

文章编号: 0253-2239(2010)03-0753-05

# 螺旋型波带片成像特性研究

易 涛<sup>1</sup> 董建军<sup>1</sup> 朱效立<sup>2</sup> 杨国洪<sup>1</sup> 刘慎业<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> 中国工程物理研究院激光聚变研究中心, 四川 绵阳 621900; <sup>2</sup> 中国科学院微电子研究所, 北京 100029)

**摘要** 研究了螺旋型波带片的成像特性。螺旋型波带片是一种新型成像元件,能够实现光学希尔伯特变换,获取边缘增强图像。采用快速傅里叶变换算法对螺旋型波带片的成像进行了数值模拟,分析了其成像特性并实验进行验证。通常螺旋型波带片作为空间滤波器要求物距满足夫琅禾费(Fraunhofer)衍射条件,理论计算表明在某些菲涅耳(Fresnel)衍射区域内螺旋型波带片仍可获得良好的成像效果,因此螺旋型波带片的实际视场比根据夫琅禾费衍射条件限定的视场要大。实验结果与数值模拟的吻合很好。因此利用快速傅里叶变换算法对螺旋型波带片成像质量模拟可以有效评估成像质量,对螺旋波带片显微镜的设计有重要的指导意义。

**关键词** 傅里叶光学;螺旋型波带片;希尔伯特变换;边缘增强;空间滤波

**中图分类号** O436 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20103003.0753

## Study on the Imaging Performance of Spiral Zone Plate

Yi Tao<sup>1</sup> Dong Jianjun<sup>1</sup> Zhu Xiaoli<sup>2</sup> Yang Guohong<sup>1</sup> Liu Shenye<sup>1</sup>

(<sup>1</sup> Laser Fusion Research Center, Chinese Academy of Engineering Physics, Mianyang, Sichuan 621900, China)  
<sup>2</sup> Institute of Microelectron, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100029, China)

**Abstract** The imaging performance of spiral zone plates is studied. Spiral zone plate is a new imaging optic device which can implement optical Hilbert transform and produce the edge-enhanced imaging of an object, is presented. The performance of spiral zone plates is numerically analyzed using fast Fourier transform and the working condition of spiral zone plates is studied by the numerical calculation. It is generally considered that the distance between the object and the optics should meet the Fraunhofer diffraction using the spiral zone plate as the spatial filter. The numerical analysis shows that the spiral zone plate still works well in some Fresnel diffraction region. It means that the actual field of view is larger than that restricted by the Fraunhofer diffraction. The experimental results show good agreements with theoretical simulation. The method of fast Fourier transform can effectively evaluate the imaging performance of spiral zone plates and provide an important guide to the design of the spiral zone plate microscope.

**Key words** Fourier optics; spiral zone plates; Hilbert transform; edge enhancement; spatial filtering

## 1 引 言

希尔伯特变换是信息科学中应用非常广泛的一种方法,可以实现图像的边缘增强和边界检测,突出物体的轮廓特征。希尔伯特变换可以通过光学变换方式实现。由于传统数字图像处理的方法是对已经获取图像的后期处理<sup>[1~3]</sup>,其效果受到前期获取的成像图像质量的影响。通过光学希尔伯特变换可以直接获得目标物体的边缘增强图像<sup>[4,5]</sup>,获取的图像信息更加真实可靠。光学上可以通过相位掩模板

实现希尔伯特变换,一维希尔伯特相位板由相位值相差  $\pi$  的两个面组成,这种掩模板的缺点是只能在单一方向上实现希尔伯特变换。J. A. Davis 等<sup>[4]</sup>提出的利用螺旋相位板实现径向希尔伯特变换,解决了一维相位掩模板只能实现单一方向边缘检测的局限,实现了对任意方向的边缘检测。利用螺旋相位板实现希尔伯特变换需要  $4f$  系统,螺旋相位板放置在  $4f$  系统的频谱面上,在输出面上得到边缘增强的图像。理想的螺旋相位板应能够在沿圆周方向上

收稿日期: 2009-05-19; 收到修改稿日期: 2009-06-24

基金项目: 国家 863 计划(2008AA804118)和国家自然科学基金(10727504)资助课题。

作者简介: 易 涛(1980—),男,博士,助理研究员,主要从事等离子体诊断方面的研究。E-mail: ylexington@sina.com

产生连续的相位延迟,而实际制作的螺旋相位板是通过离散的相位延迟来近似连续的相位延迟<sup>[6]</sup>,具体做法是将相位板划分成若干扇形区域,每个扇形区域镀上不同光学厚度的膜层来产生特定的相位延迟值,膜层厚度需要精确控制。实现光学径向希尔伯特变换的另一种方法是使用螺旋型波带片<sup>[5]</sup>,其特点是将成像和希尔伯特变换功能结合为一体,实现了单一光学元件完成希尔伯特变换成像的功能而不必借助  $4f$  系统。螺旋型波带片通过改变波带片的环带空间位置来实现对入射光束相位延迟,那么获得连续的相位延迟只需要实现环带空间位置的连续变化即可,这在制作工艺上比较容易实现,因此螺旋型波带片制作更为简单,并且适用范围可以扩展到 X 射线波段。螺旋型波带片可以实现径向希尔伯特变换,能够测量目标源的强度或相位梯度变化,提高成像的对比度,为实现相衬显微镜提供了新手段。

对螺旋型波带片的成像特性进行了研究,采用快速傅里叶变换算法对螺旋型波带片的成像进行了数值模拟。计算了不同尺度物体的成像效果,讨论了衍射条件对成像质量的影响并进行了实验验证。

## 2 数值模拟

螺旋型波带片的数学表达式为径向希尔伯特相位函数和相位式波带片函数的乘积<sup>[5]</sup>

$$P_{sz}(r, \theta) = \exp\left(jl\theta - \frac{j\pi r^2}{\lambda f}\right), \quad (1)$$

式中  $l$  为拓扑荷数,代表径向希尔伯特变换的阶数。 $\lambda$  为波长,  $f$  为波带片的焦距。螺旋型波带片成像示意图如图 1 所示,其成像经历两个衍射过程:首先是目标物体向螺旋型波带片所在平面的衍射,然后经过螺旋型波带片滤波后向像面衍射。计算成像需要经过两次菲涅耳衍射积分。从物面到波带片所在面的衍射表示为

$$U(x, y) = \frac{\exp(jkp)}{j\lambda p} \iint U_0(\xi, \eta) \exp\left\{j \frac{k}{2p} [(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2]\right\} d\xi d\eta, \quad (2)$$

式中  $U_0(\xi, \eta)$  为物体,  $U(x, y)$  为衍射场,  $p$  为物距,在图 1 中标注出了不同面上的参考坐标。经过螺旋型波带片滤波后向成像面的衍射为

$$U'(x', y') = \frac{\exp(jkq)}{j\lambda q} \iint P_{sz}(r, \theta) U(x, y) \exp\left\{j \frac{k}{2q} [(x' - x)^2 + (y' - y)^2]\right\} dx dy, \quad (3)$$

式中  $U'(x', y')$  为像平面上的衍射场。

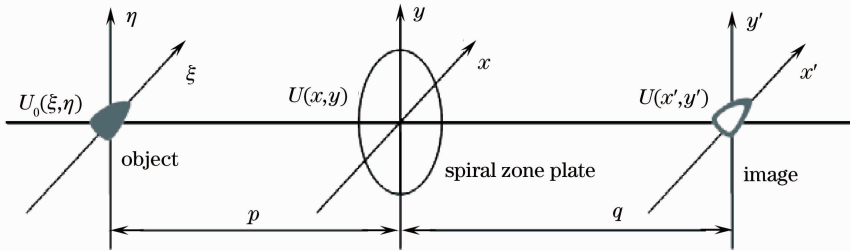


图 1 螺旋型波带片成像示意图

Fig. 1 Scheme of spiral zone plate imaging

利用快速傅里叶变换来计算螺旋型波带片成像,需要将(2)式和(3)式转换成离散傅里叶变换的形式。根据离散傅里叶变换与菲涅耳衍射积分的关系<sup>[7~9]</sup>, (2)式的离散形式为

$$U(m_x \Delta x, m_y \Delta y) = \frac{\exp(jkp)}{j\lambda p} \exp\left[\frac{j\pi}{\lambda p} (m_x^2 \Delta x^2 + m_y^2 \Delta y^2)\right] \times \mathcal{F}_F \left\{ U_0(m_\xi \Delta \xi, m_\eta \Delta \eta) \exp\left[\frac{j\pi}{\lambda p} (m_\xi^2 \Delta \xi^2 + m_\eta^2 \Delta \eta^2)\right] \right\} \quad (4)$$

式中  $\Delta \xi$  和  $\Delta \eta$  是物平面上的采样间隔,  $\Delta x$  和  $\Delta y$  是螺旋型波带片所在平面上的采样间隔。 $m_\xi$  和  $m_\eta$  是整数,取值范围为  $-M/2 \leq m_\xi \leq M/2$ ,  $-M/2 \leq m_\eta \leq M/2$ ,  $M$  为采样点数目。 $\mathcal{F}_F$  表示离散快速傅里叶变换。

对于(3)式,首先考虑螺旋型波带片的离散化,其离散化形式可以表示为

$$P_{sz}(m_x \Delta x, m_y \Delta y) = \exp\left[jlA(m_x \Delta x + m_y \Delta y) - \frac{j\pi(m_x^2 \Delta x^2 + m_y^2 \Delta y^2)}{\lambda f}\right], \quad (5)$$

式中  $A(x)$  函数表示取复数的幅角值。(1)式表示的是正弦相位式螺旋波带片,由于实际制作的是二值化相位或振幅型波带片,因此(5)式需要进行二值化处理,二值化的振幅式螺旋型波带片表示为

$$P_{SZA}(m_x \Delta x, m_y \Delta y) = \begin{cases} 1 & A[P_{SZ}(m_x \Delta x, m_y \Delta y)] > 0 \\ 0 & A[P_{SZ}(m_x \Delta x, m_y \Delta y)] > 0 \end{cases} \quad (6)$$

相位式螺旋型波带片可以表示为

$$P_{SZP}(m_x \Delta x, m_y \Delta y) = \exp[j\pi(P_{SZA} - 1)], \quad (7)$$

(3)式离散形式可以表示为

$$U(m'_x \Delta x', m'_y \Delta y') = \frac{\exp(jkq)}{j\lambda q} \exp\left[\frac{j\pi}{\lambda q}(m'^2_x \Delta x'^2 + m'^2_y \Delta y'^2)\right] \times \mathcal{F}_F \left\{ P_{SZ}(m_x \Delta x, m_y \Delta y) U(m_x \Delta x, m_y \Delta y) \exp\left[\frac{j\pi}{\lambda q}(m^2_x \Delta x^2 + m^2_y \Delta y^2)\right] \right\}, \quad (8)$$

式中  $P_{SZ}$  为相位式或振幅式螺旋型波带片的表达式。快速傅里叶变换需要满足采样条件  $N\Delta\xi\Delta x = \lambda p$  和  $N\Delta x\Delta x' = \lambda q$ , 物像距离满足高斯公式  $1/p + 1/q = 1/f$ 。

上述理论是建立在菲涅耳衍射积分的基础上,因此只要实验条件满足菲涅耳衍射积分的应用条件,上述模拟计算都能够准确模拟成像。不失一般性,选取可见光波段进行模拟计算,以便于进行相应的实验验证。根据以上公式分别计算振幅式和相位式的螺旋型波带片的成像效果。数值计算使用参数为:螺旋型波带片焦距  $f=100$  mm,直径为  $D=3.5$  mm,物体距离  $p=120$  mm,波长  $\lambda=0.6$   $\mu\text{m}$ ,拓扑荷数  $l=1$ ,采样点数  $M=1024$ 。在成像物体的选择上,使用圆孔进行模拟是最简单的,相关文献报道的实验也是针对圆孔成像<sup>[5]</sup>。但是由于螺旋型波带片在激光照射下可产生拉盖尔-高斯模式的光束<sup>[10~12]</sup>,该光束具有空心结构,与圆孔的边缘增强成像的效果非常类似。另外在理论计算及实验中可以看到,螺旋型波带片还可以产生螺旋波结构的背景噪声,这些螺旋波也具有类似环形的结构。为了避免混淆,在模拟成像物体上选择采用半圆形孔进行模拟,半圆孔具有特征形状,容易与其他信号区分开来,有利于对成像质量进行判断。利用 Matlab 代码实现一次模拟成像计算耗时 3~5 s,计算速度比直接积分的方法提高很多。振幅式螺旋型波带片模拟的结果如图 2 所示,模拟成像的半圆孔直径分别为 200, 300, 600, 800 和 2000  $\mu\text{m}$ ,成像结果如图 2(a)~图 2(e)所示,平面波入射时产生的光场如图 2(f)所示。相应的相位式螺旋型波带片模拟的结果如图 3(a)~图 3(f)所示。

模拟计算的结果表明相位式和振幅式的螺旋型波带片都能产生边缘增强的效果。随着成像物体的

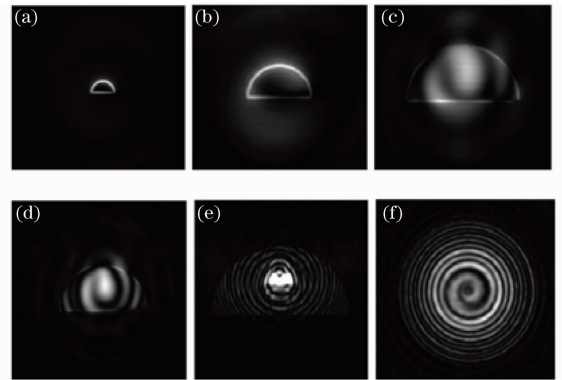


图 2 振幅式螺旋型波带片成像模拟结果  
Fig. 2 Numerical simulation result of amplitude spiral zone plate imaging

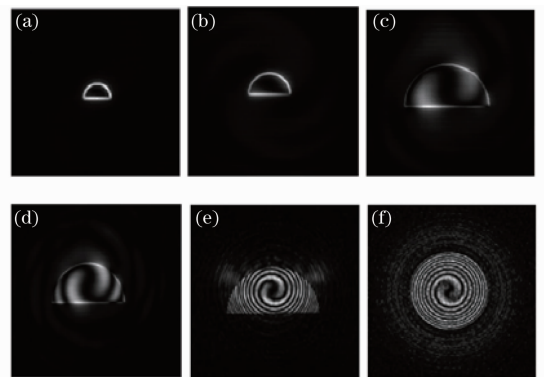


图 3 相位式螺旋型波带片成像模拟结果  
Fig. 3 Numerical simulation result of phase spiral zone plate imaging

尺度不断增大其成像效果逐渐变差,其变化趋势是像面上开始出现愈来愈强的螺旋波结构背景光,边缘增强效应慢慢消失。从直径 2000  $\mu\text{m}$  半圆环的模拟成像结果可以发现,像面上得到的场波接近于平面波入射时产生的螺旋波。

作为单一元件完成希尔伯特变换,螺旋型波带片发挥着空间频谱滤波和成像的双重作用,因此在

使用螺旋型波带片的时候要求同时满足成像条件和滤波条件<sup>[5]</sup>。成像条件要求物像距和焦距满足透镜成像公式;滤波条件则要求物距满足夫琅禾费衍射条件,这样保证螺旋波带片位于物体的傅里叶频谱面上。但数值计算表明这个要求并不是必要条件,根据夫琅禾费衍射条件要求  $z \gg \pi R_{\max}^2/\lambda$ ,当物体尺寸为  $300 \mu\text{m}$  的时候 ( $R_{\max} = 150 \mu\text{m}$ ),需要满足  $z \gg 117 \text{ mm}$ ;而从模拟计算结果可以看到在物距为  $120 \text{ mm}$  处也能获得边缘增强的效果,很明显这个区域属于菲涅耳衍射区域。这表明螺旋型波带片在某些菲涅耳衍射区域内也可以起到希尔伯特变换的作用。在特定物距下可观测物体的最大尺度决定了视场角度的大小<sup>[5]</sup>,这意味着螺旋型波带片的实际视场比原来根据夫琅禾费衍射限定的视场要大。以上面的计算结果为例,根据夫琅禾费衍射条件要求  $z \gg \pi R_{\max}^2/\lambda$ ,以  $z = 10\pi R_{\max}^2/\lambda$  计算,物距  $p = 120 \text{ mm}$  的情况下物体最大尺寸不能超过  $86 \mu\text{m}$  ( $R_{\max} < 43 \mu\text{m}$ ),因此视场角被限制为  $0.04^\circ$  左右。根据模拟计算物体的最大尺寸可以达到  $300 \mu\text{m}$ ,实际视场角可达到  $0.14^\circ$ 。

### 3 实验与讨论

由于在可见光波段的振幅式波带片容易制作,设计了振幅式螺旋型波带片进行验证实验。设计的振幅式螺旋型波带片参数如下:拓扑荷数  $l = 1$ ,焦距  $f = 100 \text{ mm}$ ,工作波长  $\lambda = 0.6 \mu\text{m}$ ,总环数 700 环,最外环约  $3 \mu\text{m}$ ,其显微镜形貌图如图 4 所示。

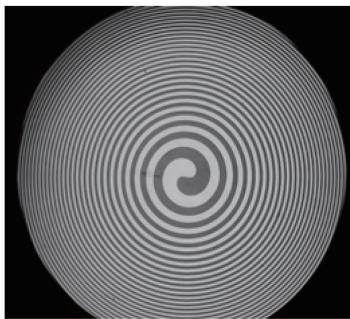


图 4 螺旋型波带片的显微镜图

Fig. 4 Map of spiral zone plate under a microscope

成像物体利用激光打孔机在金属片上加工而成,其显微镜形貌图如图 5 所示。选取直径分别为  $200 \mu\text{m}$  和  $800 \mu\text{m}$  的半圆孔进行验证测试,如图 5(a),图 5(b)所示同时为了验证数值模拟结论同样适用于其他形状的图形,另外制作了  $300 \mu\text{m} \times 300 \mu\text{m}$  的矩形孔做验证实验,如图 5(c)所示。实验使用的光源为 He-Ne 激光,光束平行入射照亮物

体然后经螺旋型波带片成像,在电荷耦合元件上记录成像结果。图 6(a)~图 6(c)是对应的实验测量结果,同时测量了平面波入射情况下螺旋型波带片产生的衍射场,如图 6(d)所示的螺旋波。

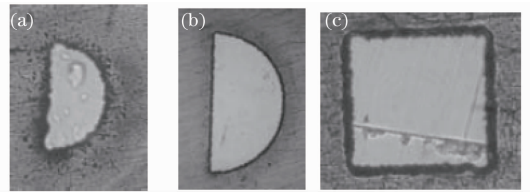


图 5 成像物体的显微镜形貌

Fig. 5 Morphological image of objects under microscope

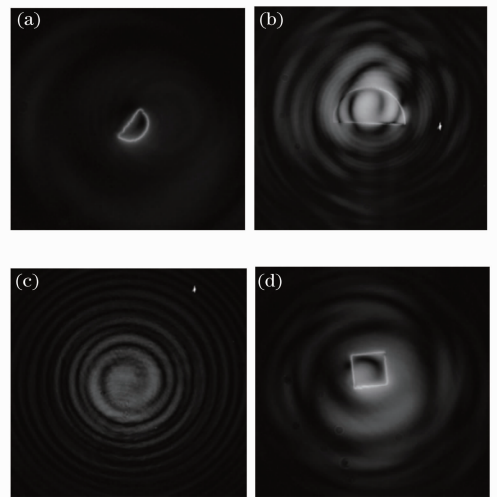


图 6 振幅型螺旋型波带片成像实验

Fig. 6 Experimental results of amplitude spiral zone plate imaging

可见模拟计算与实验吻合得非常好,直径  $200 \mu\text{m}$  半圆孔可获得非常清晰的边缘增强图像,而在直径  $800 \mu\text{m}$  半圆孔的成像面上出现了很强的螺旋状背景光,与平面波入射时产生的螺旋波具有类似结构。 $300 \mu\text{m} \times 300 \mu\text{m}$  矩形孔的实验结果支持了理论预测,即在一定范围的菲涅耳衍射区域内螺旋型波带片仍然可以产生希尔伯特变换的作用。物距为  $120 \text{ mm}$  时, $300 \mu\text{m} \times 300 \mu\text{m}$  矩形孔处在螺旋型波带片有效的视场范围内,边缘增强效果非常显著。这正如模拟计算所预测的,在物距  $120 \text{ mm}$  的情况下螺旋型波带片的实际视场角度可达到  $0.14^\circ$ 。

从实验结果和模拟计算可见,螺旋型波带片产生边缘增强效果并不要求物距严格满足夫琅禾费衍射条件,在一定的菲涅耳衍射区域内也能发挥作用。那么在实际应用中如何合理地满足螺旋型波带片的滤波条件,即确定螺旋型波带片能够正常工作的衍射区域范围,是一个需要解决的重要问题。由于菲

涅耳衍射区域和夫琅禾费衍射区域之间没有明确的区分界限,且菲涅耳衍射积分公式很难获取解析解,因此难以对螺旋型波带片工作区域的范围进行量化界定。在这种情况下,通过对实验条件进行模拟计算来判断是非常有效可行的方法,可以作为螺旋型波带片显微镜设计的重要依据。

## 4 结 论

利用快速傅里叶变换算法模拟了螺旋型波带片的成像,分析了其成像特性。数值计算表明夫琅禾费衍射条件不是螺旋型波带片进行希尔伯特变换的必要条件,在某些菲涅耳区域内螺旋型波带片也能够发挥作用,因此螺旋型波带片的实际视场要大于夫琅禾费衍射条件所限定的视场范围。实验测量的结果与数值模拟非常吻合。由于菲涅耳衍射公式很难获取解析解,因此通过数值计算对螺旋型波带片的成像质量进行评估是有效可行的方法。模拟计算利用快速算法极大地提高了计算效率,可以作为螺旋型波带片设计和分析的有力工具。

## 参 考 文 献

- 1 Wang Haihong, Zeng Ni, Lu Wei *et al.*. Edge detection of laser imaging radar based on wavelet transform and mathematical morphology[J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(6): 903~906  
王海虹,曾妮,陆威等. 基于小波变换和数学形态学的激光成像雷达图像边缘检测[J]. *中国激光*, 2008, **35**(6): 903~906
- 2 Wang Gang, Xiao Liang, He Anzhi. Algorithm research of adaptive fuzzy image in ridgelet transform domain [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(7): 1183~1190  
王 刚,肖 亮,贺安之. 脊小波变换域模糊自适应图像增强算法

- [J]. *光学学报*, 2007, **27**(7): 1183~1190
- 3 Wu Haibin, Yu Xiaoyang, Guan Congrong. Structured light encoding stripe edge detection based on grey curve intersecting point[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(6): 1085~1190  
吴海滨,于晓洋,关丛荣. 基于灰度曲线交点的结构光编码条纹边缘检测[J]. *光学学报*, 2008, **28**(6): 1085~1190
- 4 J. A. Davis, D. E. McNamara, D. M. Cottrell *et al.*. Imaging processing with the radial Hilbert transformation; theory and experiments[J]. *Opt. Lett.*, 2000, **25**(2): 99~101
- 5 A. Sakdinawat, Y. Liu *et al.*. Soft-x-ray microscopy using spiral zone plates[J]. *Opt. Lett.*, 2007, **32**(18): 2635~2637
- 6 Chen Jun, Kuang Dengfeng *et al.*. Generation of optical vortex using a spiral phase plate fabricated in quartz by direct laser writing and inductively coupled plasma etching[J]. *Chin. Phys. Lett.*, 2009, **26**(1): 014202
- 7 J. Garcia, D. Mas, R. G. Dorsch *et al.*. Fractional-fourier-transform calculation through the fast-fourier-transform algorithm[J]. *Appl. Opt.*, 1996, **35**(35): 7013~7018
- 8 Li Junchang. Diffraction of Laser and Calculation on Thermal Acting[M]. 1<sup>st</sup> Edition Beijing: Science Press, 2002. Chapter 4  
李俊昌. 激光的衍射及热作用的计算[M]. 第一版 北京: 科学出版社, 2002. 第4章
- 9 J. W. Goodman. Introduction to Fourier Optics [M]. 3<sup>rd</sup> Edition, Beijing: Publishing house of Electronics Industry, 2006. Chapter 4  
J. W. Goodman. 傅里叶光学导论[M] 第三版 北京: 电子工业出版社, 2006. 第4章
- 10 Han Yujing. Optical Vortices: Generation Methods, Diffractive Properties and Applications [D]. Jinan: Shangdong Normal University. 2006, Chapter 6  
韩玉晶. 光学漩涡场的产生方法、衍射特性及其应用的研究[D]. 济南: 山东师范大学, 2006. 第6章
- 11 Qiu Jianping, Liu Nanchun, Xia Yong *et al.*. Generation of hollow laser beams and their applications in modern optics[J]. *Progress in Physics*, 2004, **24**(3): 336~380  
印建平. 空心光束的产生及其在现代光学中的应用[J]. *物理学进展*, 2004, **24**(3): 336~380
- 12 N. R. Heckenberg, R. McDuff, C. P. Smith *et al.*. Generation of optical phase singularities by computer-generated holograms [J]. *Opt. Lett.*, 1992, **17**(3): 221~223