

文章编号: 0253-2239(2010)03-0733-06

# 基于二维连续小波变换的 ESPI 条纹图相位提取方法

李 凯<sup>1</sup> 张大治<sup>2</sup> 王晶晶<sup>2</sup> 张东升<sup>1</sup> 张青川<sup>3</sup>

(<sup>1</sup> 上海大学力学系, 上海 200444; <sup>2</sup> 北京长城计量测试研究所, 北京 100095  
<sup>3</sup> 中国科学技术大学中国科学院材料力学行为和 Design 重点实验室, 安徽 合肥 230027)

**摘要** 提出了一种基于二维连续小波变换的电子散斑干涉(ESPI)条纹图相位提取方法。通过检测二维小波脊确定条纹相位,并引入条纹频率作为向导,有效地避免了相位解调过程中的符号奇异性问题,从而使该算法既能处理开条纹图也能处理闭条纹图,且对散斑噪声具有较强的抑制能力。数值模拟和实验结果表明,该方法在抑制散斑噪声的同时能够有效地提取出条纹相位,对开条纹图和闭条纹图都能处理。

**关键词** 图像处理;相位提取;电子散斑干涉条纹图;小波变换;散斑噪声

**中图分类号** O439 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20103003.0733

## Phase Extraction of an ESPI Fringe Pattern by Using Two-Dimensional Continuous Wavelet Transform

Li Kai<sup>1</sup> Zhang Dazhi<sup>2</sup> Wang Jingjing<sup>2</sup> Zhang Dongsheng<sup>1</sup> Zhang Qingchuan<sup>3</sup>

(<sup>1</sup> Department of Mechanics, Shanghai University, Shanghai 200444, China  
<sup>2</sup> Beijing Changcheng Institute of Metrology & Measurement, Beijing 100095, China  
<sup>3</sup> Key Laboratory of Mechanical Behavior and Design of Material of Chinese Academy of Sciences, University of Science and Technology of China, Hefei, Anhui 230027, China)

**Abstract** A method for phase extraction of an electronic speckle pattern interferometry (ESPI) fringe pattern based on two-dimensional (2D) continuous wavelet transform is presented. The phase of the fringe pattern is retrieved by detecting the 2D-wavelet ridges. By using a scanning strategy guided by the fringe frequencies, the problem of sign ambiguity could be avoided. The algorithm can deal with open-fringe patterns as well as closed-fringe patterns and it has a strong ability of speckle noise immunity. Simulation and experimental results show that the phase of the ESPI fringe patterns (open-fringe patterns or closed-fringe patterns) can be extracted successfully.

**Key words** image processing; phase extraction; ESPI fringe patterns; wavelet transform; speckle noise

## 1 引 言

散斑干涉法是光测实验力学中的重要测量方法之一。它以激光散斑作为信息载体,可实现高灵敏度的非接触全场测量。根据实验光路和处理过程的不同,散斑干涉方法可分为电子散斑法<sup>[1]</sup>、剪切散斑法<sup>[2]</sup>、时间平均散斑法<sup>[3]</sup>等。无论哪种方法,最后都是以干涉条纹图的形式给出实验结果的,要获得待测物理量的信息就必须对条纹图进行处理,而其目

标就是提取出条纹图的相位场。

在条件允许的情况下,相移技术<sup>[4]</sup>和傅里叶变换方法<sup>[5]</sup>是提取散斑条纹图相位的首选方法。对于相移技术,至少需要三幅或三幅以上的相移散斑条纹图,且对相移器有较高的精度要求。傅里叶变换法虽然只需要一幅条纹图,但通常需要加载波,对于那些条纹密度变化较大或存在封闭条纹的条纹图该方法难以处理的。由于实验条件的限制,有些实

收稿日期: 2009-04-30; 收到修改稿日期: 2009-06-16

作者简介: 李 凯(1978—),男,讲师,主要从事光学测试技术方面的研究。E-mail: likai@shu.edu.cn

验(比如那些高速、动态过程的实验<sup>[6]</sup>)往往是无法使用相移法和傅里叶变换法的,因此,怎样从单幅条纹图中提取条纹相位就成为人们必须面对的问题。

单幅条纹图的相位提取,人们已经做了不少研究,比如正则化条纹处理法<sup>[7,8]</sup>和规则化相位跟踪法<sup>[9,10]</sup>等。其中规则化相位跟踪法是较为有效的一种方法,但它通常需要对条纹图进行正则化预处理。近年来,小波变换法成为人们研究的一个热点。基于一维连续小波变换的相位提取方法已被成功用于干涉条纹解调<sup>[11]</sup>和三维轮廓检测<sup>[12,13]</sup>等方面,而基于二维连续小波变换的载波条纹图相位解调技术也已有报道<sup>[14]</sup>。

本文提出一种基于二维连续小波变换的电子散斑干涉(ESPI)条纹图相位提取方法。由于引入了条纹频率作为向导,该方法有效地解决了封闭条纹图的相位提取困难,不但能处理单调相位分布的载波条纹图(开条纹图),同时也能处理非单调相位分布的封闭条纹图,并且该方法对散斑噪声具有更好的抑制能力。数值模拟和实验结果证实了这一方法的有效性。

## 2 基本原理

### 2.1 二维连续小波变换和相位提取

一幅条纹可描述为

$$I(x, y) = I_b(x, y) + I_a(x, y) \cos[\phi(x, y)], \quad (1)$$

式中  $I(x, y)$  表示光强,  $I_a(x, y)$ ,  $I_b(x, y)$  则分别代表背景光强和条纹对比度,  $\phi(x, y)$  为条纹相位。

对于小波  $\psi(x, y)$ , 条纹图  $I(x, y)$  的二维连续小波变换定义为<sup>[15]</sup>

$$W(b_1, b_2, a, \theta) = a^{-2} \iint_{-\infty}^{+\infty} I(x, y) \psi^* [a^{-1} \mathbf{r}_{-\theta}(x - b_1, y - b_2)] dx dy, \quad (2)$$

式中  $b_1, b_2$  是二维平移参数,指明小波在二维平面上的具体位置; $a > 0$  为尺度系数,控制了小波的展宽和频率; $\theta$  是旋转角度参数,指明小波的方向,它通过二维旋转矩阵  $\mathbf{r}_{-\theta}$  来实现角度选择,具体定义如下:

$$\mathbf{r}_{-\theta}(x, y) = (x \cos \theta + y \sin \theta, -x \sin \theta + y \cos \theta). \quad (3)$$

在条纹分析中,常用 Morlet 小波<sup>[16]</sup>,因为它不但具有很好的时频分辨率,而且还具备良好的方向选择性。此外, Morlet 小波的形状也与条纹形状相吻合。Morlet 小波定义如下:

$$\psi_M(x, y) = \exp[-m(x^2 + y^2) + j2\pi x], \quad (4)$$

式中  $m$  为是控制小波带宽的参数,取  $m = 2^{[17]}$ 。

对条纹图进行二维连续小波变换后,位置  $(b_1, b_2)$  处的条纹相位可通过检测小波变换系数  $W(b_1, b_2, a, \theta)$  的小波脊得到,二维小波脊  $(a_r, \theta_r)$  定义为

$$(a_r, \theta_r) = \arg \max_{(a, \theta)} |W(b_1, b_2, a, \theta)|. \quad (5)$$

(5)式表示  $(a_r, \theta_r)$  取使得  $|W(b_1, b_2, a, \theta)|$  最大的  $(a, \theta)$ 。得到  $(a_r, \theta_r)$  之后,  $b_1, b_2$  处的条纹相位为

$$\varphi(b_1, b_2) = \text{angle}[W(b_1, b_2, a_r, \theta_r)]. \quad (6)$$

式中  $\text{angle}[\cdot]$  为取幅角。可见,基于小波变换的条纹相位提取方法,最终归结为一个极值问题(5)式的求解:当求得某点  $(b_1, b_2)$  处的小波脊  $(a_r, \theta_r)$ , 只需将其带入(6)式即可得出条纹相位。此外,通过小波的尺度-频率关系,还可确定相应的条纹频率  $f$  为

$$f(b_1, b_2) = \frac{1}{a_r}. \quad (7)$$

### 2.2 频率向导的相位提取算法

直接通过检测小波脊来提取条纹相位,无论是一维的还是二维的,通常都只能对相位单调分布的条纹图(即开条纹图)进行处理,对于非单调相位分布的条纹图(即闭条纹图),由于相位解调的过程中存在符号奇异性<sup>[18]</sup>问题,该方法难以适用——这也是非单调条纹图的相位解调难点。提出一种基于频率向导的相位解调算法,该算法通过约束小波脊在空间的连续性,解调出连续分布的条纹相位,并通过先高频后低频的解调策略有效的避免了相位驻点在解调过程中可能引起的相位奇异性。具体算法步骤如下:

1) 将条纹图中可能出现的条纹频率范围划分为一系列连续的频率区间,并为每一个频率区间建立一个像素存储的先进先出队列,记为  $Q_i, i = 1, 2, \dots$ 。

2) 建立一个与条纹图同样大小的矩阵  $\mathbf{M}$ , 用来存储每个像素点上计算得到的小波脊  $(a_r, \theta_r)$ 。

3) 在条纹图中选一个性质较好的种子像素(该点的条纹对比度较高,散斑噪声较小),根据(5)、(6)和(7)式算出该点的小波脊、条纹相位和条纹频率。将该像素按其条纹频率所属的频率区间存储到相应的像素存储队列中。将该像素的小波脊存储到矩阵  $\mathbf{M}_r$  中与该像素对应的位置。

4) 找出对应最高频率区间的非空像素存储队列,取出存储于其中的第一个像素,在矩阵  $\mathbf{M}_r$  中取出其对应的小波脊,以此小波脊作为初始条件根据(5)、(6)和(7)式求解其周围 8 个像素的小波脊、条

纹相位和条纹频率。同样的,将这些像素点按其条纹频率的大小存储到相应的像素存储队列中,并将它们的小波脊存储到矩阵  $\mathbf{M}_r$  中的对应位置。

5) 返回第 4) 步,直到所有像素存储队列为空。

以上算法中,涉及两个关键的计算:一是步骤 3) 中求解种子像素的小波脊、条纹相位和条纹频率;二是步骤 4) 中以某点的小波脊作为初始条件求解其周围 8 个相邻点的小波脊、条纹相位和条纹频率。事实上,它们的关键都在于求解极值问题(5)式,用简单的穷尽算法来求解这个问题。其思想是将尺度系数  $a$  离散化:  $a_i, i=1, 2, \dots$ ; 将旋转参数  $\theta$  也离散化:  $\theta_j, j=1, 2, \dots$ , 在这些离散点  $(a_i, \theta_j)$  上计算  $|W(b_1, b_2, a, \theta)|$ , 并找出使其最大的离散点作为式的小波脊解  $(a_r, \theta_r)$ 。对于种子像素,直接使用上述穷尽算法求解即可。对于那些通过相邻点的小波脊  $(a_r, \theta_r)$  来求解自身的像素点,则只需在与  $(a_r, \theta_r)$  临近的离散点上计算  $|W(b_1, b_2, a, \theta)|$  来求解(5)式。无论那种情况,当小波脊求解出来后,通过(6)、(7)式即可求出条纹相位和条纹频率。

### 3 数值模拟和实验结果

#### 3.1 数值模拟结果

图 1(a) 模拟了一幅条纹密度变化较大的载波条纹图,大小为  $256 \text{ pixel} \times 256 \text{ pixel}$ , 相位分布为

$$\begin{aligned} \phi(x, y) = & \pi\{10x_1 + 3(1 - x_1)^2 \\ & \exp[-x_1^2 - (y_1 + 1)]^2/2 - 10(x_1/5 - x_1^3 - y_1^5) \\ & \exp(-x_1^2 - y_1^2) - \exp[-(x_1 + 1)^2 - y_1^2]/3\} \end{aligned} \quad (8)$$

式中  $x_1 = (x - 128)/50, y_1 = (y - 128)/50$ 。图 1(b)~(d) 显示了对图 1(a) 进行相位提取的序列图,它们给出了在频率扫描算法的引导下,使用二维连续小波变换进行相位解调的整个过程。由图 1(b) 可以看到,从所选取的种子像素(120, 80)开始,解调像素点向周围扩展。图 1(c)~(d) 则显示出解调过程中该算法如何有效的避开那些条纹频率较低的点——它们往往是引起相位解调失败的地方。图 1(e) 是解调出的包络相位图,经过简单的相位解包络算法<sup>[5]</sup>即可得出解包络相位,如图 1(f) 所示。为评价计算结果,定义相位解调的平均误差  $E_{\text{mean}}$  和最大误差  $E_{\text{max}}$  如下:

$$E_{\text{mean}} = \text{mean}(|\phi - \phi_T|), \quad (9)$$

$$E_{\text{max}} = \max(|\phi - \phi_T|), \quad (10)$$

式中  $\text{mean}(\cdot)$  表示对整幅图像取平均值,  $\max(\cdot)$  表示对整幅图像取最大值,  $\phi$  是计算得到的相位分布,  $\phi_T$  则是真实的相位分布。计算表明,图 1(f) 的相位解调结果平均误差为  $0.28 \text{ rad}$ , 最大误差为  $1.70 \text{ rad}$ , 可见此算法是有效的。

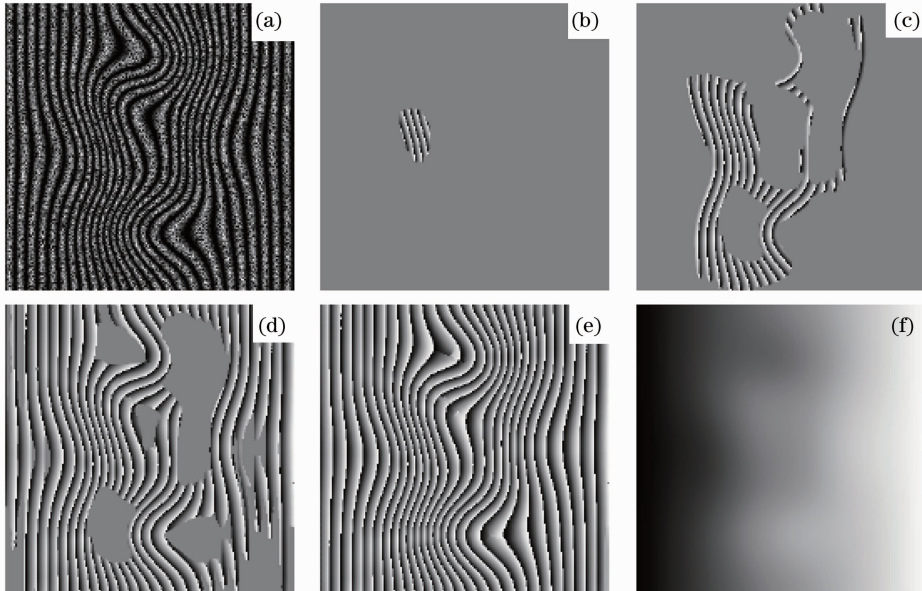


图 1 模拟散斑开条纹图的相位提取。(a) 模拟散斑条纹图; (b)~(d) 相位提取过程中的快照序列图; (e) 包络相位图; (f) 解包络相位图

Fig. 1 Extraction of a simulated open-fringe pattern. (a) a simulated fringe pattern;

(b)~(d) sequence snapshots of the phase extraction process; (e) wrapped phase map; (f) unwrapped phase map

图 1(a) 是一幅开条纹图——相位是单调分布的, 为验证算法对非单调条纹图的处理效果, 生成了一幅闭条纹图, 如图 2(a) 所示, 大小为  $256 \text{ pixel} \times 256 \text{ pixel}$ , 相位分布为

$$\phi(x, y) = 2\pi \left[ \frac{1}{(x_1^2 + y_1^2 + 0.08)} - \frac{1}{(x_2^2 + y_2^2 + 0.08)} \right], \quad (11)$$

式中  $x_1 = (x - 128)/256$ ,  $y_1 = (y - 50)/256$ ,  $x_2 = (x - 128)/256$ ,  $y_2 = (y - 200)/256$ 。图 2(b)~(d) 显示了从所选取的种子像素(128, 128)开始, 在频率

扫描算法的向导下, 相位解调过程是怎样一步一步进行相位提取的。可以看到, 扫描算法先将相位驻点周围的像素点解调之后才处理这些点, 有效地避免了封闭条纹图相位解调过程中的符号奇异性问题。图 2(e) 是得到的包络相位结果, 图 2(f) 是在图 2(e) 基础上相位解包络的结果。根据(9), (10) 式进行计算, 解调相位的平均误差和最大误差分别为  $0.28 \text{ rad}$  和  $3.26 \text{ rad}$ , 可见该算法能运用于对闭条纹图的相位解调。

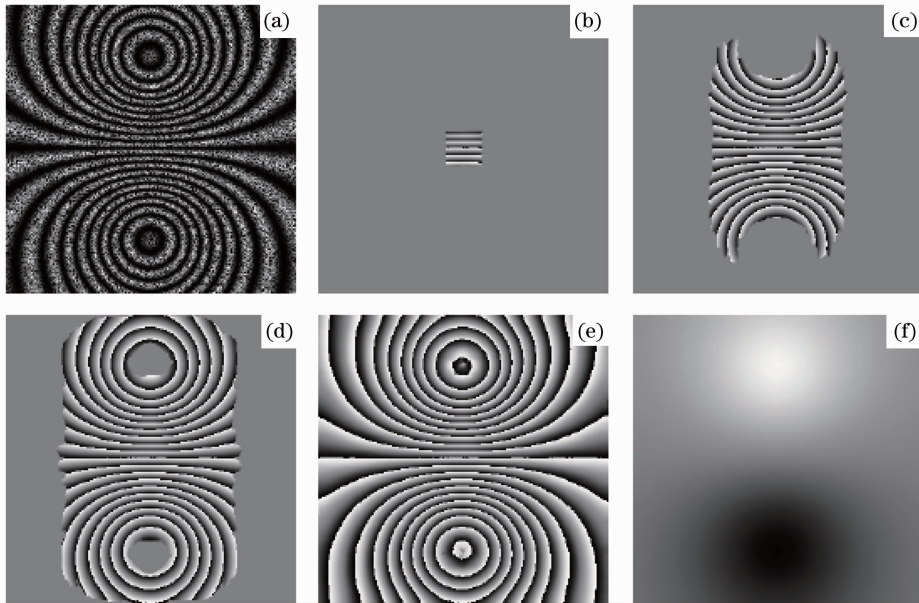


图 2 模拟散斑闭条纹图的相位提取。(a) 模拟散斑条纹图; (b)~(d) 相位提取过程中的快照序列图; (e) 包络相位图; (f) 解包络相位图

Fig. 2 Extraction of a simulated closed-fringe pattern 2. (a) a simulated fringe pattern; (b)~(d) sequence snapshots of the phase extraction process; (e) wrapped phase map; (f) unwrapped phase map

### 3.2 实验结果

为对提出的相位解调算法做进一步的验证, 对电子散斑干涉实验中得到的散斑条纹图进行了处理。图 3(a) 是一幅开条纹图, 图 4(a) 则是一幅闭条纹图, 它们大小均为  $256 \text{ pixel} \times 256 \text{ pixel}$ 。可以看出, 它们的散斑噪声比较严重, 图像中各点的条纹对比度和背景光强也不均匀。图 3(b)~(d) 和图 4(b)~(d) 显示了扫描算法对它们进行相位提取的中间快照, 给出了整个相位解调的过程。图 3(e) 和图 4(e) 是得到的包络相位结果, 图 3(f) 和图 4(f) 则显示了解包络后的相位分布。从图 3 可以看出: 条纹相位解调过程从位于条纹图左下角的种子像素(200, 30)开始, 逐渐向周围展开直至整幅条纹图被成功解调。图 4(a) 显示了一幅典型的圆环状闭条纹图, 从其条纹相位解调过程[图 4(b)~(e)]可见处于条纹图中部的相位驻点是在其周围像素点被成

功解调之后才被处理的, 这有效地避免了一般情况下对闭条纹图进行相位解调时出现的相位奇异性问题, 成功解调出了整幅条纹图。图 3(f) 和图 4(f) 分别给出了两幅实验散斑条纹图的解包络相位结果, 可以看出它们连续而光滑, 与原始条纹图吻合得很好, 证实了本文算法的有效性。与规则化相位跟踪法相比, 本文方法不涉及复杂的极值最优化过程, 实现起来简单快速, 且在条纹频率的向导下, 有效避免了相位奇异性问题, 对散斑噪声还有较好的抑制能力。

## 4 结 论

提出了通过检测二维连续小波变换的小波脊提取 ESPI 条纹图的条纹相位方法。在条纹相位的解调过程中引进条纹频率作为向导, 对那些会导致解调失败的临界点(相位驻点)进行了隔离处理,

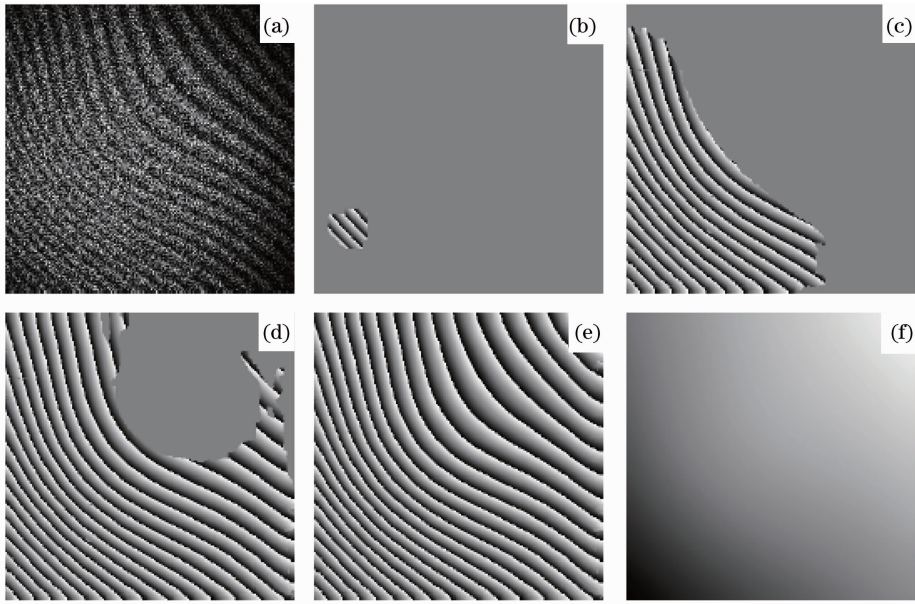


图 3 ESPI 实验散斑开条纹图的相位提取。(a)实验散斑条纹图；(b)~(d)相位提取过程中的快照序列图；(e)包络相位图；(f)解包络相位图

Fig. 3 Extraction of an experimental open-fringe pattern from ESPI. (a) a experimental fringe pattern; (b)~(d) sequence snapshots of the phase extraction process; (e) wrapped phase map; (f) unwrapped phase map

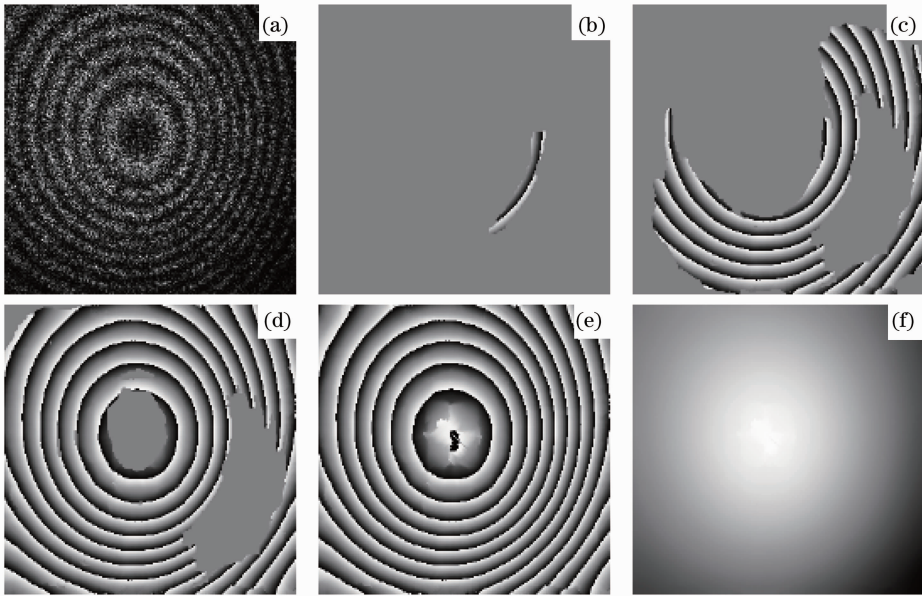


图 4 ESPI 实验散斑闭条纹图的相位提取。(a)实验散斑条纹图；(b)~(d)相位提取过程中的快照序列图；(e)包络相位图；(f)解包络相位图

Fig. 4 Extraction of an experimental closed-fringe pattern from ESPI. (a) a experimental fringe pattern; (b)~(d) sequence snapshots of the phase extraction process; (e) wrapped phase map; (f) unwrapped phase map

先处理与它们相邻的周围点,再处理自身——从而有效地避免了相位解调过程中的相位奇异性问题,使得该算法既能对开条纹图(载波条纹图)进行处理,也能对闭条纹图进行处理。另外,该算法对散斑噪声还有很好的抑制能力。

## 参 考 文 献

- 1 Sun Ping, Wang Haifeng, Zhang Xi *et al.*. Study on three-dimensional ESPI and its application[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(7): 840~844  
孙平,王海峰,张熹等. 三维电子散斑干涉技术及其应用研究[J]. *光学学报*, 2003, **23**(7): 840~844
- 2 Sun Ping, Liu Duanjin, Han Qing *et al.*. Simultaneous quantitative evaluation of in-plane and out-of-plane deformation

- by use of a carrier method of large image-shearing shearography [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2006, **4**(12): 709~711
- 3 Le Kaiduan, Zhou Xiang, Tang Jingyuan *et al.*. ESPI for full field vibration model measurement[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(5): 608~611  
乐开端, 周翔, 唐经源等. 激光全场模态测量技术研究[J]. 光子学报, 2003, **23**(5): 608~611
- 4 J. H. Bruninig, D. R. Herriott, J. E. Gallager *et al.*. Digital wavefront measuring interferometer for testing optical surfaces and lenses[J]. *Appl. Opt. ICS*, 1974, **13**(11): 2693~2703
- 5 M. Takeda, H. Ina, S. Kobayashi. Fourier transform methods of fringe-pattern analysis for computer-based topography and interferometry[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1982, **72**(1): 156~160
- 6 A. Davila, D. Kerr, G. H. Kaufmann. Digital processing of electronic speckle pattern interferometry addition fringes [J]. *Appl. Opt. ICS*, 1994, **33**(25): 5964~5969
- 7 Qifeng Yu, K. Andresen, W. Osten *et al.*. Noise-free normalized fringe patterns and local pixel transforms for strain extraction[J]. *Appl. Opt. ICS*, 1996, **35**(20): 3783~3790
- 8 Q. Kemaoy, S. H. Soon. Sequential demodulation of a single fringe pattern guided by local frequencies[J]. *Opt. Lett.*, 2007, **32**(2): 127~129
- 9 M. Servin, J. L. Marroquin, F. J. Cuevas. Demodulation of a single interferogram by use of a two-dimensional regularized phase-tracking technique [J]. *Appl. Opt. ICS*, 1997, **36**(19): 4540~4548
- 10 M. Servin, J. L. Marroquin, F. J. Cuevas. Fringe-follower regularized phase tracker for demodulation of closed-fringe interferograms[J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2001, **18**(3): 689~695
- 11 L. Watkins, S. Tan, T Barnes. Determination of interferometer phase distributions by use of wavelet [J]. *Opt. Lett.*, 1999, **24**(13): 905~907
- 12 Li Sikun, Chen Wenjing, Su Xianyu. Phase unwrapping guided by amplitude of wavelet ridge coefficients in wavelet transform profilometry[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(4): 715~721  
李思坤, 陈文静, 苏显渝. 小波变换轮廓术中用小波脊系数幅值引导相位展开的研究[J]. 光学学报, 2008, **28**(4): 715~721
- 13 Zhong Jingang, Weng Jiawen. Phase retrieval of optical fringe patterns from the ridge of a wavelet transform[J]. *Opt. Lett.*, 2005, **30**(19): 2560~2562
- 14 A. G. Munt, R. B. David, J. L. Michael. Spatial carrier fringe pattern demodulation by use of a two-dimensional continuous wavelet transform [J]. *Appl. Opt. ICS*, 2006, **45**(34): 8722~8732
- 15 J. Antoine, R. Murenzi, P. Vandergheynst *et al.*. Two-Dimensional Wavelets and Their Relatives [M]. London: Cambridge University. Press, 2004
- 16 K. Kadooka, K. Kunoo, N. Uda *et al.*. Strain analysis for moire interferometry using the twodimensional continuous wavelet transform[J]. *Exp. Mech.*, 2003, **43**(1): 45~51
- 17 Z. Wang, H Ma. Advanced continuous wavelet transform algorithm for digital interferogram analysis and processing[J]. *Opt. Engng.*, 2006, **45**: 0456011-0456015
- 18 Sun Wei, He Xiaoyuan, C. Quan. A new method for phase retrieval on non-monotonous fringes [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(5): 876~882  
孙伟, 何小元, C. Quan. 非单调条纹图的相位恢复新方法 [J]. 光学学报, 2008, **28**(5): 876~882