

文章编号: 0253-2239(2010)03-0881-04

电子束沿多层膜表面运动时产生的电磁辐射

孟现柱 任忠民 王明红

(聊城大学物理科学与信息工程学院, 山东 聊城 252059)

摘要 电子束沿多层膜表面运动时会产生自发辐射。分析自发辐射的精确波长公式、自发辐射中电子束品质的变化规律和电子自发辐射的功率后得出:电子束沿金属-介质多层膜表面运动时产生自发辐射,电子束内各种速度的电子数都按指数规律变化,实际电子束自发辐射的总辐射功率与金属-介质多层膜的空间周期成反比。

关键词 激光技术;史密斯-帕塞尔效应;金属-介质多层膜;光栅

中图分类号 TN248.6 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20103003.0881

Electromagnetic Radiation from Electron Beam Moving Across a Multilayer Film

Meng Xianzhu Ren Zhongmin Wang Minghong

(School of Physics Science & Information Technology, Liaocheng University, Liaocheng, Shandong 252059, China)

Abstract Spontaneous radiation generated from an electron beam moving across a multilayer film is discussed. The precise wavelength formula of spontaneous radiation, the change law of electron beam quality and the radiant power of spontaneous radiation are analyzed. The results show that the electron numbers with diversified velocity is in accord with the exponential law with the increase of spontaneous radiation. The radiant power of a single electron bunch is in inverse proportion to the space cycle of metallic-dielectric multiplayer.

Key words laser technique; Smith-Purcell effect; metallic-dielectric multiplayer; grating

1 引言

当电子束紧贴着周期性金属结构(例如金属光栅)表面运动时,将会产生与电子束的运动方向成一定角度的电磁辐射,这种现象称为史密斯-帕塞尔(Smith-Purcell)效应^[1~7]。基于史密斯-帕塞尔效应的辐射源可以在整个太赫兹波段产生1 mW~100 mW量级的连续波和脉冲功率,被认为是最有前途太赫兹真空辐射源之一,有望发展成为可调、紧凑和功率大的太赫兹辐射源^[8~13]。

实现器件的微型化和向短波长方向发展是目前史密斯-帕塞尔型自由电子激光的理论和实验研究的主要课题,这两个发展方向都要求周期性金属结构有较小的空间周期。由于制作技术的限制,目前金属光栅的光栅周期已经很难继续减小。因此有必要寻找更小空间周期的周期性金属结构。本文讨论了电子

束沿多层膜表面运动时产生的自发辐射,推导了其自发辐射的精确波长公式,对自发辐射中电子束品质的变化规律和电子自发辐射的功率进行了分析。

2 电子束沿多层膜表面运动时产生的自发辐射

2.1 金属-介质多层膜的空间周期性

多层膜是指按一定的原子比(或厚度比)将两组元(单质或合金)沿垂直于衬底方向周期性地交替沉积形成的薄膜材料。其中金属-介质多层膜就是将金属和介质交替沉积形成的薄膜材料,图1给出了 $(\text{Al-SiO}_2)_N$ 多层膜示意图,图中白色部分表示金属层,黑色部分表示介质层。对于金属-介质多层膜,其周期性金属结构的空间周期

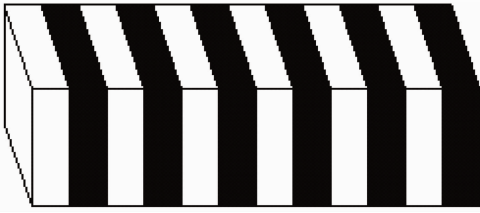
$$D = e_m + e_d, \quad (1)$$

收稿日期: 2009-04-13; 收到修改稿日期: 2009-06-03

基金项目: 国家自然科学基金(60871047)和聊城大学校计划(X0810018)资助课题。

作者简介: 孟现柱(1968—),男,副教授,主要从事自由电子激光和激光同步辐射等方面的研究。

E-mail: mengxz12@yahoo.com.cn

图1 (Al-SiO₂)_N 多层膜示意图Fig. 1 Schematic diagram of (Al-SiO₂)_N multilayer film

其中 e_m 为金属材料层的厚度, e_d 为介质材料层的厚度。一般 e_m 和 e_d 都只有纳米量级, 因此 D 也只有纳米量级^[14], 可见多层膜的空间周期远低于金属光栅周期。根据史密斯-帕塞尔辐射的波长

$$\lambda = \frac{D}{l} \left(\frac{1}{\beta} - \cos \theta \right), \quad (2)$$

其中整数 l 是史密斯-帕塞尔辐射的阶数, $\beta = v/c$, v 为电子的运动速度, c 为真空中的光速, θ 为电子束的运动方向与观测方向的夹角。因此利用电子束沿多层膜表面运动产生史密斯-帕塞尔辐射时, 对电子束的能量要求远低于金属光栅, 可以实现器件的微型化。

2.2 电子束沿多层膜表面运动时产生的自发辐射

史密斯-帕塞尔效应的经典理论认为, 当电子束贴近周期性金属结构运动时, 每个电子都会在周期性金属结构中产生镜像电荷, 当电子高速直线运动时, 它的镜像电荷就会沿周期性金属结构振动, 振动的镜像电荷产生电磁辐射。但 I. Shih 等^[15] 的实验结果表明, 史密斯-帕塞尔自发辐射的强度要比上

述模型预言的辐射强度高 10^4 倍, 文献[1]经过分析后提出: 史密斯-帕塞尔效应的自发辐射应该看作周期性金属结构的周期性电势场与电子相互作用的结果, 当电子束贴近周期性金属结构运动时, 形成周期性库仑场, 当电子贴近周期性金属结构运动时, 与该场作用, 其运动状态会随之变化, 从而产生辐射。下面以这种思路推导电子束沿金属-介质多层膜表面运动时自发辐射的一阶精确波长。

如图 2 所示, 当电子束沿金属-介质多层膜表面运动时, 多层膜中的金属层表面将感应一层带正电的离子层, 它们将在金属-介质多层膜表面附近产生周期性库仑场^[1]。在实验室参考系中, 此周期性库仑场按傅里叶展开后一阶近似可以描述为 $\mathbf{E}_m = E_0 [\cos(kz) + 1] \mathbf{e}_y$, 其中 $k = 2\pi/D$ 。当电子束沿金属-介质多层膜表面运动时, 不仅金属层表面会感应电荷, 介质层表面也会极化电荷。可以证明介质层表面极化电荷面密度与金属层表面感应电荷面密度之比 $\sigma'_e/\sigma_e = (\epsilon_r - 1)/\epsilon_r$, 因此介质层表面极化电荷产生的周期性库仑场按傅里叶展开后的一阶近似可以描述为 $\mathbf{E}_d = \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r} E_0 [\cos(kz + \pi) + 1] \mathbf{e}_y$, 其中 ϵ_r 为介质层的相对电容率, 因此金属-介质多层膜表面附近的周期性总电场

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_m + \mathbf{E}_d = E_0 \left[\frac{1}{\epsilon_r} \cos(kz) + \frac{2\epsilon_r - 1}{\epsilon_r} \right] \mathbf{e}_y, \quad (3)$$

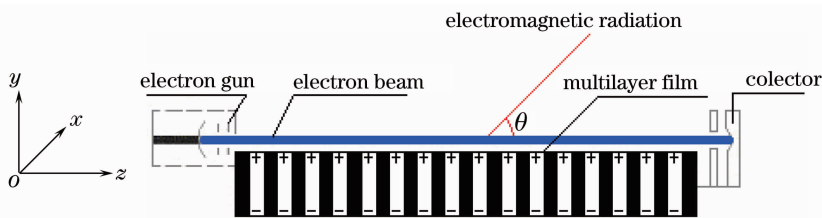


图2 电子束沿多层膜表面运动时产生的电磁辐射

Fig. 2 Electromagnetic radiation from electron beam moving across a multilayer film

把电子的纵向速度记为 v , 建立相对 v 静止的参考系 Σ' 。在 Σ' 系中周期性库仑场以 v 运动, 根据 Lorentz 变换和电磁场的相对论变换可得 Σ' 系中的周期性运动电场和周期性运动磁场的表达式

$$\begin{aligned} \mathbf{E}' &= \gamma E_0 \left\{ \frac{1}{\epsilon_r} \cos[k\gamma(z' + vt')] + \frac{2\epsilon_r - 1}{\epsilon_r} \right\} \mathbf{e}_y, \\ \mathbf{B}' &= \gamma \frac{v}{c^2} E_0 \left\{ \frac{1}{\epsilon_r} \cos[k\gamma(z' + vt')] + \frac{2\epsilon_r - 1}{\epsilon_r} \right\} \mathbf{e}_x, \end{aligned} \quad (4)$$

根据上式, 作用在电子上 ($z' = 0$) 的电场和磁场

$$\begin{aligned} \mathbf{E}' &= \gamma E_0 \left[\frac{1}{\epsilon_r} \cos(k\gamma v t') + \frac{2\epsilon_r - 1}{\epsilon_r} \right] \mathbf{e}_y, \\ \mathbf{B}' &= \gamma \frac{v}{c^2} E_0 \left[\frac{1}{\epsilon_r} \cos(k\gamma v t') + \frac{2\epsilon_r - 1}{\epsilon_r} \right] \mathbf{e}_x, \end{aligned} \quad (5)$$

电子在(5)式中的电场作用下将产生加速度 $a = \frac{\gamma e E_0}{m_e \epsilon_r} \cos(k\gamma v t') + \frac{\gamma e E_0 (2\epsilon_r - 1)}{m_e \epsilon_r}$, 其中 m_e 为电子的质量。这个加速度为恒定加速度和交变加速度的叠加, 其中恒定加速度为 $\frac{\gamma e E_0 (2\epsilon_r - 1)}{m_e \epsilon_r}$, 交变加速度

为 $\frac{\gamma e E_0}{m_e \epsilon_r} \cos(k\gamma v t')$, 交变加速度的角频率 $\omega' = k\gamma v$,

根据电磁理论, 产生交变加速度的电子将辐射特定波长的电磁波^[16], 如果不考虑电子在辐射时的反冲, 辐射光子的角频率 $\omega' = k\gamma v$, 波长 $\lambda' = D/\gamma\beta$, 能量 $\epsilon = \hbar\omega' = \frac{hc}{D/\gamma\beta}$ 。根据能的转化和守恒定律, 周期性运动电场与电子作用时转化的每份能量也为 $\epsilon = \hbar\omega'$ 。如果考虑电子在辐射时的反冲, 则周期性运动电场与电子作用时转化的每份能量 ϵ 应等于辐射电磁波的能量和电子反冲的能量之和, 设电子反冲的速度为 v_e , $\gamma_e = 1/\sqrt{1-v_e^2/c^2}$, 则

$$\epsilon = \frac{hc}{\lambda'} + (m_0\gamma_e c^2 - m_0 c^2), \quad (6)$$

同理, ϵ 对应的动量 \mathbf{P} 应等于辐射电磁波的动量和电子反冲的动量之和

$$\mathbf{P} = \frac{h}{\lambda'} \mathbf{e}_{\lambda'} + m_0 \gamma_e \mathbf{v}_e, \quad (7)$$

其中 $\mathbf{e}_{\lambda'}$ 为 Σ' 系中的辐射方向的单位矢量。 ϵ 对应的动量 \mathbf{P} 应根据相对论能量-动量公式 ($\epsilon^2 = \epsilon_0^2 + P^2 c^2$) 来求, 由于 $v = 0$ 时, $\epsilon_0 = \hbar\omega'_0 = 0$, 因此 $P = \hbar\omega'/c = \frac{h}{\lambda_u/\gamma\beta}$ 。由(6), (7) 式得 Σ' 系中电子束沿金属-介质多层膜表面运动时自发辐射的波长

$$\lambda' = \frac{D}{\gamma\beta} + \frac{h}{m_0 c} (1 - \cos \phi'), \quad (8)$$

其中 ϕ' 为 Σ' 系中的辐射方向与 \mathbf{P} 的夹角, 利用多普勒变换和光行差公式得实验室系中电子束沿金属-介质多层膜表面运动时自发辐射的精确波长

$$\lambda = \frac{D(1 - \beta \cos \theta)}{\beta} + \frac{h}{m_0 c} \frac{(1 - \cos \phi)}{\gamma(1 - \beta \cos \theta_1)}, \quad (9)$$

其中 θ 为实验室系中的辐射方向与 v 的夹角, θ_1 为实验室系中的 \mathbf{P} 与 v 的夹角, ϕ 为实验室系中的辐射方向与 \mathbf{P} 的夹角。(9) 式忽略电子的康普顿波长项后的近似式与(2)式相同, 结合(1)式得

$$\lambda = (e_m + e_d) \left(\frac{1}{\beta} - \cos \theta \right). \quad (10)$$

2.3 自发辐射对电子束内电子数的影响

以电子束内速度为 v 的电子数的变化规律为例讨论电子束沿金属-介质多层膜表面运动时自发辐射对电子束内电子数的影响。显然, 电子束沿金属-介质多层膜表面运动时, 电子束内速度为 v 的电子并不全部同时发生自发辐射, 而是遵循统计规律, 即在 dt 时间内, 能够发生自发辐射的速度为 v 的电子数 dN_v 与此时速度为 v 的总电子数 N_v 成正比, 比例常数为 A , 即

$$-dN_v = AN_v dt, \quad (11)$$

积分得

$$N_v = N_{v_0} \exp(-At), \quad (12)$$

其中 N_{v_0} 是 $t = 0$ 时刻电子束内速度为 v 的总电子数。可见随着电子束沿多层膜表面运动时产生的自发辐射, 电子束内速度为 v 的总电子数按指数规律变化。同理可推, 其他速度的总电子数也按指数规律变化, 即电子束内各种速度的电子数都按指数规律变化。

设电子平均经过 τ 时间才能由 v 变为 v' , 根据(12)式可以求出

$$\tau = \frac{1}{N_{v_0}} \int_0^{\infty} t(-dN_v) = \frac{1}{A}, \quad (13)$$

当电子经过 τ 时间由 v 变为 v' 时, 电子就会自发辐射一个光子, 设速度为 v 的单个电子单位时间内自发辐射的光子数为 n , 则

$$n\tau = 1, \quad (14)$$

根据(13), (14)式, (12)式可以改写为

$$N_v = N_{v_0} \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) = N_{v_0} \exp(-nt). \quad (15)$$

2.4 自发辐射的辐射功率

单个电子自发辐射的辐射功率应该等于单个电子在单位时间内自发辐射的光子数与每个自发辐射光子能量之积, 结合(10)式得单个电子在 θ 观测角方向上自发辐射的辐射功率

$$P_1 = \frac{hc}{\lambda} n = \frac{h\nu n}{(e_m + e_d)(1 - \beta \cos \theta)}, \quad (16)$$

前面指出, 在 dt 时间内, 电子束内速度为 v 的电子只有 dN_v 个能够自发辐射, 因此电子束内所有速度为 v 的电子在 θ 观测角方向上自发辐射的辐射功率

$$P_v = P_1 \left| \frac{dN_v}{dt} \right| = \frac{h\nu n^2}{(e_m + e_d)(1 - \beta \cos \theta)} N_{v_0} \exp(-nt), \quad (17)$$

实际电子束内电子运动速度和方向并不相同, 存在一定的能散 $\Delta\gamma/\gamma$ 和发散。电子束的能散和发散都会引起频谱展宽, 也会引起单位时间内辐射光子数和辐射功率的变化。设在 dt 时间束团内参与自发辐射的速度为 v_i 的电子数为 dN_{v_i} , 则实际电子束在 θ 观测角方向上自发辐射的总辐射功率

$$P_s = \sum_i \left(P_{1i} \left| \frac{dN_{v_i}}{dt} \right| \right) = \frac{h}{e_m + e_d} \sum \left[\frac{v_i n_i^2}{1 - \beta_i \cos \theta} N_{v_{i0}} \exp(-n_i t) \right], \quad (18)$$

其中 $N_{v_{i0}}$ 是 $t = 0$ 时刻束团内速度为 v_i 的电子数, n_i 为速度为 v_i 的单个电子单位时间内自发辐射的光子数。根据上式, 实际电子束自发辐射的总辐射功率与金属-介质多层膜的空间周期成反比, 可见用金属-介质多层膜替代金属光栅不仅能够降低电子束的能量, 而且能够提高自发辐射的总功率。

2.5 介质对辐射的影响

根据(3)式, 图3绘制了介质层的相对电容率 ϵ_r 对多层膜表面的周期性总电场的影响曲线, 可以看出随着介质的相对电容率 ϵ_r 的增大, 多层膜表面附近的周期性总电场的变化幅度减小, 电子交变加速度的变化幅度也会随之减小。由于这种辐射是具有交变加速度的电子产生的, 根据电磁理论, 其辐射功率与电子加速度的平方成正比, 因此当电子的交变加速度的变化幅度减小时, 这种辐射的辐射功率就会减弱, 当电子交变加速度的变化幅度趋近于零时(类似电子沿金属平板表面运动), 这种辐射就会消失。因此要提高电子束沿金属-介质多层膜表面运动产生的辐射, 应该采用介质层的相对电容率 ϵ_r 较低的金属-介质多层膜。

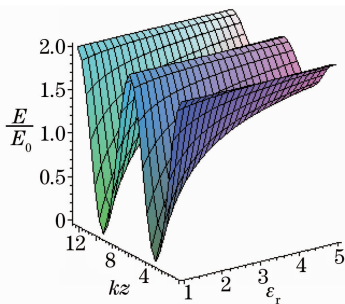


图3 介质的电容率对多层膜表面电场的影响

Fig. 3 Effect of dielectric's permittivity on electric field intensity of multilayer surface

3 结 论

电子束沿金属-介质多层膜表面运动时能够产生电磁辐射, 其辐射波长公式与电子束贴近金属光栅运动时产生的电磁辐射的波长公式相同; 随着自发辐射, 电子束内各种速度的电子数都按指数规律变化; 实际电子束自发辐射的总功率与金属-介质多层膜的空间周期成反比, 用金属-介质多层膜替代金属光栅不仅能够降低电子束的能量, 而且能够提高自发辐射的总功率。

参 考 文 献

1 Xiong Pingfan. Radiation in Smith-Purcell effect FEL[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 1999, **36**(12): 22~25

熊平凡. Smith-Purcell 型自由电子激光的辐射[J]. *激光与光电子学进展*, 1999, **36**(12): 22~25

2 Amit S. Kesar, Roark A. Marsh, Richard J. Temkin. Power measurement of frequency-locked Smith-Purcell radiation [J]. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, 2006, **9**(2): 022801

3 Wang Minghong, Xiao Xiaoguang, Yu Huishan *et al.*. Free electron laser based on the Smith-Purcell radiation [J]. *Optoelectronics Letters*, 2006, **2**(6): 0422~0424

4 Shi Zongjun, Yang Ziqiang, Liang Zheng *et al.*. Smith-Purcell radiation from a train of line charges with reflection grating[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(10): 1517~1521

史宗君, 杨梓强, 梁正等. 线电荷串产生的史密斯-帕塞尔辐射[J]. *光学学报*, 2006, **26**(10): 1517~1521

5 Liu Wenxin, Yang Ziqiang, Zhang Zucun *et al.*. Study on the mechanisms of superradiant Smith-Purcell radiation in the open grating [J]. *J. Infrared Millim. Waves*, 2007, **27**(2): 152~156

刘文鑫, 杨梓强, 张祖存等. 开放光栅中史密斯-帕塞尔超辐射机理研究[J]. *红外与毫米波学报*, 2007, **27**(2): 152~156

6 Chen Jiayu, Wang Minghong, Yang Ziqiang *et al.*. Novel Smith-Purcell tunable radiation source[J]. *Chinese J. Lasers*, 2004, **31**(11): 1289~1292

陈嘉钰, 王明红, 杨梓强等. 新型史密斯帕塞尔效应可调辐射源研究[J]. *中国激光*, 2004, **31**(11): 1289~1292

7 G. Kube, H. Backe, H. Euteneuer *et al.*. Observation of optical Smith-Purcell radiation at an electron beam energy of 855 MeV [J]. *Phys. Rev. E*, 2005, **65**: 056501

8 Bei Hua, Dai Dongdong, Dai Zhimin. Simulation of Smith-Purcell radiation from compact terahertz source[J]. *High Power Laser & Particle Beams*, 2008, **20**(12): 2067~2072

卑华, 戴冬冬, 戴志敏. 紧凑型 THz 源的史密斯-帕塞尔辐射模拟[J]. *强激光与粒子束*, 2008, **20**(12): 2067~2072

9 Shi Zongjun, Yang Ziqiang, Liang Zheng. Smith-Purcell radiation from prebunched electron bunches [J]. *Chinese J. Lasers*, 2007, **34**(8): 1081~1085

史宗君, 杨梓强, 梁正. 预群聚电子束团辐射特性[J]. *中国激光*, 2007, **34**(8): 1081~1085

10 D. Li, K. Imasaki, X. Gao *et al.*. Improvement of grating for Smith-Purcell device [J]. *Terahertz Science and Technology*, 2008, **1**(4): 230~237

11 S. E. Korbly, A. S. Kesar, J. R. Sirigiri *et al.*. Observation of frequency-locked coherent terahertz Smith-Purcell radiation [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2005, **94**(5): 054803

12 Li Yuelin, Sun Yine, Kwang-Je Kim. High-power beam-based coherently enhanced THz radiation source [J]. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, 2008, **11**: 080701-1~080701-8

13 J. T. Donohue. Simulation of Smith-Purcell terahertz radiation using a particle-in-cell code [J]. *Phys. Rev. ST Accel. Beams*, 2006, **9**: 060701

14 Meng Xianzhu, Wang Minghong. Radiation of the motion of an electron in the multilayer film Wiggler [J]. *Chinese J. Lasers*, 2007, **34**(1): 59~61

孟现柱, 王明红. 电子在多层膜摇摆器中的辐射[J]. *中国激光*, 2007, **34**(1): 59~61

15 I. Shih, D. B Chang, J. E. Drummond *et al.*. Experimental investigation of radiation from the interaction of an electron beam and a conducting grating [J]. *Opt. Lett.*, 1990, **15**(10): 559~561

16 Meng Xianzhu. Research of free-electron Laser using Compton scattering [J]. *Acta Quantum Optica Sinica*, 2004, **10**(1): 11~13

孟现柱. 利用康普顿散射对自由电子激光器的研究[J]. *量子光学学报*, 2004, **10**(1): 11~13