

文章编号: 0253-2239(2010)03-0782-05

# 微环谐振腔集成波导光延时线研究

韩秀友 宋红妍 张佳宁 吴彭生 滕 婕 王凌华 赵明山

(大连理工大学 物理与光电工程学院 光子技术研究中心, 辽宁 大连 116024)

**摘要** 从波导微环谐振腔的光场传输函数出发,推导出其延时响应函数,分析了微环波导损耗对其延时响应特性的影响,发现应用于光学相控阵天线系统的微环谐振腔光延时线必须工作于过耦合状态,即耦合系数 $\kappa$ 与微环波导损耗因子 $\gamma$ 应满足关系式 $\kappa > (1 - \gamma)$ 。以延时抖动品质因子 $\epsilon$ 为判据,建立了微环谐振腔光延时线的优化设计方法,获得了目标延时为0.6 ns,延时带宽为2 GHz,延时抖动品质因子小于 $1 \times 10^{-3} \text{ ns}^2$ 的四环级联波导微环谐振腔光延时线的优化结构参数。

**关键词** 集成光波导;光延时线;微环谐振腔;耦合系数;损耗因子

中图分类号 TN265 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS20103003.0782

## Study on the Integrated Waveguide Optical Delay Line Based on Microring Resonators

Han Xiuyou Song Hongyan Zhang Jianing Wu Pengsheng Teng Jie  
Wang Linghua Zhao Mingshan

(Photonics Research Center, School of Physics & Optoelectronic Engineering, Dalian University of Technology, Dalian, Liaoning 116024, China)

**Abstract** The delay time response function of the waveguide microring resonator is deduced from its optical-field transmission function. The influence of microring waveguide loss on the delay time characteristics is analyzed and the result shows that the microring resonator-based optical delay line applied in the optically controlled phased array antenna system should be at over-coupled condition, which means that the coupling coefficient  $\kappa$  and the microring waveguide loss factor  $\gamma$  should satisfy the relation of  $\kappa > (1 - \gamma)$ . According to the criterion of delay time ripple quality factor  $\epsilon$ , the method of optimized design of the microring resonator-based optical delay line is established, and the optimized structural parameters of cascaded four microring resonators for target delay time of 0.6 ns, bandwidth of 2 GHz, and delay time ripple quality factor less than  $1 \times 10^{-3} \text{ ns}^2$  are obtained.

**Key words** integrated optical waveguide; optical delay line; microring resonator; coupling coefficient; loss factor

## 1 引 言

光延时线应用于相控阵天线系统中,可克服传统基于电相移器的相控阵雷达所固有的孔径效应和渡越时间的限制<sup>[1~5]</sup>,在大范围扫描角下实现大的瞬时带宽,同时在提高雷达分辨率、识别能力、解决多目标成像、抗电磁干扰、简化结构和减小体积等方面具有巨大的优势。集成波导光延时线采用先进的

光刻技术,其延时分辨率可以达到皮秒量级,这一精度有望满足越来越高的雷达工作频率要求<sup>[6~8]</sup>,同时利用光子集成技术可将激光光源、调制器、光延时线和光电探测器等集成到同一芯片上,可进一步减小光延时系统的体积,降低功耗,提高系统性能,其优势在空间光有效载荷系统中更为突出<sup>[9]</sup>。集成波导光延时线通常以改变物理长度为机制,采用不同

收稿日期: 2009-04-13; 收到修改稿日期: 2009-05-12

基金项目: 国家自然科学基金(60807015,60577014)、教育部高校博士点新教师基金(200801411037)、大连理工大学青年教师培养基金(893210)和大连理工大学引进人才启动基金(893322)资助课题。

作者简介: 韩秀友(1977—),男,博士,副教授,主要从事集成光电子器件、微波光子学和聚合物光子学领域等方面的研究。E-mail: xiuyouhan@gmail.com

波导结构,如拱形、螺旋形和往返式多层叠加形等<sup>[6]</sup>,对微波调制光载波实现一定的延时。基于这种物理长度延时的集成波导光延时线,其分辨率由延时线结构中分立的最短波导长度决定,通过光开关切换实现总延时量的调整。为了实现高的延时分辨率,需要尽量减小延时线最短波导的长度,然而这对器件制备以及实现大的可变延时总量带来不利影响,如光开关数量的增加,从而进一步增加模块复杂性、增大插入损耗和功耗等。因此通常基于物理长度延时的集成波导光延时线很难同时满足高延时分辨率和大延时范围的要求。波导微环谐振腔利用其对光波的谐振效应,可使光波在环形腔内往返多次传输从而对光波产生一定的延时<sup>[10]</sup>,通过合理设计微环谐振腔结构和级联一定数目的微环谐振腔可以达到对延时量的良好控制,有望在基于集成波导光延时线的光控波束形成技术领域发挥重大的作用。

近年来,诸多研究机构对波导微环谐振腔的延时特性进行了大量研究<sup>[11~14]</sup>,并在实验上获得了延时功能,然而波导微环谐振腔的结构参数对其延时特性影响的研究并不十分完善,尤其是波导损耗(实际制备的波导微环谐振腔器件均存在)对应用于光学相控阵天线系统中的波导微环谐振腔光延线性质的影响尚未见到报道。从波导微环谐振腔的光场传输函数出发,在考虑波导损耗的条件下推导出其延时响应函数,分析了波导损耗对其延时响应特性的影响,以延时抖动品质因子为优化判据,建立了波导微环谐振腔光延时线的优化设计方法,并优化得出四级级联光延时线的结构参数,研究结果为基于微环谐振腔结构集成波导光延时线的设计与制备提供了良好的参考。

## 2 波导微环谐振腔的延时响应特性

波导微环谐振腔结构如图 1 所示, $\kappa$  为环形波导与直波导构成耦合器的交叉强度耦合系数, $\gamma$  为环形谐振腔波导的强度损耗因子(无损耗时  $\gamma = 1$ , 有损耗时  $\gamma < 1$ )。光波绕环一周所经历的相移为  $\omega T_s + \varphi$ , 其中  $\omega = 2\pi f$  为角频率,  $f = c/\lambda$ ,  $\lambda$  为光波波长,  $c$  为真空中的光速,  $T_s = nL/c$  为光波绕环一周所需的时间,  $n$  为波导的有效折射率,  $L$  为波导微环的周长,  $\varphi$  为光波经过波导微环的附加相移(可以利用波导的热光效应或电光效应获得)。

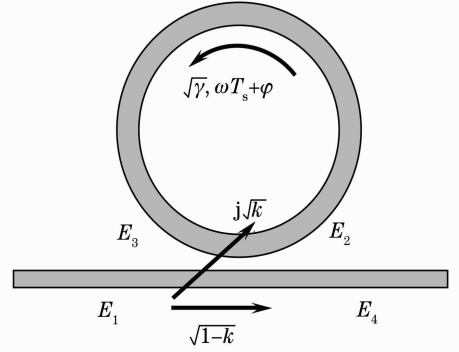


图 1 波导微环谐振腔结构示意图

Fig. 1 Structure of the waveguide microring resonator

根据传输矩阵法<sup>[15]</sup>,在考虑波导损耗的条件下,光场  $E_1, E_2, E_3$  和  $E_4$  满足下面的关系:

$$\begin{bmatrix} E_2 \\ E_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j\sqrt{\kappa} & \sqrt{1-\kappa} \\ \sqrt{1-\kappa} & j\sqrt{\kappa} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} E_1 \\ E_3 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$E_3 = \sqrt{\gamma} \exp[-j(\omega T_s + \varphi)] E_2. \quad (2)$$

由(1),(2)式推导出波导微环谐振腔的光场传输函数为

$$H(\omega) = \frac{E_4}{E_1} = \frac{\sqrt{1-\kappa} - \sqrt{\gamma} \exp[-j(\omega T_s + \varphi)]}{1 - \sqrt{1-\kappa} \sqrt{\gamma} \exp[-j(\omega T_s + \varphi)]}, \quad (3)$$

进而推导出其相位响应函数为

$$\Phi(\omega) = \arctan \left\{ \frac{\text{Im}[H(\omega)]}{\text{Re}[H(\omega)]} \right\} = \arctan \left[ \frac{\kappa \sqrt{\gamma} \sin(\omega T_s + \varphi)}{\sqrt{1-\kappa}(1+\gamma) - (2-\kappa) \sqrt{\gamma} \cos(\omega T_s + \varphi)} \right], \quad (4)$$

则波导微环谐振腔的延时响应函数为

$$\tau(\omega) = -\frac{d\Phi(\omega)}{d\omega} = \frac{T_s}{2} \frac{1 - \gamma(1-\kappa)}{1 + \gamma(1-\kappa) - 2\sqrt{1-\kappa}\sqrt{\gamma}\cos(\omega T_s + \varphi)} + \frac{T_s}{2} \frac{\gamma - (1-\kappa)}{(1-\kappa) + \gamma - 2\sqrt{1-\kappa}\sqrt{\gamma}\cos(\omega T_s + \varphi)}. \quad (5)$$

不考虑波导微环谐振腔的附加相移  $\varphi$ , 对于谐振频率光波有  $\omega T_s = 2m\pi, m = 0, 1, 2, 3, \dots$ , 则(5)式简化为

$$\tau(\omega) \Big|_{\omega T_s = 2m\pi} = \frac{T_s}{2} \left[ \frac{1 - \gamma(1 - \kappa)}{(1 - \sqrt{1 - \kappa} \sqrt{\gamma})^2} + \frac{\gamma - (1 - \kappa)}{(\sqrt{\gamma} - \sqrt{1 - \kappa})^2} \right] = \frac{T_s}{2} \left[ \frac{1 + \sqrt{\gamma} \sqrt{1 - \kappa}}{1 - \sqrt{1 - \kappa} \sqrt{\gamma}} + \frac{(\sqrt{\gamma} - \sqrt{1 - \kappa})(\sqrt{\gamma} + \sqrt{1 - \kappa})}{(\sqrt{\gamma} - \sqrt{1 - \kappa})^2} \right]. \quad (6)$$

当  $\kappa > (1 - \gamma)$  时, 有

$$\tau(\omega) \Big|_{\omega T_s = 2m\pi} = \frac{T_s}{2} \left[ \frac{1 + \sqrt{\gamma} \sqrt{1 - \kappa}}{1 - \sqrt{1 - \kappa} \sqrt{\gamma}} + \frac{\sqrt{\gamma} + \sqrt{1 - \kappa}}{\sqrt{\gamma} - \sqrt{1 - \kappa}} \right] > 0, \quad (7)$$

当  $\kappa < (1 - \gamma)$  时, 有

$$\tau(\omega) \Big|_{\omega T_s = 2m\pi} = \frac{T_s}{2} \left[ \frac{1 + \sqrt{\gamma} \sqrt{1 - \kappa}}{1 - \sqrt{1 - \kappa} \sqrt{\gamma}} - \frac{\sqrt{\gamma} + \sqrt{1 - \kappa}}{\sqrt{1 - \kappa} - \sqrt{\gamma}} \right] = \frac{T_s}{2} \left[ \frac{-2\kappa\sqrt{\gamma}}{(1 - \sqrt{1 - \kappa} \sqrt{\gamma})(\sqrt{1 - \kappa} - \sqrt{\gamma})} \right] < 0. \quad (8)$$

由(7)和(8)式可以看出,对于谐振频率的光波,当  $\kappa > (1 - \gamma)$  时,即过耦合状态下<sup>[16,17]</sup>,波导微环谐振腔对其产生的延时量为正;当  $\kappa < (1 - \gamma)$  时,即欠耦合状态下,波导微环谐振腔对其产生的延时量为负。

图2给出了波导微环谐振腔的周损耗因子分别为  $\gamma = 1$  和  $\gamma = 0.95$  的情况下,谐振频率光波的归一化延时量随耦合系数变化的关系曲线。从图2可以看出,当波导微环谐振腔无损耗,即  $\gamma = 1$  时,随着耦合系数的变化,归一化的延时量始终为正;当波导微环谐振腔存在损耗,即  $\gamma < 1$  时,耦合系数取值不同,延时量呈现出不同的值[ $\kappa > (1 - \gamma)$  时为正,  $\kappa < (1 - \gamma)$  时为负]。因此,当波导微环谐振腔存在损耗时,周损耗因子  $\gamma$  与耦合系数  $\kappa$  的取值将会影响到波导微环谐振腔的延时响应特性。然而,光学相控阵天线系统中的光延时线单元,其延时量必须为正值。因此波导微环谐振腔必须工作在过耦合状态,即器件参数必须满足  $\kappa > (1 - \gamma)$ ,这一点在波导微环谐振腔光延时线的设计和制备中是必须要考虑的。

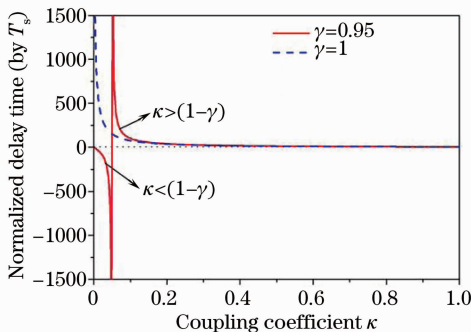


图2 谐振频率光波延时量随耦合系数变化的关系曲线

Fig. 2 Normalized delay time of resonant frequency lightwave versus coupling coefficient

### 3 波导微环谐振腔光延时线的优化设计

#### 3.1 光延时线的特征参量

应用于光学相控阵天线系统的光延时线功能是对射频调制光载波产生一定的延时,然后馈送到天线阵元,通过光电探测器解调出射频信号,射频微波经天线阵元发射出去;在用于天线信号的接收时,功能亦是如此,只是射频调制光载波在光延时线中的传播方向恰好相反。因此只要合理设计出满足一定射频带宽范围的光延时线单元,均可用于光学相控阵天线系统以提供一定的延时补偿。

通常光延时线单元的特征参量包括目标延时  $T_D$ ,延时带宽  $B$  和延时抖动  $\Delta\tau$ ,图3给出了各特征参量的示意图。目标延时  $T_D$  是指光学相控阵天线系统要求延时线单元提供的射频调制光载波在其中传播时产生的延时量大小;延时带宽  $B$  是指光学相控阵天线系统工作的射频带宽;延时抖动  $\Delta\tau$  是指在延时带宽范围内延时量偏离目标延时的大小。采用级联的波导微环谐振腔,通过优化设计各个波导微环谐振腔的结构参数,可以实现一定延时带宽  $B$  和延

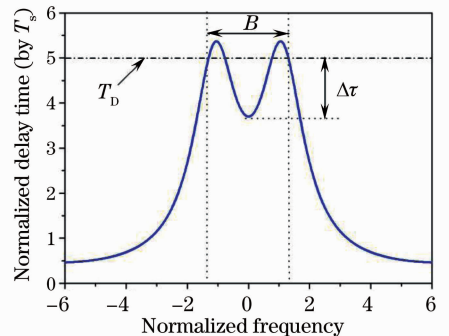


图3 光延时线特征参量示意图

Fig. 3 Characteristic parameters of optical delay line

时抖动  $\Delta\tau$  范围内的目标延时  $T_D$ 。

### 3.2 光延时线的优化判据

由  $N$  个波导微环谐振腔级联构成的光延时线

单元,其总的延时量为

$$\tau_{\text{total}}(f) = \sum_{l=1}^N \tau_l(f), \quad (9)$$

其中

$$\tau_l(f) = \frac{T_s}{2} \frac{1 - \gamma(1 - \kappa_l)}{1 + \gamma(1 - \kappa_l) - 2\sqrt{1 - \kappa_l}\sqrt{\gamma}\cos(2\pi fT_s + \varphi_l)} + \frac{T_s}{2} \frac{\gamma - (1 - \kappa_l)}{(1 - \kappa_l) + \gamma - 2\sqrt{1 - \kappa_l}\sqrt{\gamma}\cos(2\pi fT_s + \varphi_l)}. \quad (10)$$

在这里假设每个微环谐振腔的周长及周损耗因子均相同,这在实际波导器件设计和制备过程中是可以实现的。

如上所述,延时抖动  $\Delta\tau$  是指在延时带宽范围内延时量偏离目标延时的大小,由图3可以看出延时抖动  $\Delta\tau$  可能为正值,也可能为负值,因此在进行光延时线设计时,不方便以  $\Delta\tau$  直接作为优化设计的判据。定义延时抖动品质因子  $\epsilon$ ,来表征  $N$  个级联波导微环谐振腔所产生的延时量与目标延时的差别

$$\epsilon = \int_{f_{\min}}^{f_{\max}} [\tau_{\text{total}}(f) - T_D]^2 df, \quad (11)$$

其中  $f_{\min}$  和  $f_{\max}$  表示延时带宽  $B$  的起始频率和终止频率。将品质因子  $\epsilon$  作为优化设计的判据,由(11)式可以看出,为了获得最优化的波导微环谐振腔参数,应当使  $\epsilon$  具有足够小的值。

### 3.3 光延时线的优化设计方法

采用 Matlab 优化工具箱中的 `fmincon` 函数<sup>[18]</sup>来求解(11)式,以获得最小品质因子  $\epsilon$  下波导微环谐振腔的结构参数。`fmincon` 函数通常表示为

$$\min f(\mathbf{x}),$$

$$\text{subject to } \mathbf{l} \leq \mathbf{x} \leq \mathbf{u}, g(\mathbf{x}) \leq 0, h(\mathbf{x}) = 0. \quad (12)$$

其中  $\mathbf{l}$  和  $\mathbf{u}$  分别表示矢量变量  $\mathbf{x}$  取值的下限和上限,  $f(\mathbf{x})$ ,  $g(\mathbf{x})$  和  $h(\mathbf{x})$  是关于矢量变量  $\mathbf{x}$  的非线性函数。

对于优化设计问题,非线性函数  $f(\mathbf{x})$  即为(11)式,矢量变量  $\mathbf{x}$  应为各个微环谐振腔的耦合系数  $\kappa_l$  和附加相移  $\varphi_l$ ,根据上述关于波导微环谐振腔延时特性的分析,存在损耗的情况下,为了实现一定的正延时量,耦合系数  $\kappa_l$  应当满足以下关系式:

$$(1 - \gamma) < \kappa_l < 1, \quad (13)$$

同时考虑到波导微环谐振腔的周期性滤波特性,附加相移  $\varphi_l$  应满足如下关系式:

$$-\pi < \varphi_l < \pi. \quad (14)$$

根据(9)~(12)式进行编程,在确定微环谐振腔

个数  $N$  的条件下,利用 `fmincon` 函数进行求解,在求解过程中耦合系数  $\kappa_l$  和附加相移  $\varphi_l$  应注意满足(13)和(14)式,进而获得最小的延时抖动品质因子  $\epsilon$  下各个微环谐振腔的耦合系数  $\kappa_l$  和附加相移  $\varphi_l$ 。图4给出了采用延时抖动品质因子  $\epsilon_c$  作为优化判据, `fmincon` 函数作为优化算法的微环谐振腔光延时线优化设计的流程框图。

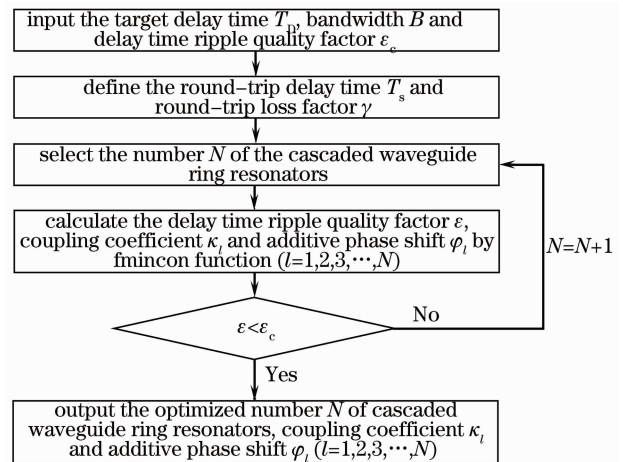


图4 微环谐振腔结构光延时线优化设计流程图

Fig. 4 Flow chart of optimized design of the microring resonator-based optical delay line

以目标延时  $T_D=0.6$  ns,延时带宽  $B=2$  GHz,延时抖动品质因子判据  $\epsilon_c=1 \times 10^{-3}$  ns<sup>2</sup> 为光延时线设计目标,选取波导微环谐振腔的周时延  $T_s=0.08$  ns,周损耗因子  $\gamma=0.95$ ,微环谐振腔的谐振光波频率  $f=193.55$  THz(1550 nm)。按照图4所示的设计流程进行优化设计,得到所需级联的波导微环谐振腔个数为  $N=4$ ,每个微环谐振腔的参数如表1所示,此时的延时抖动品质因子  $\epsilon=0.85 \times 10^{-4}$  ns<sup>2</sup>,满足设计目标要求。图5给出了优化的四环级联波导微环谐振腔光延时线的延时响应曲线,其中插图描绘了2 GHz带宽范围内的延时分布,可以看出延时抖动  $\Delta\tau$  范围为  $-0.001 \sim$

0.001 ns。给出了达到设计目标所需的各个波导微环谐振腔的结构参数,对于实际应用的光延时线,可以利用波导的热光效应或电光效应对制备出波导微

环谐振腔的耦合系数和附加相移进行适当的调节,以达到优化的结构参数。

表 1 四环级联波导微环谐振腔光延时线的优化结构参数

Table 1 Optimized structural parameters of cascaded four waveguide microring resonators-based optical delay line

$T_D$ / ns	$B$ / GHz	$\epsilon_c$ / ns <sup>2</sup>	$\kappa_1$	$\varphi_1$ / rad	$\kappa_2$	$\varphi_2$ / rad	$\kappa_3$	$\varphi_3$ / rad	$\kappa_4$	$\varphi_4$ / rad
0.6	2	$1 \times 10^{-3}$	0.6620	0.6968	0.7536	-0.7771	0.7679	0.1077	0.8253	-0.5303

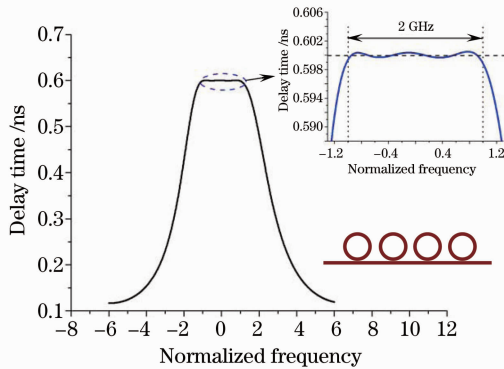


图 5 四环级联波导微环谐振腔光延时线的延时响应曲线

Fig. 5 Delay time response curve of cascaded four microring resonators-based optical delay line

## 4 结 论

对基于微环谐振腔结构的集成波导光延时线特性进行了分析,在考虑微环波导损耗的条件下推导出微环谐振腔的延时响应函数,分析了损耗因子对延时性能的影响,发现微环谐振腔光延时线用于光学相控阵天线系统时,其耦合系数  $\kappa$  和损耗因子  $\gamma$  应满足关系式  $\kappa > (1 - \gamma)$ 。建立了微环谐振腔结构集成波导光延时线的优化设计方法,并据此获得了四环级联波导微环谐振腔光延时线的优化结构参数,以满足目标延时为 0.6 ns,延时带宽为 2 GHz,延时抖动品质因子小于  $1 \times 10^{-3}$  ns<sup>2</sup> 的要求。

## 参 考 文 献

- Zan Shi, James J. Fosheeb, Jianyi Yang *et al.*. Photonics for time delay in communication systems[C]. *SPIE*, 2001, **48**(4): 34~41
- He Zishu, Jin Lin, Han Yunjie *et al.*. Development and implementation techniques of optically controlled phased array radar[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2005, **33**(12): 2191~2195  
何子述, 金 林, 韩蕴洁 等. 光控相控阵雷达发展动态和实现中的关键技术[J]. *电子学报*, 2005, **33**(12): 2191~2195
- Li Dongwen, Jia Chunyan, Ye Lihua *et al.*. True-time-delay technologies of optical controlled phased array antenna[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2006, **43**(3): 37~42  
李冬文, 贾春燕, 叶莉华 等. 光控相控阵雷达中的真延时技术[J]. *激光与光电子学进展*, 2006, **43**(3): 37~42
- Ying Yang, Yi Dong, Dawei Liu *et al.*. A 7 bit photonic true-time-delay system based on an  $8 \times 8$  MOEMS optical switch[J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2009, **7**(2): 118~120

- José Capmany, Dalma Novak. Microwave photonics combines two worlds[J]. *Nature Photonics*, 2007, **1**(6): 319~330
- Lu Rongguo, Liu Yongzhi, Liao Jinkun *et al.*. Recent progress in polymeric waveguide delay-line development [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2006, **43**(2): 9~12  
陆荣国, 刘永智, 廖进昆 等. 有机聚合物光波导延迟线研制的新进展[J]. *激光与光电子学进展*, 2006, **43**(2): 9~12
- M. A. Piqueras, G. Grosskopf, B. Vidal *et al.*. Optically beamformed beam-switched adaptive antennas for fixed and mobile broad-band wireless access networks [J]. *Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on*, 2006, **54**(2): 887~899
- Brie Howley, Xiaolong Wang, Maggie Chen *et al.*. Reconfigurable delay time polymer planar lightwave circuit for an X-band phased-array antenna demonstration[J]. *J. Lightwave Technol.*, 2007, **25**(3): 883~890
- S. Tang, R. T. Chen, J. Foshee. Waveguides take to the Sky: Polymeric waveguide circuits for airborne photonic phased array antennas[J]. *IEEE Circuits and Devices*, 2000, **16**(1): 10~16
- G. Lenz, B. J. Eggleton, C. K. Madsen *et al.*. Optical delay lines based on optical filters[J]. *IEEE J. Quant. Electron.*, 2001, **37**(4): 525~532
- Mahmoud S. Rasras, Christi K. Madsen, Mark A. Cappuzzo *et al.*. Integrated resonance-enhanced variable optical delay lines [J]. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 2005, **17**(4): 834~836
- Joyce K. S. Poon, Lin Zhu, Guy A. DeRose *et al.*. Polymer microring coupled-resonator optical waveguides [J]. *J. Lightwave Technol.*, 2006, **24**(4): 1843~1849
- L. Zhuang, C. G. H. Roeloffzen, R. G. Heideman *et al.*. Single-chip ring resonator-based  $1 \times 8$  optical beam forming network in CMOS-compatible waveguide technology[J]. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 2007, **19**(15): 1130~1132
- Tian He, Zhang Yundong, Wang Nan *et al.*. Control of group velocity in an annular chain of microring coupled-resonator optical waveguides [J]. *Chinese Science Bulletin*, 2007, **52** (22): 3047~3050
- A. Yariv. Universal relations for coupling of optical power between microresonators and dielectric waveguides[J]. *Electron. Lett.*, 2000, **36**(4): 321~322
- Amnon Yariv. Critical coupling and its control in optical waveguide-ring resonator systems[J]. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 2002, **14**(4): 483~485
- Wu Xiaowei, Xiao Yunfeng, Yang Yong *et al.*. Fiber taper coupled high-quality-factor planar microdisk [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2007, **5**(11): 668~670
- Chen Jie. Matlab Bible [M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2007. 169~172  
陈 杰, Matlab 宝典 [M]. 北京: 电子工业出版社, 2007. 169~172