

文章编号: 0253-2239(2010)03-0813-08

正负旋四频差动激光陀螺矢量自洽方程组的推导

杨建强 廖 丹

(国防科技大学光电科学与工程学院, 湖南 长沙 410073)

摘要 正负旋四频差动激光陀螺是一种除反射片外腔内无光学元件的新型四频差动陀螺,其激光工作模式为椭圆偏振本征模。为研究其工作特性,以椭圆偏振模式为本征模,从兰姆半经典自治场理论出发,结合密度矩阵运动方程,采用三阶微扰处理方法,得出了椭圆偏振模式下的兰姆系数。分析表明,圆偏振本征模下的兰姆系数经加权后可得到椭圆偏振本征模下的兰姆系数,权重是正/负旋圆偏振模电场强度分量大小占椭圆偏振模总电场强度大小比重的平方。由此建立了正负旋四频差动激光陀螺矢量自洽方程组,初步实验验证了理论公式的有效性,可用于对正负旋四频差动激光陀螺进行理论研究。

关键词 激光物理;正负旋四频差动激光陀螺;半经典理论;椭圆偏振模;兰姆系数

中图分类号 TN 248.1 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS20103003.0813

Derivation of the Vector Self-Consistency Equations of the Positive-Negative Circularly Polarized Four-Frequency Differential Laser Gyro

Yang Jianqiang Liao Dan

(College of Opto-Electronics Science and Engineering, National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

Abstract The positive-negative circularly polarized four-frequency differential laser gyro (PNDLG) is a novel four-frequency differential laser gyro, it has no optical element except the reflecting mirrors in the cavity, its operating modes are elliptical polarization modes. For the study of PNDLG operating characteristics, the vector self-consistency equations of PNDLG are presented with the elliptical polarization eigenvector mode. Based on the Lamb semi-classical self-consistency field theory, the Lamb coefficients of elliptical polarization modes are derived from the motion equations of the density matrix with the third-order perturbation method. The analysis shows that, Lamb coefficients of elliptical polarization modes can be obtained by those of circular polarization modes multiplying the corresponding ratio, the ratio is the square of the proportion of the positive negative circular polarization electric field component to the whole elliptical polarization electric field amplitude. Finally, the vector self-consistency equations of the PNDLG are built up and proved to be effective by the preliminary experiment, which is useful for the theoretical research on the PNDLG.

Key words laser physics; positive-negative circularly polarized four-frequency differential laser gyro; semi-classical theory; elliptical polarization mode; Lamb coefficients

1 引 言

四频差动激光陀螺从原理上比二频机抖陀螺有更好的性能,由于陀螺结构、工作模式和光学加工上的特点,提高精度需要改善很多误差因素,包括稳频的改进、高低温性能的提高以及磁敏感度的削弱等^[1~6]。而

国内现有绝大多数四频差动陀螺腔内有水晶片和法拉第室,其带来的负性影响如差分损耗、双折射和热膨胀变形等制约了其误差因素的改善^[7~9],故如何取消水晶片和法拉第室成为研究热点。

空间环路有旋光效应可替代水晶片已为共

收稿日期: 2009-03-19; 收到修改稿日期: 2009-05-25

作者简介: 杨建强(1982—),男,博士研究生,主要从事新型环形激光器的理论方面的研究。

E-mail: yjqyj_q_yjq@163.com

识^[10~12],塞曼效应替代法拉第室进行偏频也是容易想到的方法^[13,14],但真正投入实用的空间四频差动陀螺并未采用塞曼效应来偏频,如美国生产的某型号空间四频陀螺。实际上,塞曼效应不能取代法拉第室有深刻原因,文献[15]早已有详细分析,但腔内法拉第室的存在始终是个原理上的瓶颈。文献[15]创新性地提出一种正负旋四频差动陀螺;塞曼效应用来产生相邻纵模间隔的正负旋增益曲线,水晶片或者空间环路的旋光效应用来偏频,这样既取消了法拉第室又避免了塞曼效应进行偏频的严重缺陷,能真正做到像机抖陀螺一样除反射片外腔内无光学元件,从而在原理上成为一种高精度、低随机游走的理想陀螺。

和现有的左右旋四频差动陀螺不同,这种陀螺的对模是正(负)旋陀螺,相邻纵模的两对模构成了差动陀螺。由于当时的技术条件所致,文献[15]仅提出原理构想和初步实验,而如今技术条件达到相当水平,研制这种陀螺很有希望和必要。据我们研究,这种陀螺需要特殊的镀膜工艺、光电检测和磁场控制等技术,而且由于对模间旋光远小于 90° ^[15],这种陀螺是以椭圆偏振本征模式工作。若像旋光 90° 的左右旋四频陀螺被近似在圆偏振本征模式下分析,文献[15]中的一些关键实验现象无法解释,于是就有了本文的理论推导。

2 物理模型

激光陀螺是工作波长为 632.8 nm 的 He-Ne 环形激光器,介质区加纵向磁场产生塞曼效应时,其腔内激光模式在增益曲线上的相对位置和能级分裂如图 1,图 2 所示^[16]。

图中 1,4 为相邻纵模的左旋模,2,3 为相邻纵模的右旋模,1,2 为逆时针传播,3,4 为顺时针传

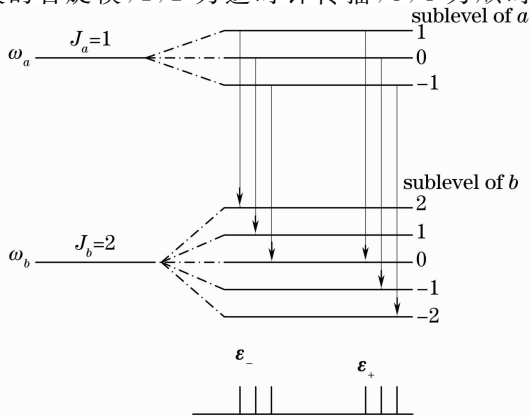


图 1 $J_a = 1 \rightarrow J_b = 2$ 原子能级跃迁示意图

Fig. 1 Atom energy transition at $J_a = 1 \rightarrow J_b = 2$

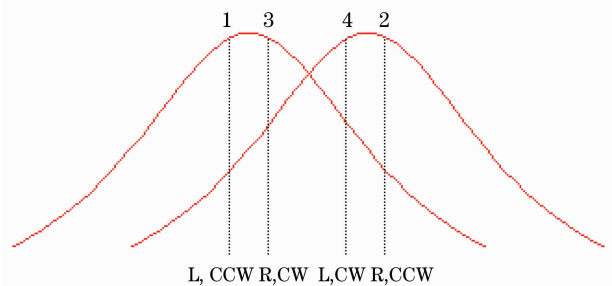


图 2 激光模式在增益曲线上的相对位置示意图

Fig. 2 Relative position of laser modes on the gain curve

播。设逆时针为 z 正方向,则 1,3 为负旋模,2,4 为正旋模。事实上,由于激光谐振腔各向异性效应^[17],各模式不可能为标准的圆偏振模,总会有一定的椭圆度,各模式在负旋增益和正旋增益曲线上均有分量。正负旋四频陀螺对模间旋光远小于 90° ,椭圆度更不能忽略。为了讨论的方便,在 x, y 表象下,设模 1,2,3,4 归一化偏振态分别为

$$\begin{aligned} \mathbf{e}_1 &= \begin{bmatrix} m_1 \\ in_1 \end{bmatrix}, & \mathbf{e}_2 &= \begin{bmatrix} m_2 \\ in_2 \end{bmatrix} \\ \mathbf{e}_3 &= \begin{bmatrix} m_3 \\ in_3 \end{bmatrix}, & \mathbf{e}_4 &= \begin{bmatrix} m_4 \\ in_4 \end{bmatrix}, \end{aligned}$$

写成通式即为

$$\mathbf{e}_j = \begin{bmatrix} m_j \\ in_j \end{bmatrix}, \quad j = 1, 2, 3, 4$$

式中 m_j, n_j 为实数, $m_j^2 + n_j^2 = 1$ 。

若在 $\boldsymbol{\varepsilon}_\pm$ 表象下,则为

$$\mathbf{e}_j = [\boldsymbol{\varepsilon}_+ \quad \boldsymbol{\varepsilon}_-] \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{bmatrix} m_j - n_j \\ m_j + n_j \end{bmatrix}, \quad (1)$$

则腔内电场可表示为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(z, t) &= \sum_{j=1}^4 \mathbf{E}_j(z, t) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^4 \mathbf{e}_j E_j(t) \times \\ &\exp[-i(\nu_j t + \phi_j)] \exp(iK_j z) + \text{c. c.}, \quad (2) \end{aligned}$$

式中 $\nu_j, \phi_j, K_j, \mathbf{e}_j$ 分别表示第 j 模的频率、相位、波矢量和偏振态, c. c. 表示复共轭。

根据自洽场理论,激光介质中感应出的电极化强度 $\mathbf{P}(z, t)$ 与电场 $\mathbf{E}(z, t)$ 具有相同的形式

$$\begin{aligned} \mathbf{P}(z, t) &= \sum_{j=1}^4 \mathbf{P}_j(z, t) = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^4 \mathbf{e}_j P_j(t) \times \\ &\exp[-i(\nu_j t + \phi_j)] \exp(iK_j z) + \text{c. c.} \quad (3) \end{aligned}$$

3 理论推导

将 $\mathbf{P}(z, t)$ 与 $\mathbf{E}(z, t)$ 的表达(2),(3)式代入波动方程

$$c^2 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} - \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} - \frac{1}{\epsilon_0} \vec{\sigma} \cdot \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + 2[\mathbf{z} \cdot (\boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r})] \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t \partial z} = \frac{1}{\epsilon_0} \frac{\partial^2 \mathbf{P}}{\partial t^2}. \quad (4)$$

用旋波近似法, 去掉空间和时间的快速振荡项, 得到电场幅度和频率满足的自洽场方程组:

$$\begin{cases} \dot{E}_j + \frac{v_j}{2} \text{Im} \left\{ i \sum_{k=1}^4 g_{jk} E_k \exp[i(\psi_j - \psi_k)] \right\} = -\frac{v_j}{2\epsilon_0} \text{Im}[P_j(t)] \\ \left(\dot{\phi}_j + v_j - \Omega_j \right) E_j + 2 \frac{K_j \mathbf{A} \cdot \boldsymbol{\Omega}_j}{L} E_j + \frac{v_j}{2} \text{Re} \left\{ i \sum_{k=1}^4 g_{jk} E_k \exp[i(\psi_j - \psi_k)] \right\} = -\frac{v_j}{2\epsilon_0} \text{Re}[P_j(t)] \end{cases}, \quad (5)$$

式中 $j = 1, 2, 3, 4$, $\psi_j = v_j t + \phi_j$, $\vec{\sigma} = \vec{\sigma}(z)$ 描述环路损耗的等效电导率张量, $\boldsymbol{\Omega}$ 为转动角速度; \mathbf{r} 为单位位置矢量 L 为激光器腔长; c 为光在真空中速度, $c = 1/\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$,

$$P_j(t) \frac{1}{L} \int_0^L dz \mathbf{e}_j^* \cdot \mathbf{P}(z, t) \exp[i(\psi_j - K_j z)], g_{jk} = \frac{1}{\epsilon_0 v} \frac{1}{L} \int_0^L dz \mathbf{e}_j^* \cdot \vec{\sigma} \cdot \mathbf{e}_k \exp[-i(K_j - K_k)z],$$

$$\frac{2\mathbf{A} \cdot \boldsymbol{\Omega}_j}{L} = \frac{\boldsymbol{\Omega}_j}{L} \cdot \int_0^L \mathbf{r} \times dz = \frac{1}{L} \int_0^L dz [\mathbf{z} \cdot (\boldsymbol{\Omega}_j \times \mathbf{r})].$$

上面由宏观的波动方程得出了普遍形式下的方程组(5), 下面从微观的密度矩阵运动方程求 $\mathbf{P}(z, t)$ 。对于气体激光器^[19],

$$\mathbf{P}(z, t) = \mathbf{r} \int_{-\infty}^{+\infty} dv \sum_a \int_{-\infty}^t dt_0 \int_0^L dz_0 \lambda_a(z_0, t_0, v) \mathcal{A}_{ab} \rho_{ab}(a, z_0, t_0, v, t) \delta(z - z_0 - vt + vt_0) + \text{c. c.}, \quad (6)$$

式中 $\lambda_a(z_0, t_0, v)$ 表示在时刻 t_0 位置 z_0 被激发到本征态 a 并且速度的 z 分量为 v 的原数, ρ_{ab} 表示 a, b 能级间的密度矩阵元。 \mathcal{A}_{ab} 表示 a, b 能级间的电偶极矩阵元。

对于 $J_a = 1 \rightarrow J_b = 2$ 共有 8 个子能级, 则计算所用的密度矩阵为 8×8 矩阵

$$\begin{bmatrix} \rho_{+1+1aa} & 0 & \rho_{+1-1aa} & \rho_{+1+2ab} & 0 & \rho_{+10ab} & 0 & 0 \\ 0 & \rho_{00aa} & 0 & 0 & \rho_{0+1ab} & 0 & \rho_{0-1ab} & 0 \\ \rho_{-1+1aa} & 0 & \rho_{-1-1aa} & 0 & 0 & \rho_{-10ab} & 0 & \rho_{-1-2ab} \\ \rho_{+2+1ba} & 0 & 0 & \rho_{+2+2aa} & 0 & \rho_{+20bb} & 0 & 0 \\ 0 & \rho_{+10ba} & 0 & 0 & \rho_{+1+1bb} & 0 & \rho_{+1-1bb} & 0 \\ \rho_{0+1ba} & 0 & \rho_{0-1ba} & \rho_{0+2bb} & 0 & \rho_{00bb} & 0 & \rho_{0-2bb} \\ 0 & \rho_{-10ba} & 0 & 0 & \rho_{-1+1bb} & 0 & \rho_{-1-1bb} & 0 \\ 0 & 0 & \rho_{-2-1ba} & 0 & 0 & \rho_{-20bb} & 0 & \rho_{-2-2bb} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

式中矩阵元 ρ_{jka} 表示 a 能级中的 j 子能级与 b 能级中的 k 子能级间的密度矩阵元。

根据(7)式, 密度矩阵的运动方程共有 22 个方程, 为简便起见, 写成普遍的表达式:

$$\begin{aligned} \dot{\rho}_{a'b'} &= -(\mathrm{i}\omega_{a'b'} + \gamma) \rho_{a'b'} + \mathrm{i}h^{-1} \sum_a V_{a''b'} \rho_{a''a} - \mathrm{i}h^{-1} \sum_{b''} V_{a'b''} \rho_{b''b'} \\ \dot{\rho}_{a'a''} &= -(\mathrm{i}\omega_{a'a''} + \gamma_a) \rho_{a'a''} + \mathrm{i}h^{-1} \sum_{b'} (V_{b''a''} \rho_{a'b''} - V_{a'b''} \rho_{b''a''}) + \lambda_{a'} \delta_{a'a''} \\ \dot{\rho}_{b''b'} &= -(\mathrm{i}\omega_{b''b'} + \gamma_b) \rho_{b''b'} + \mathrm{i}h^{-1} \sum_a (V_{a'b''} \rho_{b''a} - V_{b''a} \rho_{a'b''}) + \lambda_{b'} \delta_{b''b'} \\ \dot{\rho}_{b'a'} &= \dot{\rho}_{b'a'}^* \end{aligned} \quad (8)$$

式中 $\rho_{a'b'}$ 表示 a' 子能级与 b' 子能级间的密度矩阵元, $\omega_{a'b'}$ 表示跃迁频率, γ_a, γ_b 为 a, b 能级的衰减速率, $\gamma = \gamma_{ab} = 1/2(\gamma_a + \gamma_b)$ 为分子软碰撞项, h 为普朗克常数, λ 为能级激发速率。微扰能

$$\begin{aligned} V_{a'b'} &= -\langle n_a J_{aa'} | \mathbf{e} \cdot \mathbf{E} | n_b J_{bb'} \rangle = -(\mathbf{e} \mathbf{r})_{a'b'} \cdot \mathbf{E} = \\ &= \mathcal{A}_{a'b'} \frac{\sqrt{2}}{2} \{ (m_1 - n_1) E_1(z, t) + (m_2 - n_2) E_2(z, t) + (m_3 - n_3) E_3(z, t) + (m_4 - n_4) E_4(z, t) \} \delta_{a', b'+1} - \\ &= \mathcal{A}_{a'b'} \frac{\sqrt{2}}{2} \{ (m_1 + n_1) E_1(z, t) + (m_2 + n_2) E_2(z, t) + (m_3 + n_3) E_3(z, t) + (m_4 + n_4) E_4(z, t) \} \delta_{a', b'-1}, \quad (9) \end{aligned}$$

式中 $\mathcal{A}_{a'b'} = \mp \frac{\sqrt{2}}{2} \mathcal{A}[(J_b \pm a')(J_b \pm a' + 1)]^{1/2}$, $a' = b' \mp 1$, \mathcal{A} 为约化矩阵元。

将(9)式代入密度矩阵运动方程组(8),求得 $\rho_{a'b'}$ 后代入(6)式,最后得到

$$\mathbf{P}(z, t) = 2 \int_{-\infty}^{+\infty} dv \{ [\boldsymbol{\varepsilon}_+ (\mathcal{A}_{+10ab} \rho_{+10ab} + \mathcal{A}_{0-1ab} \rho_{0-1ab} + \mathcal{A}_{-1-2ab} \rho_{-1-2ab}) + \boldsymbol{\varepsilon}_- (\mathcal{A}_{+1+2ab} \rho_{+1+2ab} + \mathcal{A}_{0+1ab} \rho_{0+1ab} + \mathcal{A}_{-10ab} \rho_{-10ab})] \} + \text{c. c. .} \quad (10)$$

将(10)式带入(5)式,得到含有闭锁项的正负旋四频差动激光陀螺的自洽方程组:

$$\begin{cases} \frac{L}{c} \dot{I}_j = (\alpha_j - \sum_{k=1}^4 \theta_{jk} I_k) I_j + \sum_{k=1, k \neq j}^4 2r_{jk} \sqrt{I_j I_k} \sin(\psi_k - \psi_j - \delta_{jk}) \\ \dot{\psi}_j = \Omega_j + \sigma_j + \sum_{k=1}^4 \tau_{jk} I_k - \frac{c}{L} \sum_{k \neq j}^4 r_{jk} \sqrt{I_k / I_j} \cos(\psi_k - \psi_j - \delta_{jk}) \end{cases}, \quad (11)$$

式中 $\theta_{jj} = \beta_j$, $\tau_{jj} = \rho_j$, r_{jk} , δ_{jk} 分别表示腔内非均匀散射和损耗效应的振幅反射系数与相位。

可看出,上述方程组在形式上与圆偏振模式下的左右旋四频差动陀螺自洽方程组^[18]完全一致,不同之处在于式中非均匀散射和损耗效应的振幅反射系数与相位是椭圆偏振模式下的表达式(可用简单矩阵变换求出),更重要的是,方程组中各个兰姆系数是椭圆偏振模式下的系数,而兰姆系数从本质上表征了激光模式与增益介质之间的作用行为。经过研究发现,其在形式上很有规律性,下面进行深入分析和讨论。

4 分析和讨论

限于文章篇幅,仅列举模 1 的部分兰姆系数:

$$\alpha_1 = \frac{1}{2}(m_1 - n_1)^2 \alpha_{1+} + \frac{1}{2}(m_1 + n_1)^2 \alpha_{1-}, \quad (12)$$

$$\beta_1 = \frac{1}{4}(m_1 - n_1)^4 \beta_{1++} + \frac{1}{4}(m_1 - n_1)^2 (m_1 + n_1)^2 \theta_{1+-} + \frac{1}{4}(m_1 + n_1)^2 (m_1 - n_1)^2 \theta_{1-+} + \frac{1}{4}(m_1 + n_1)^4 \beta_{1-}, \quad (13)$$

$$\theta_{12} = \frac{1}{4}(m_1 - n_1)^2 (m_2 - n_2)^2 \theta_{1+2+} + \frac{1}{4}(m_1 - n_1)^2 (m_2 + n_2)^2 \theta_{1+2-} + \frac{1}{4}(m_1 + n_1)^2 (m_2 - n_2) \theta_{1-2+} + \frac{1}{4}(m_1 + n_1)^2 (m_2 + n_2)^2 \theta_{1-2-}, \quad (14)$$

$$\theta_{13} = \frac{1}{4}(m_1 - n_1)^2 (m_3 - n_3)^2 \theta_{1+3+} + \frac{1}{4}(m_1 - n_1)^2 (m_3 + n_3)^2 \theta_{1+3-} + \frac{1}{4}(m_1 + n_1)^2 (m_3 - n_3) \theta_{1-3+} + \frac{1}{4}(m_1 + n_1)^2 (m_3 + n_3)^2 \theta_{1-3-}, \quad (15)$$

$$\theta_{14} = \frac{1}{4}(m_1 - n_1)^2 (m_4 - n_4)^2 \theta_{1+4+} + \frac{1}{4}(m_1 - n_1)^2 (m_4 + n_4)^2 \theta_{1+4-} + \frac{1}{4}(m_1 + n_1)^2 (m_4 - n_4) \theta_{1-4+} + \frac{1}{4}(m_1 + n_1)^2 (m_4 + n_4)^2 \theta_{1-4-}. \quad (16)$$

从(12)式~(16)式形式上看,每个椭圆模总要分解为正负旋圆偏振模分量进行计算,且正负旋分量有其各自的兰姆系数,这是好理解的,因椭圆偏振模在正负旋增益上均有分量,不同增益曲线上的模式兰姆系数不同^[16]。例如 α_{1+} , α_{1-} 分别表示模 1 的正旋分量和负旋分量的增益系数, θ_{1+2+} 表示模 1 的正旋分量和模 2 的正旋分量之间的互饱和系数,而 θ_{1-+} 则表示模 1 自身正负旋分量之间的互饱和系数。

注意到,不同于以往兰姆半经典理论的做法^[20~22],这里似乎是将每个椭圆本征模式分成两个圆偏振本征模式来计算,事实上,一个本征模式具有两个方向的分量不等于有两个本征模式。文中以椭圆偏振模为本征模符合实际的物理图景,而计算结果形式上似乎圆偏振模应该是本征模式,这一矛盾源于半经典理论的假设前提:电场 $\mathbf{E}(z, t)$ 在宏观上

应满足经典电磁场理论,微观上应满足量子力学理论。故在宏观上由自再现传输矩阵出发得到了椭圆偏振本征模式,而微观上根据量子力学规则能级间跃迁时 $m_B = \pm 1$ 分别对应的是正负旋圆偏振光的辐射。即宏观上本征模是椭圆模,微观上激光仍要以圆偏振光进行辐射,而这一处理方法正是“半经典”思想的体现。

对(12)式~(16)式进行研究可知,椭圆模的兰姆系数是由其正负旋分量的兰姆系数乘以相应的权重系数[如 $\frac{1}{4}(m-n)^4$]后得到,而权重系数是和相应分量大小有定量关系的。

由(1)式得

$$\mathbf{E}_j(z, t) = e_j E_j(z, t) = [\boldsymbol{\varepsilon}_+ R_{j+} + \boldsymbol{\varepsilon}_- R_{j-}] E_j(z, t), \quad (17)$$

式中 $R_{j\pm} = \frac{\sqrt{2}}{2}(m_j \mp n_j)$ 表示第 j 椭圆模正负旋分量占总电场强度的比重。

对比(12)式~(16)式,不难看出,一阶微扰兰姆系数(α, σ)正负旋分量兰姆系数的权重系数为其正负旋电场分量占总电场强度比重的平方,三阶微扰兰姆系数($\beta, \rho, \theta, \tau$)正负旋分量兰姆系数的权重系数为其相应对模的正负旋分量电场强度占总电场

强度比重平方之积。

如 $\alpha_1 = R_{1+}^2 \alpha_{1+} + R_{1-}^2 \alpha_{1-}, \theta_{12} = R_{1+}^2 R_{2+}^2 \theta_{1+2+} + R_{1+}^2 R_{2-}^2 \theta_{1+2-} + R_{1-}^2 R_{2+}^2 \theta_{1-2+} + R_{1-}^2 R_{2-}^2 \theta_{1-2-}$ 等。

由此规律性,可以得到模 2, 3, 4 的各兰姆系数表达式,若令各模式椭圆度为 0,即模 1, 3 和模 2, 4 分别为标准的负旋和正旋圆偏振对模,则得出的各兰姆系数就是现有左右旋四频陀螺自洽方程组的兰姆系数。这里说明一点,本文物理模型中椭圆模偏振态写成 $\mathbf{e}_j = \begin{bmatrix} m_j \\ i n_j \end{bmatrix}$, m_j, n_j 均为实数,这是为了数学推导演示过程的方便,不难证明,对于更一般的 m_j, n_j 为复数,也有同样的结论,即圆偏振本征模下的兰姆系数经加权后可得到椭圆偏振本征模下的兰姆系数,权重是圆偏振模电场强度分量大小占椭圆偏振模总电场强度大小比重的平方。

将各兰姆系数代入(11)式,最终得出椭圆本征模式下正负旋四频激光陀螺自洽方程组,此方程组可用来对正负旋四频差动陀螺进行一些理论分析。

5 实验验证

搭建了正负旋四频差动激光陀螺实验平台,装置原理如图 3 所示。

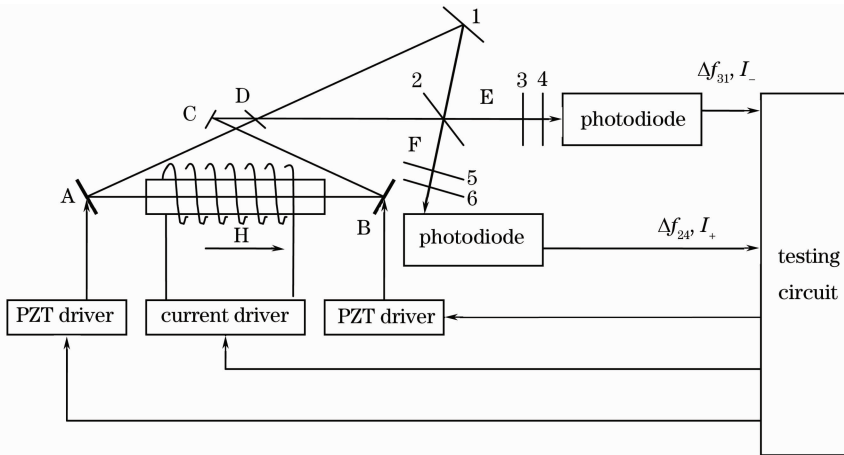


图 3 正负旋四频差动激光陀螺原理框图

Fig. 3 Principle of positive-negative circularly polarized four-frequency differential laser gyro

图中 A, B, C, D 为八字形空间环路结构的四个反射镜, A, B 反射镜背面上装有压电陶瓷(PZT), 用来稳频时调节腔长, D 反射镜同时输出信号。1 为全反镜, 2 为半反半透分光镜, 3, 5 为 $\lambda/4$ 片, 4, 6 为偏振片。A, B 之间为增益放电区, 通过通电线圈产生纵向磁场。以八字形环路的大三角为准, 正旋逆时针光(模 2)在增益区为右旋, 传播至 F 处时经过了三次反射变为左旋, 在 E 处为右旋; 正旋顺时针光(模 4)在

增益区为左旋, 传播至 F 处时经过了两次反射仍为左旋, 在 E 处为右旋; 负旋逆时针光(模 1)在增益区为左旋, 传播至 E 处时经过了两次反射仍为左旋, 在 F 处为右旋; 负旋顺时针光(模 3)在增益区为右旋, 传播至 E 处时经过了 3 次反射变为左旋, 在 F 处为右旋。利用 $\lambda/4$ 片和偏振片, 只让左旋光信号经过变换后通过, 这样就可分别得到两个单陀螺的光信号。然后经过光电二极管前置放大, 得到正旋陀螺信号 Δf_{24} 及其

光强 I_+ 和负旋陀螺信号 Δf_{31} 及其光强 I_- , 测试电路利用 I_+ , I_- 光强信号进行稳频控制 PZT, 利用 Δf_{24} , Δf_{31} 进行计数, 同时根据纵模频率间隔来输出塞曼效应所需线圈电流, 这样就构成了正负旋四频差动激光陀螺的实验平台。

根据图 2 的物理模型, $\left(\frac{R_{1+}}{R_{1-}}\right)^2, \left(\frac{R_{2-}}{R_{2+}}\right)^2, \left(\frac{R_{3+}}{R_{3-}}\right)^2, \left(\frac{R_{4-}}{R_{4+}}\right)^2$ 可分别表示模 1, 2, 3, 4 的椭圆度。激光陀螺实际工作时, 各模式椭圆度近似相等, 则可用单一参数 η 表示各模式椭圆度。实验所用稳频和计数技术与左右旋四频陀螺相似, 而线圈电流控制则需精细调节, 因为用左右旋四频陀螺的理论公式(椭圆度 η 为 0)进行数值计算可知, 正负旋四频陀螺工作点附近的零漂值对产生塞曼效应的纵向磁场有很高的敏感性, 如图 4(a)。磁场为 0.0185T 时(正负旋增益曲线分裂为一个纵模

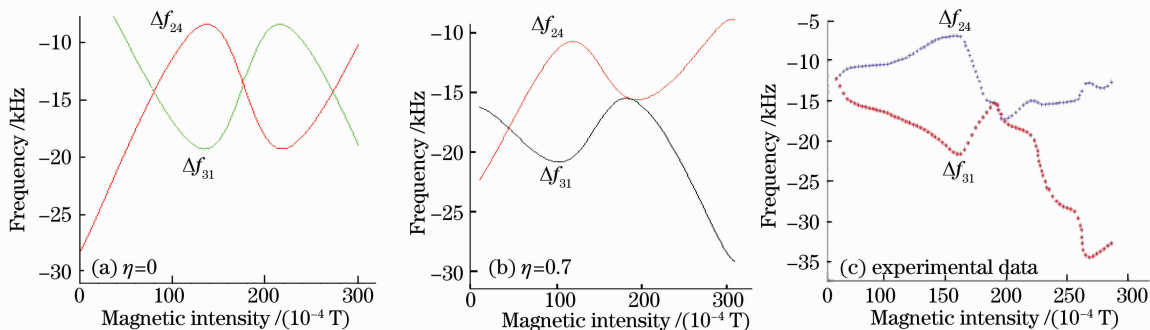


图 4 实验曲线和 $\eta=0, 0.7$ 时的数值计算曲线

Fig. 4 Experimental curves and numerical calculation curves at $\eta=0, \eta=0.7$

图 4 中数值计算所用陀螺参量为: 波长 632.8 nm, 增损比 1.03, 气压 420 Pa, 腔长 46 cm, 对模间偏频量 3 MHz。其中实验曲线和数值计算曲线中 Δf_{24} 和 Δf_{31} 均减去了 3 MHz 偏频量, 这并不影响物理本质; 改变磁场线圈电流时, 稳频控制需要捕捉最佳稳频点, 故实验中记录的是一系列离散数据点。图 5 给出了 $\eta=0.3, 0.45, 0.6, 0.75, 0.9, 0.95$ 时的数值计算曲线, 可看出陀螺工作点附近, 随 η 增大 Δf_{24} 和 Δf_{31} 曲线由上下交错渐渐上下分开, $\eta=0.6\sim 0.9$ 范围内 Δf_{24} 和 Δf_{31} 相差较小, 陀螺零偏对磁场变化敏感性降低。实验平台的 η 取值正好处于这一范围, 这是由激光器结构、反射片镀膜工艺、空间旋光量等各向异性效应共同决定, 并非偶然。这给我们启示: 通过陀螺参量的选择来控制本征模椭圆度的取值, 可以降低正负旋四频陀螺零偏对塞曼效应磁场变化的敏感性。这是保证正负旋四频陀螺高精度的关键技术之一。同时, 数值计算和实验结果

间隔)为陀螺工作点, 此处 Δf_{24} 和 Δf_{31} 相反方向变化且斜率最大, 0.0001 T 磁场变化将引致最终输出零偏 ($\Delta f_{24}\sim\Delta f_{31}$) 约数十千赫兹的变化。而多次实验发现, 陀螺工作点附近零偏值对磁场并不敏感, 而是在 0 附近基本不变(即两个单陀螺的拍频数值相等), 如图 4(c) 实验曲线中, 陀螺工作点 Δf_{24} 和 Δf_{31} 几乎重合, 且在工作点附近约 0.003T 均有此现象。经反复深入研究, 发现是数值计算的出发点椭圆度为 0 与实际不符所致。

根据我们搭建的正负旋四频陀螺实验平台的具体参量^[8], 由自再现矩阵计算可知 η 在 0.68~0.73 之间。以本文推导的椭圆偏振模式下的自洽方程组(11)进行计算, 令 $\eta=0.7$, 则得到了与实验比较相似的结果, 如图 4(b) 所示。

的对比也初步验证了本文理论公式推导的有效性。

此外, 如前言中所述, 对于用塞曼效应进行偏频的左右旋四频陀螺^[15], 各模式在增益曲线上的相对位置如图 6 所示。

由于左旋(或右旋)对模间偏频量由塞曼分裂导致的色散效应微小差值产生, 故较大的塞曼分裂才能得到所需的偏频量。由图 6 知, 左旋(或右旋)对模分属不同正负旋增益曲线, 较大的塞曼分裂将导致对模的光强严重不等, 并且对模间光强差随工作点变化剧烈, 从而影响零漂量, 这在四频陀螺工作原理上是不允许的。同时, 为了避免多纵模出现, 保证陀螺正常工作时各模式的净增益大于零, 要求磁场不能过大(一般不超过 0.01T), 而对模间偏频量是正比于磁场强度的, 这样就限制了偏频量。上面两点是用塞曼效应进行偏频陀螺的严重缺陷。

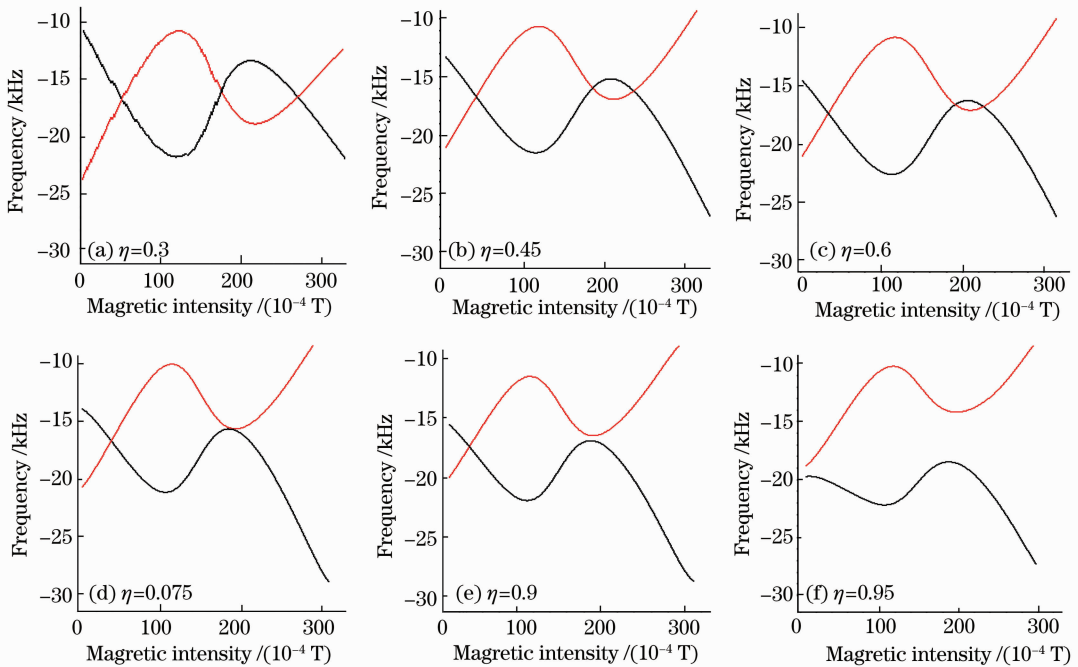


图 5 $\eta=0.3, 0.45, 0.6, 0.75, 0.9, 0.95$ 时的数值计算曲线

Fig. 5 Numerical calculation curves at $\eta=0.3, 0.45, 0.6, 0.75, 0.9, 0.95$

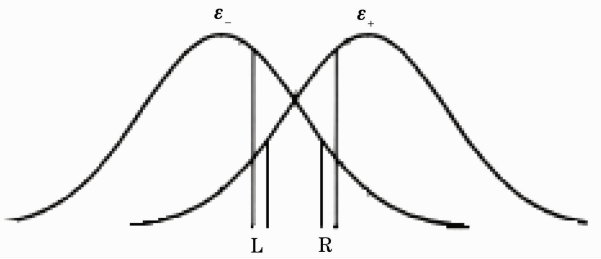


图 6 左右旋塞曼四频陀螺中激光模式在增益曲线上的相对位置

Fig. 6 Relative position of laser modes on the gain curve in left-right circularly polarized Zeeman gyro

对于正负旋四频陀螺,由图 2 知,陀螺正常工作时,正旋(或负旋)对模均属同一增益曲线,且关于增益峰值对称。取典型陀螺参量,将本文求出的兰姆系数带入方程组(11),令 $\dot{I} = 0$ 求出稳定解可知 $I_1 \approx I_2 \approx I_3 \approx I_4$, 则对模间光强差很小。同时,塞曼效应只是分别为正、负旋对模提供增益,对模间偏频量由空间环路旋光效应产生,则偏频量不受磁场大小限制。由此就避免了塞曼效应进行偏频的缺陷。另外,现有左右旋四频陀螺中左旋(或右旋)对模受介质的色散效应不等,由此带来陀螺零漂对稳频位置的敏感性,色散平衡技术即是为解决此问题而出现的^[23]。而对于正负旋四频陀螺,其对模工作在增益峰值的对称位置,和二频机械抖动陀螺相同,求解方程组(11)可知,各模式受介质的色散效应($\dot{\varphi}_i - \Omega_i$)几乎相等即色散平衡,这样就避免了色散效应

不等带来的缺点。

6 结 论

正负旋四频差动激光陀螺是一种椭圆偏振本征模式工作的陀螺,其性能的分析需要椭圆偏振模式下的自洽方程组。本文从兰姆半经典自洽场理论出发,结合密度矩阵运动方程,采用三阶微扰处理方法,推导了椭圆模式下的兰姆系数,建立了正负旋四频差动激光陀螺矢量自洽方程组,并进行了初步实验验证。本文的结果同样适用于左右旋四频差动陀螺的严格理论分析。

参 考 文 献

- Yuan Jie, Huang Yun, Han Shengjie *et al.*. The null shift of the differential laser gyro caused by the asymmetry of the left and right gyro's SFC[J]. *Laser Journal*, 2002, **23**(3): 22~24
袁杰, 黄云, 韩生节等. 四频差动激光陀螺由于稳频精度局限等引入的零漂[J]. *激光杂志*, 2002, **23**(3): 22~24
- Wu Guoyong, Gu Qitai. Temperature's effect on four frequency RLG bias[J]. *Optical Technique*, 2002, **28**(3): 198~200
吴国勇, 顾启泰. 温度对四频激光陀螺零偏的影响[J]. *光学技术*, 2002, **28**(3): 198~200
- Chen Linfeng, Han Zonghu, Chen Yong *et al.*. Study on characteristic of ring laser gyroscope sensitive to magnetic fields [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2006, **35**(7): 974~976
陈林峰, 韩宗虎, 陈勇等. 激光陀螺磁灵敏度特性研究[J]. *光子学报*, 2006, **35**(7): 974~976
- Jin Shilong, Long Xingwu, Li Xiaohong *et al.*. Research on new type control mirror of light path and optical path length for ring laser gyroscope[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(4): 562~566
金世龙, 龙兴武, 李晓红等. 激光陀螺新型光路长控制镜的研

- 制[J]. 光学学报, 2006, **26**(4): 562~566
- 5 Xu Guangming, Zhang Bin, Jiang Anguo *et al.*. Laser frequency stabilization for differential ring lasers [J]. *J. Optoelectronics Laser*, 2000, **11**(1): 49~50
许光明, 张 斌, 蒋安国等. 四频差动激光陀螺中的激光稳频[J]. 光电子激光, 2000, **11**(1): 49~50
- 6 Yang Jianqiang, Liao Dan. Preliminary study of dithering frequency stabilization for four frequency differential laser gyro [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(8): 2256~2260
杨建强, 廖 丹. 四频差动激光陀螺小抖动稳频初步研究[J]. 光学学报, 2009, **29**(8): 2256~2260
- 7 Wang Zhiguo, Long Xingwu, Wang Fei *et al.*. Choice of operating point for the four-mode differential laser gyros [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(2): 301~304
汪之国, 龙兴武, 王 飞等. 四频差动激光陀螺工作点的选择[J]. 光学学报, 2008, **28**(2): 301~304
- 8 Yang Zaifu, Yuan Xiaodong, Zhang Bin *et al.*. The S-P anisotropy effects in differential laser gyros [J]. *Acta Optica Sinica*, 1998, **18**(9): 1255~1260
杨在富, 袁晓东, 张 斌等. 四频差动激光陀螺中的 S-P 各向异性效应[J]. 光学学报, 1998, **18**(9): 1255~1260
- 9 Sun Gang, Jin Shilong. Analysis of Jones matrix of birefringent crystal [J]. *J. Appl. Opt.*, 2005, **26**(4): 17~21
孙 刚, 金世龙. 双折射晶体琼斯矩阵分析[J]. 应用光学, 2005, **26**(4): 17~21
- 10 Yang Zaifu, Yuan Xiaodong, Zhang Bin *et al.*. The loss difference in out-of-plane cavity laser gyros [J]. *Laser Technology*, 1999, **23**(3): 138~141
杨在富, 袁晓东, 张 斌等. 异面腔激光陀螺中差分损耗的探讨[J]. 激光技术, 1999, **23**(3): 138~141
- 11 M. R. Dickinson, T. A. King. Polarization frequency splitting in non-planar ring laser resonators [J]. *J. Modern Optics*, 1987, **34**(8): 1045~1055
- 12 H. R. Bilger, G. E. Stedman, P. V. Wells. Geometrical dependence of polarisation in near-planar ring lasers [J]. *Opt. Commun.*, 1990, **80**(2): 133~137
- 13 W. W. Chow, T. J. Hutching, Virgil E. Sanders *et al.*. Multi-oscillator laser gyro [J]. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1980, **16**(9): 918~935
- 14 D. A. Andrews, T. A. King. A multi-oscillator ring laser with Zeeman bias [J]. *J. Mod. Opt.*, 1994, **41**(10): 2019~2032
- 15 Xu Chibing. The study of mechanism of positive and negative circularly polarized Zeeman laser gyro [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 1984. 14~16
徐驰兵. 正负旋塞曼陀螺原理探讨[D]. 长沙: 国防科技大学, 1984. 14~16
- 16 Yang Jianqiang. Derivation of the Lamb coefficients in four frequency ring laser [J]. *Laser Technology*, 2008, **32**(4): 383~386
杨建强. 四频环形激光器兰姆系数的推导[J]. 激光技术, 2008, **32**(4): 383~386
- 17 Gao Bolong. Several optical properties of quartz (1) [J]. *J. National University of Defence Technology*, 1982, **4**(1): 59~71
高伯龙. 水晶片的几个光学性能(1) [J]. 国防科技大学学报, 1982, **4**(1): 59~71
- 18 Gao Bolong. The locking phenomenon of the second kind in differential laser gyro [J]. *J. National University of Defence Technology*, 1982, **4**(1): 37~57
高伯龙. 四频差动陀螺中的第二类闭锁效应[J]. 国防科技大学学报, 1982, **4**(1): 37~57
- 19 W. E. Lamb, Jr. Theory of an optical maser [J]. *Phys. Rev.*, 1964, **134**(6A): A1429~A1450
- 20 Leonel N. Menegozzi, W. E. Lamb, JR. Theory of a ring laser [J]. *Phys. Rev. A*, 1973, **8**(4): 2103~2125
- 21 David R. Hanson, Murray Sargent III. Theory of a Zeeman ring laser: general formalism [J]. *Phys. Rev.*, 1974, **9**(1): 466~480
- 22 W. W. Chow, Jarel B. Hambenne, David R. Hanson *et al.*. Theory of a Zeeman ring laser-part II: special cases [J]. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1979, **15**(11): 1301~1308
- 23 Tae W. Hahn, Daniel A. Tazartes, John G. Mark. Active Magnetic Field Tuning for Dispersion Equalization of a Multi-Oscillator [P]. US Patent, 5374990, 1994