 0$ 时, $C_m = 2$ 。

同理可求出 $z \geq H$ 时各阶 Zernike 分量功率谱滤波函数, 结果为

$$F_{n,m}(\kappa, z) = C_m N_n^2(\gamma_z \kappa). \quad (18)$$

3 几种可解析求解的特例

3.1 信标尺度非等晕性

首先考虑由于信标具有一定的二维扩展形态而

导致的非等晕。令 $L = +\infty, H = +\infty, \theta = 0$, 则 $\gamma_z = 1, \alpha_z = 1$ 。于是(12)式和(17)式简化为

$$F_\phi(\kappa, z) = [1 - G_s(\kappa, z)]^2, \quad (19)$$

$$F_{n,m}(\kappa, z) = C_m N_n^2(\kappa) [1 - G_s(\mathbf{\kappa}, z)]^2. \quad (20)$$

将上面两式代入(4)式积分, 即可求出相应的方差大小。这里以高斯源为例给出相应结果。

相位方差很容易求出, (19)式中代入高斯源滤波函数(8)式, 并取 $g(\kappa) = 1$, 积分(4)式, 最后结果可以写为

$$\sigma_\phi^2 = 0.5327 \mu_{5/3} \theta_\sigma^{5/3} = (0.3608 \theta_\sigma / \theta_0)^{5/3}. \quad (21)$$

式中 $\mu_m = \int_0^\infty C_n^2(z) z^m dz$ 为湍流结构常数(全路径)的 m 阶矩, θ_0 为大气等晕角。显然, 结果与均匀圆面源的经典结果 $(0.2016 \theta_r / \theta_0)^{5/3}$ 类似, 即扩展信标源导致的非等晕与点状信标源的角度非等晕相当。

求解积分 $I_{n,m}(z) = \int_0^\infty d\kappa F_{n,m}(\kappa, z) \kappa^{-8/3}$, 结果可以表示为

$$I_{n,m}(z) = \frac{C_m}{2} (n+1) \Gamma(n-5/6) \left\{ \frac{2^{2/3} \Gamma(7/3) D^{5/3}}{\sqrt{\pi} \Gamma(17/6) \Gamma(n+23/6)} + \frac{(\theta_\sigma z)^{-2n+5/3} D^{2n}}{\Gamma^2(n+2)} \left\{ 2_2^{-4n} F_2 \left[n - \frac{5}{6}, n + \frac{3}{2}, n+2, 2n+3; -\frac{D^2}{4(\theta_\sigma z)^2} \right] - 2_2^{-3n+1/6} F_2 \left[n - \frac{5}{6}, n + \frac{3}{2}, n+2, 2n+3; -\frac{D^2}{4(\theta_\sigma z)^2} \right] \right\} \right\}. \quad (22)$$

式中 ${}_p F_q$ 表示广义超几何函数。

考虑信标光源扩展尺度较大时 ($\theta_\sigma z \gg D$) 的渐近解(另一个极限 $\theta_\sigma z \ll D$ 时则渐近于点源行为)。此时, 将结果按小参数 $D/(2\theta_\sigma z)$ 展开, 并保留到二阶小量, 有

$$I_{n,m}(z) = \frac{C_m D^{5/3} \Gamma(7/3)}{2^{2/3} \sqrt{\pi} \Gamma(17/6)} \frac{(n+1) \Gamma(n-5/6)}{\Gamma(n+23/6)} - \frac{(n+1) C_m (2^{n+1/6} - 1) \Gamma(n-5/6)}{2^{2n+8/3} \Gamma^2(n+2)} \left(\frac{D}{2\theta_\sigma z} \right)^{2n} (2\theta_\sigma z)^{5/3} + \frac{C_m D^{5/3} (2^{n+7/6} - 1)}{2^{2n+11/3}} \frac{(n+1)(n+2) \Gamma(n+1/6)}{\Gamma^2(n+3)} \left(\frac{D}{2\theta_\sigma z} \right)^{2N+1/3}. \quad (23)$$

进一步, 将 $I_{n,m}(z)$ 代入(4)式积分, 即可获得相应分量方差的渐近解。其中前三项分量即平移、倾斜以及离焦分量的相应结果分别是 $\sigma_\phi^2 = 0.5327 \mu_{5/3} \theta_\sigma^{5/3} - 0.4369 D^{5/3} \mu_0$, $\sigma_T^2 = 0.3799 D^{5/3} \mu_0$, 以及 $\sigma_F^2 = 0.009826 D^{5/3} \mu_0$ 。显见, 在这种极限条件下, 离焦分量的这类非等晕误差远小于倾斜分量相应误差。

3.2 角度非等晕性

如果目标和信标皆为无穷远, 且信标源为点源, 这时几何非等晕仅有角度非等晕。此时有 $L = H = +\infty$, $\gamma_z = \alpha_z = 1, G_s(\mathbf{\kappa}, z) = 1$ 。考虑到 $\lim_{x \rightarrow \infty} J_1(x)/x = 1/2$,

则(12)式和(17)式分别简化为

$$F_\phi(\kappa, z) = 2[1 - J_0(\kappa \theta z)], \quad (24)$$

$$F_{n,m}(\kappa, z) = 2C_m N_n^2(\kappa) [1 - J_0(\kappa \theta z)]. \quad (25)$$

将(24)式代入(4)式, 取 $g(\kappa) = 1$, 积分可得

$$\sigma_\phi^2 = (\theta/\theta_0)^{5/3}, \quad (26)$$

式中 $\theta_0 = (2.914 k_0^2 \mu_{5/3})^{-3/5}$ 即为大气等晕角。

将(25)式代入(4)式积分, 即可求得相位各阶 Zernike 模式分量方差。结果仍可用广义超几何函数表出, 但具体表达式随孔径及目标与信标间偏角大小的关系而不同, 比较复杂, 不再列出。这里只列出 $\theta z \ll D = 2R$ 时展开到湍流结构常数二阶矩的结

果($n>0$ 时适用)

$$\sigma_{n,m}^2 = (\theta/\theta_{n,m})^2. \quad (27)$$

式中

$$\theta_{n,m} = \frac{6.39988D^{1/6}}{k_0\mu_2^{1/2}} \sqrt{\frac{\Gamma(n+23/6)/\Gamma(n-5/6)}{C_m(n+1)(36n^2+72n-85)}}, \quad (28)$$

可称为径向和轴向级次分别为 n 与 m 的 Zernike 模式分量的等晕角,其物理含义为使此模式分量方差为 1 时信标和目标方位角偏角大小。取 $n=1, m=1$, 即得倾斜等晕角(或称等动力学角)表达式 $\theta_{TA} = \theta_{1,1} = 1.224k_0^{-1}D^{1/6}\mu_2^{-1/2}$ 。

一些特殊的 LGS AO 系统中,除了一般的倾斜分量外,离焦分量也可用 NGS 子系统处理,这时考虑离焦等晕角 θ_{FA} 很有意义。取 $n=2, m=0$ 时,可得离焦等晕角的表达式

$$\theta_{FA} = \theta_{2,0} = 2.5618k_0^{-1}D^{1/6}\mu_2^{-1/2}. \quad (29)$$

可见,离焦等晕角约为倾斜等晕角的两倍。因此,同样的小偏角条件下($\theta_z \ll D=2R$),离焦分量的角度非等晕误差小于倾斜分量相应误差,前者约为后者的 1/4。

3.3 聚焦非等晕性

若信标与目标海拔高度不同,将导致聚焦非等晕。令 $L=+\infty, \theta=0, G_s(\boldsymbol{\kappa}, z)=1$, 则(12)式和(17)式分别简化为

$$F_\phi(\boldsymbol{\kappa}, z) = 2 \left[1 - \frac{2H}{\kappa z R} J_1 \left(\frac{\kappa z R}{H} \right) \right], \quad (30)$$

$$F_{n,m}(\boldsymbol{\kappa}, z) = C_m [N_n(\boldsymbol{\kappa}) - N_n(\alpha z \boldsymbol{\kappa})]^2. \quad (31)$$

将(30)式代入(4)式,积分可得

$$\sigma_\phi^2 = 0.5k_0^2\mu_{5/3}^-(D/H)^{5/3}, \quad (32)$$

这里 $\mu_m^- = \int_0^H C_n^2(z)z^m dz$, 为湍流结构常数(部分路径)的 m 阶矩。类似地,由(31)式可以求出各阶 Zernike 模式分量方差。当信标海拔足够高时, $z/H \rightarrow 0$, 可以求出展开到湍流结构常数二阶矩的渐进解:

$$\sigma_{n,m}^2 = \frac{3.3168}{6237} \frac{C_m}{H^2} \frac{\Gamma^2(-8/3)}{\Gamma(-10/3)} \times \frac{(n+1)[108n(n+2)-55]}{\Gamma(n+23/6)/\Gamma(n-5/6)} k_0^2 D^{5/3} \mu_2^-. \quad (33)$$

由(33)式立即可得相位平移、倾斜及离焦分量方差的渐进解分别为 $\sigma_P^2 = 0.0834k_0^2 \frac{D^{5/3}}{H^2} \mu_2^-, \sigma_T^2 = 0.3549k_0^2 \frac{D^{5/3}}{H^2} \mu_2^-,$ 以及 $\sigma_F^2 = 0.0276k_0^2 \frac{D^{5/3}}{H^2} \mu_2^-$ 。可见,与倾斜分量相比,离焦分量聚焦非等晕误差,要低一个数量级。由于关注的是 $z/H \rightarrow 0$ 即信标海拔足够

高时渐进解,所以不需考虑 $z > H$ 部分的积分。

LGS AO 系统中,一般将剔除平移和倾斜分量后的相位方差作为 LGS 系统有效误差,并将其标度为 $\sigma_E^2 = (D/d_0)^{5/3}$, 其中 d_0 即为 LGS 有效口径。由相位平移、倾斜分量方差大小表达式,可求得 LGS 有效口径相应渐进值为

$$d_0 = [k_0^2(0.5\mu_{5/3}^-/H^{5/3} - 0.4383\mu_2^-/H^2)]^{-3/5}. \quad (34)$$

对离焦分量也由 NGS 校正的 LGS AO 系统,则可进一步剔除离焦分量,于是有

$$d_0 = [k_0^2(0.5\mu_{5/3}^-/H^{5/3} - 0.4659\mu_2^-/H^2)]^{-3/5}. \quad (35)$$

4 离焦由 NGS 子系统校正的 LGS AO 系统

在一般 AO 系统的应用场合中,几何非等晕常常不是以单一形态出现的。比如,为了对地球低轨卫星进行高清晰的成像,或将高性能激光束投射到此低轨卫星上,常常需要利用 AO 校正系统,以提高成像品质或改善光束质量。这种情况下,几种非等晕同时出现并紧密地耦合在一起,一般难以求出解析或渐进解。但通过适当数值方法积分(4)式,(12)式,(13)式,(17)及(18)式,仍可获得系统几何非等晕的准确估计。

考虑这样一种特殊的 LGS AO 系统:除了整体倾斜,离焦模式的校正量也由 NGS 信标获得。这与一般仅分离出倾斜分量的 LGS AO 系统稍有不同。对于这种特殊的 LGS AO 系统,有效几何非等晕误差可以表示为

$$\sigma_E^2 = (\sigma_{T,NGS}^2 + \sigma_{F,NGS}^2) + [\sigma_{\phi,LGS}^2 - (\sigma_{P,LGS}^2 + \sigma_{T,LGS}^2 + \sigma_{F,LGS}^2)], \quad (36)$$

式中前两项表示与 NGS 子系统相应的倾斜及离焦非等晕,后四项则分别表示与 LGS 子系统相应的相位、平移、倾斜和离焦分量的非等晕。这里,忽略 NGS 与 LGS 两子系统间的关联,认为它们是统计无关的。作为比较,写出一般仅从 LGS 子系统中分离出倾斜分量的 LGS AO 系统的有效几何非等晕误差如下

$$\sigma_E^2 = \sigma_{T,NGS}^2 + [\sigma_{\phi,LGS}^2 - (\sigma_{P,LGS}^2 + \sigma_{T,LGS}^2)], \quad (37)$$

显然,与一般仅分离出倾斜分量的 LGS AO 系统相比,这种系统的离焦非等晕来自 NGS 的角度非等晕 $\sigma_{F,NGS}^2$, 而非 LGS 的聚焦非等晕 $\sigma_{F,LGS}^2$ 。

下面给出一些数值结果。主要研究几何非等晕

误差随几个主要控制参数的变化关系, LGS 的海拔、偏角大小和光斑尺寸(以高斯分布计算), 以及 NGS 相应的偏角大小和光斑尺寸(假设 NGS 与目标同海拔)。在计算中, 选择系统口径 $D=2\text{ m}$, $L=500\text{ km}$, $\lambda=1.315\ \mu\text{m}$, 用 Tartaskii 修正因子即(3)式修正 K41 湍谱(选择 $L_{\text{in}}=0.1\text{ m}$, $L_{\text{out}}=10\text{ m}$), 并使用标准 Hufnagel-Valley 湍流剖面

$$C_n^2(z) = 5.9 \times 10^{-53} z^{10} \exp\left(-\frac{z}{1000}\right) + 27 \times 10^{-17} \exp\left(-\frac{z}{1500}\right). \quad (38)$$

图 1 与图 2 中给出三种不同信标高度下, 非等晕误差随信标扩展尺度及偏角大小的变化关系。其中非等晕误差已剔除无效的平移分量。可以看出, 信标海拔越高, 非等晕随信标尺度及偏角的变化越明显。另外, 非等晕误差一般会随信标扩展尺度及偏角的增加而增加; 但两种非等晕有显著不同: 在小于某一尺度(与孔径大小相关)之前, 误差会随信标尺度的增加而减小, 对角度非等晕则为单调增加。

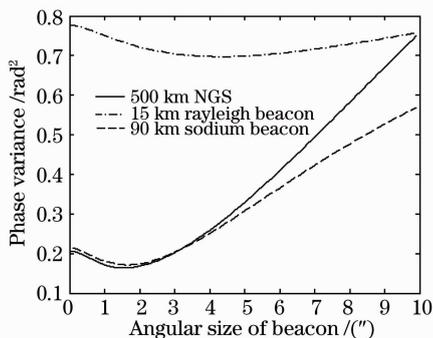


图 1 扩展信标非等晕

Fig. 1 Anisoplanatism of distributed beacon

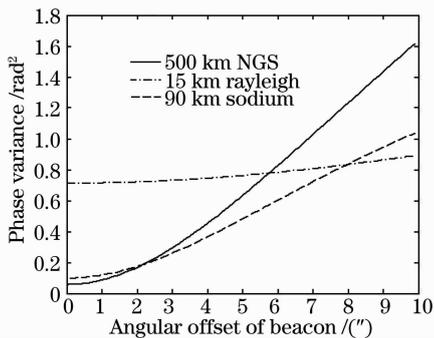


图 2 信标偏角非等晕

Fig. 2 Angular anisoplanatism of distributed beacon

在图 3, 图 4 和图 5 中, 给出了光场相位及其前三个分量(平移、倾斜与离焦)非等晕误差随信标高度的变化关系。三图分别示出信标高度以下、信标高度以上以及两者的总合。可以看到, 当信标高度

大于 20 km 时, 信标以上部分的贡献已经很小了。

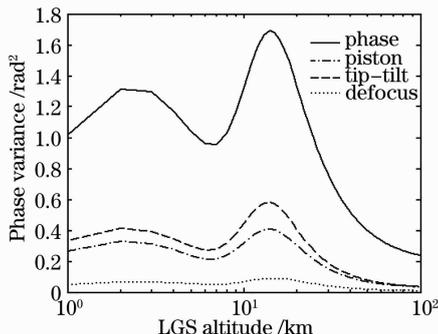


图 3 聚焦非等晕(信标以下部分)

Fig. 3 Focal anisoplanatism (below the beacon)

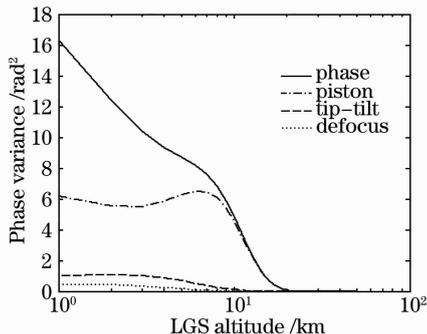


图 4 聚焦非等晕(信标以上部分)

Fig. 4 Focal anisoplanatism (above the beacon)

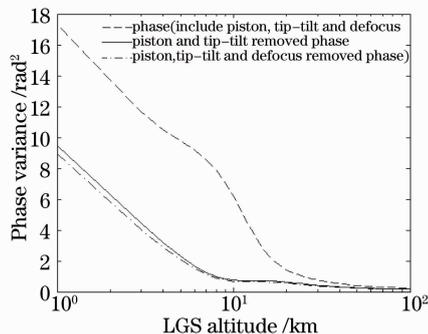


图 5 聚焦非等晕(总和)

Fig. 5 Focal anisoplanatism (sum)

传统 LGS AO 系统的离焦非等晕主要来自于 LGS 子系统的聚焦非等晕, 而离焦也由 NGS 校正的 LGS AO 系统的离焦非等晕则主要来自于 NGS 子系统的角度非等晕。图 6 同时给出这两种离焦非等晕与 LGS 海拔和 NGS 偏角的变化关系。图 6 中横坐标为非等晕误差方差, 而纵坐标则分别为 LGS 海拔(左侧)和 NGS 偏角(右侧)。从图中可以直接读出与同样大小误差相对应的 LGS 海拔与 NGS 偏角大小。比如, 对瑞利信标(海拔 10~20 km), 离焦聚焦非等晕误差在 0.08~0.1, 当 NGS 的偏角在 8''~9'' 时, NGS 的离焦角度非等晕可达同样大小; 类

似地,与钠信标对应的 NGS 偏角在 $2''\sim 3''$ 。从这些具体数值及曲线的变化关系,可以获得系统的某些操作性提示。比如,如果 NGS 偏角为零或较小(如对较明亮卫星成像,可直接将卫星作为 NGS),则使用 NGS 校正离焦,误差更小;而对 NGS 偏角较大的场合(如向卫星投射光束,需要考虑提前角,大小约 $10''$),则使用 LGS 校正离焦,误差更小。当然,对 Kolmogorov 类型的大气湍流,相对于倾斜部分,离焦非等晕要小得多,因此无论如何选择,对系统性能并不会有很大的改变。

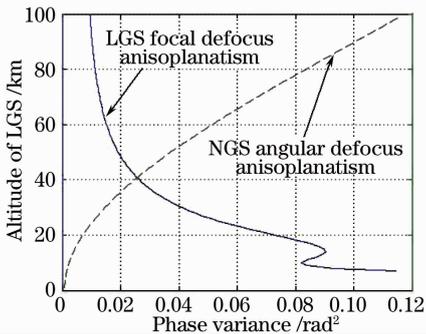


图 6 离焦非等晕

Fig. 6 Defocus anisoplanatism

5 结 论

利用 Sasiela 等发展的横向滤波技术,重新考虑了 AO 系统中古老的非等晕问题,获得可在 NGS, LGS 等各种不同场合普遍适用的几何非等晕误差的一般关系式。这种方法形式简单,物理意义明确,相对于其它方法具有一定的优越性。在特殊场合,对这些一般关系式进行解析求解,可获得与经典理论完全一致的结果,这说明了所建立一般关系式的有效性和普适性。进一步以离焦分量也由自然信标子系统校正的特殊激光导星自适应光学系统为例,说明了所述一般关系式在研究自适应光学几何非等晕性方面的应用,以及对实际 AO 系统操作的指导意义。

以上限于考虑 AO 系统信标与目标间几何位置有关的几种非等晕误差。可以引入与其它物理过程相应的滤波算符,进一步考虑其他形式的非等晕误差、变形镜拟合误差和传感器测量误差等其它形式的误差来源,从而获得 AO 系统性能的更准确评估^[20]。

参 考 文 献

1 J. W. Hardy. Adaptive Optics for Astronomical Telescopes[M]. Oxford University Press, 1998. 1~348

2 R. Foy, A. Labeyrie. Feasibility of adaptive telescopes with laser probe[J]. *Astron. Astrophys.*, 1985, **152**(1): 129~131

3 D. L. Fried. Anisoplanatism in adaptive optics[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1982, **72**(1): 52~61

4 R. J. Sasiela. Wave-front correction by one or more synthetic beacons[J]. *J. Opt. Soc. Am. A.*, 1994, **11**(1): 379~393

5 G. A. Tyler. Turbulence-induced adaptive optics performance degradation: evaluation in the time domain[J]. *J. Opt. Soc. Am. A.*, 1984, **1**(3): 251~262

6 E. P. Wallner. Minimizing atmospheric dispersion on compensated imaging[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1977, **67**(3): 407~409

7 R. J. Sasiela. Strehl ratios with various types of anisoplanatism [J]. *J. Opt. Soc. Am. A.*, 1992, **9**(8): 1398~1405

8 D. L. Fried, J. L. Belsher. Analysis of fundamental limits to artificial-guide-star adaptive-optics-system performance for astronomical imaging[J]. *J. Opt. Soc. Am. A.*, 1994, **11**(1): 277~287

9 F. Rigaut, E. Gendron. Laser guide star adaptive optics: the tilt determination problem[J]. *Astron. Astrophys.*, 1993, **261**: 677~684

10 G. A. Tyler. Rapid evaluation of d_0 : the effective diameter of a laser-guide-star adaptive optics[J]. *J. Opt. Soc. Am. A.*, 1994, **11**(1): 325~338

11 G. A. Tyler. Wave-front compensation for imaging with off-axis guide star[J]. *J. Opt. Soc. Am. A.*, 1994, **11**(1): 339~346

12 J. Stone, P. J. Hu, S. P. Mills *et al.*. Anisoplanatic effects in finite-aperture optical systems[J]. *J. Opt. Soc. Am. A.*, 1994, **11**(1): 347~357

13 P. D. Stroud. Anisoplanatism in adaptive optics compensation of a focused beam using distributed beacons[J]. *J. Opt. Soc. Am. A.*, 1996, **13**(4): 868~874

14 S. Esposito, A. Riccardi. Focus anisoplanatism effects on tip-tilt compensation for adaptive optics with use of a sodium laser beacon as a tracking reference[J]. *J. Opt. Soc. Am. A.*, 1996, **13**(9): 1916~1923

15 Fan Chengyu, Song Zhengfang. The limit of anisoplanatism to laser-guide-star[J]. *Chinese J. Lasers*, 1996, **23**(8): 722~726
范承玉, 宋正方. 激光导引星非等晕性的限制[J]. *中国激光*, 1996, **23**(8): 722~726

16 Rao Changhui, Jiang Wenhan, Ling Ning. Anisoplanatism limitations for low-order mode correction adaptive optical system [J]. *Acta Optica Sinica*, 2000, **20**(11): 1486~1493
饶长辉, 姜文汉, 凌宁. 低阶模式校正自适应光学系统的非等晕限制[J]. *光学学报*, 2000, **20**(11): 1486~1493

17 Shen Feng, Jiang Wenhan. Modal decomposition of anisoplanatic error of atmospheric turbulence for a laser guide star[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(3): 348~355
沈锋, 姜文汉. 激光导引星大气湍流波前非等晕误差的相差模式分解[J]. *光学学报*, 2003, **23**(3): 348~355

18 M. A. Van Dam, R. J. Sasiela, A. H. Bouchez *et al.*. Angular anisoplanatism in laser guide star adaptive optics[C]. *SPIE*, 2006, **6272**: 627231~627238

19 R. J. Sasiela, J. D. Shelton. Transverse spectral filtering and Mellin transform techniques applied to the effect of outer scale on tilt and tilt anisoplanatism[J]. *J. Opt. Soc. Am. A.*, 1993, **10**(4): 646~660

20 Chen Jingyuan, Li Youkuan. First-order theoretical model for laser guider star adaptive optics system[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2009, **21**(5): 649~657
陈京元, 李有宽. 激光导星自适应光学系统一阶理论模型[J]. *强激光与粒子束*, 2009, **21**(5): 649~657