

文章编号: 0253-2239(2010)03-0708-05

# 一种基于谱相关性的概率松弛匹配算法

鲍文霞<sup>1,2</sup> 梁 栋<sup>1,2</sup> 唐 俊<sup>1,2</sup>

(<sup>1</sup> 安徽大学计算机智能与信号处理教育部重点实验室, 安徽 合肥 230039)  
<sup>2</sup> 安徽大学电子科学与技术学院, 安徽 合肥 230039)

**摘要** 为了可靠实现点模式匹配, 提出了一种基于谱相关性的概率松弛匹配算法。先根据待匹配点集的形状上下文计算初始匹配概率, 然后由待匹配点集构造亲近矩阵并进行奇异值分解, 将得到的谱的相关性作为初始支持度。最后利用概率松弛迭代方法实现两个点集之间的匹配。实验结果表明该算法匹配精度较高。

**关键词** 机器视觉; 匹配; 谱相关性; 形状上下文; 概率松弛; 奇异值分解

**中图分类号** TP391 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20103003.0708

## Matching Algorithm Based on Probabilistic Relaxation of Spectral Correlation

Bao Wenxia<sup>1,2</sup> Liang Dong<sup>1,2</sup> Tang Jun<sup>1,2</sup>

(<sup>1</sup> *Key Laboratory of Intelligent Computing and Signal Processing, Ministry of Education, Anhui University, Hefei, Anhui 230039, China*  
<sup>2</sup> *School of Electronic Science and Technology, Anhui University, Hefei, Anhui 230039, China*)

**Abstract** To match reliably point pairs, a matching algorithm based on the probabilistic relaxation of the spectral correlation is proposed. Firstly, the initial matching probabilities are obtained from the shape context of the two point sets. Then, two proximity matrices are defined from the point sets respectively, and the spectral correlation of the matrices as the initial support is acquired by the singular value decomposition (SVD). Finally, the matching of the two point sets is implemented by using the method of probabilistic relaxation. Experimental results show the high accuracy of the algorithm.

**Key words** machine vision; match; spectral correlation; shape context; probabilistic relaxation; singular value decomposition (SVD)

## 1 引 言

图像匹配是模式识别与理解等研究领域中的一个至今尚未得到充分解决的重要课题。点模式匹配是众多科学工作者一直潜心研究图像匹配的一个重要方法<sup>[1~3]</sup>。从技术类型来看, 点模式匹配问题的研究方法可分为聚类法、松弛法、点距离法、字符串匹配法、迭代求精法以及图匹配法。近年来, 概率松弛法在点模式匹配问题上应用非常广泛, 它最早是为解决场景标注问题提出的, 是一种寻找局部最优解的方法。通过迭

代的方式, 概率松弛算法能对局部约束进行传播, 将局部的相容性体现于全局中。点的局部相似性约束比较多, 如 S. Belongie 等<sup>[4~6]</sup>提出的一种称为形状上下文的结构描述算子, 它采用点的相对位置的统计分布作为实际的描述信息, 相对于参考点的绝对位置信息, 形状上下文所描述的位置信息具有平移和缩放不变性, 但是形状上下文对旋转变换非常敏感。S. Belongie 又给出了一种旋转不变性的形状上下文构造方法, 该方法以每个点的切线方向作为局部坐标系的  $x$  轴的正方

**收稿日期**: 2009-03-23; **收到修改稿日期**: 2009-05-04

**基金项目**: 国家自然科学基金(60772121, 10601001)、安徽省自然科学基金(070412065)、安徽省教育厅自然科学基金项目(kj2008b024)和安徽大学 211 工程学术创新团队资助课题。

**作者简介**: 鲍文霞(1980—), 女, 博士研究生, 讲师, 主要从事图像处理、计算信号处理和模式识别等方面的研究。

E-mail: bwxia@ahu.edu.cn

**导师简介**: 梁 栋(1963—), 男, 教授, 博士生导师, 主要从事图像处理、计算信号处理和模式识别等方面的研究。

E-mail: dliang@ahu.edu.cn(通信联系人)

向,但该切线方向是在灰度图像上定义的,不适用于二值图像,并且如果点集不是来源于某幅具体图像,则没有办法估计切线方向。另外,近年来谱图理论作为一种有效的数学工具被引入目标匹配问题的研究中<sup>[7~10]</sup>,例如,G. L. Scott 等<sup>[11]</sup>在两个点集之间定义一个被用于刻画点集的全局结构性质的亲近矩阵,并通过对该矩阵进行奇异值分解(SVD),根据谱的相关性获得对应关系。为了扩大应用的范围,L. S. Shapiro 等对两个特征点集分别构造高斯加权亲近矩阵以获得谱相关性<sup>[12]</sup>。谱相关性是一种结构的全局性描述,具有“宏观”性的特点,将它引入概率松弛算法中是本文的主要思想。本文将待匹配点集的形状上下文的相似性作为初始的匹配概率,将待匹配点集构成的亲近矩阵进行奇异值分解,利用得到的谱相关性作为初始支持度,最后将初始概率、初始支持度与概率松弛方法相结合,实现最终的点匹配。

## 2 形状上下文

对有限点集  $x = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  中任一点  $x_i$ , 计算余下  $n-1$  个点相对坐标的形状直方图:

$$h_i(k) = \text{card}\{x_j \neq x_i : (x_j - x_i) \in \text{bin}(k)\},$$

$$k \in \{1, 2, \dots, K\} \quad (1)$$

于是,直方图  $h_i$  定义为  $x_i$  的形状上下文。在计算过程中,采用的是以  $x_i$  为中心的统一的极对数栅格,栅格的径向被分成了 5 等份,圆周角度被分成了 12 等份,即  $K = 60$ ,如图 1 所示,落入每个栅格  $\text{bin}(k)$  中点的数目即为  $x_i$  的形状上下文。因此,点  $x_i$  的形状上下文反映了其他点相对于点  $x_i$  的分布情况。

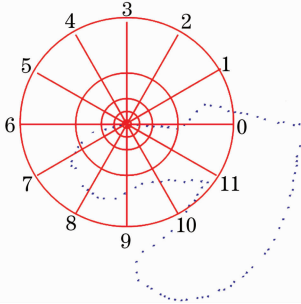


图 1 点的形状上下文

Fig. 1 Shape context of points

## 3 初始匹配概率

设有两个待匹配的点集

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \text{ 和 } Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\},$$

它们的形状上下文分别为  $h_i(k)$  和  $h_j(k)$ , 其中  $i = 1, 2, \dots, n, j = 1, 2, \dots, n, k = 1, 2, \dots, K, K$  为径向

等份数与圆周等份数目的乘积。采用高斯加权的方法构造初始匹配概率矩阵  $P$ :

$$P(i, j) = \exp(-C_{ij}/2\sigma^2), \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

$$j = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

式中

$$C_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^K \frac{[h_i(k) - h_j(k)]^2}{h_i(k) + h_j(k)}, \quad (3)$$

它描述了两个形状点集的形状上下文的相似程度; $\sigma$  用于调节初始概率度量的可靠性,在实验中  $\sigma$  的取值在 0.05~0.1 之间。

为了实现点的一对一匹配,引入双随机矩阵来对匹配概率进行改进<sup>[13]</sup>。双随机矩阵是一种特殊的元素都大于 0 的方阵,而且每行与每列的和值都为 1。通过交替地行列归一化可以将随意一个元素都大于 0 的方阵转化成双随机矩阵的形式,而且该双随机矩阵是唯一的。通过交替的行列归一化将匹配概率矩阵转化为双随机矩阵的形式:

$$Q(i, j) = \frac{P(i, j)}{\sum_{l=1}^n P(i, l)}, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (4)$$

$$Q(i, j) = \frac{P(i, j)}{\sum_{l=1}^n P(i, l)}, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

## 4 谱相关性

用高斯加权的方法分别为两个点数相同点集

$$X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \text{ 和 } Y = \{y_1, y_2, \dots, y_n\}$$

构造亲近矩阵  $H_X, H_Y$ , 其中

$$H_{ij} = \exp(-r_{ij}^2/2\sigma_x^2), \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

$$j = 1, 2, \dots, n \quad (6)$$

式中  $r_{ij}^2 = \|x_i - x_j\|^2$ ,  $r_{ij}$  为点集内部点之间的欧氏距离;参数  $\sigma_x$  控制两个特征点之间的相互作用程度,  $\sigma_x$  的大小强调了全局影响的程度<sup>[13]</sup>。对亲近矩阵进行奇异值分解得到

$$H_X = U D_X U^T, \quad (7)$$

式中  $D_X = \text{diag}\{\lambda_1, \dots, \lambda_{n-1}, \lambda_n\}$  ( $\text{diag}\{\cdot\}$  意为对角矩阵),  $\lambda_1 \geq \dots \geq \lambda_{n-1} > \lambda_n = 0, U = \{u_1, \dots, u_n\}$ 。

类似地,

$$H_Y = V D_Y V^T, \quad (8)$$

式中  $D_Y = \text{diag}\{\gamma_1, \dots, \gamma_{n-1}, \gamma_n\}, \gamma_1 \geq \dots \geq \gamma_{n-1} > \gamma_n = 0, V = \{v_1, \dots, v_n\}$ 。

因此,点集  $X$  和  $Y$  的谱相关性定义为

$$Z_{ij} = \|F_{i1} - F_{j2}\|^2, \quad (9)$$

式中  $F_{i1}$  和  $F_{j2}$  分别为  $U$  的第  $i$  个行向量和  $V$  的第  $j$  个列向量。 $Z_{ij}$  反应了点集  $X$  和  $Y$  之间的相似性,  $Z_{ij}$

越小则表示点集  $X$  中的第  $i$  个点与点集  $Y$  中的第  $j$  个点越相似。将  $Z_{ij}$  进行归一化为

$$\overline{Z}_{ij} = \frac{(Z_{ij} - \min_{j=1,2,\dots,n} Z_{ij})}{\max_{j=1,2,\dots,n} Z_{ij} - \min_{j=1,2,\dots,n} Z_{ij}}. \quad (10)$$

## 5 概率松弛匹配

利用谱相关性定义相容度函数为

$$R(x_i = y_j, x_h = y_k) = (1 - \overline{Z}_{ij}) \times (1 - \overline{Z}_{hk}), \quad (11)$$

表示当点对  $(x_i, y_j)$  匹配时, 点对  $(x_h, y_k)$  给与的支持度。  $\overline{Z}_{hk}$  越小即点  $x_h$  与  $y_k$  越相似, 则对点对  $(x_i, y_j)$  的支持度越大。当点对  $(x_i, y_j)$  匹配时, 要求  $x_h$  仅与一个  $y_k$  相匹配, 这个  $y_k$  应该对点对  $(x_i, y_j)$  的支持度最大, 则支持度表示为

$$\max_{k \neq j} R(x_i = y_j, x_h = y_k). \quad (12)$$

点对  $(x_i, y_j)$  匹配的初始支持度定义为

$$T^0(i, j) = \frac{1}{n-1} \sum_{h \neq i} \max_{k \neq j} R(x_i = y_j, x_h = y_k). \quad (13)$$

在第  $r$  次迭代时, 点对  $(x_h, y_k)$  对  $(x_i, y_j)$  的支持度不仅与  $(x_h, y_k)$  相似程度有关, 还需要考虑它们的  $T^{r-1}(h, k)$  值, 因此取它们中的最小值

$$T^r(i, j) = \frac{1}{n-1} \sum_{h \neq i} \max_{k \neq j} \{ \min [R(x_i = y_j, x_h = y_k), T^{r-1}(h, k)] \}, \quad (14)$$

匹配概率的迭代更新公式为

$$P^{r+1}(i, j) = \frac{P^r(i, j) T^r(i, j)}{\sum_{l=1}^n P^r(i, l) T^r(i, l)}. \quad (15)$$

每次迭代更新前先将匹配概率矩阵转换成双随机矩阵的形式, 当

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (|P^r(i, j) - P^{r-1}(i, j)|) < \epsilon,$$

迭代结束。

由于匹配概率矩阵进行了行与列的双向归一化, 可以从行和列的方向判断匹配关系。当  $P(i, j)$  同时是所在行与列上的最大值时, 则认为点集  $X$  的第  $i$  个点与点集  $Y$  中的第  $j$  的点匹配, 否则认为这两点之间不存在匹配关系。

## 6 实验及分析

### 6.1 实 验

首先, 构造一个“R”形状(用“\*”表示), 对“R”形状进行不同程度的纯旋转以得到变换后的“R”形

状(用“+”表示), 然后分别利用形状上下文算法(SCM)以及基于谱相关性的概率松弛匹配算法(SSCM)对两个“R”形状进行匹配( $\sigma_x = 20$ )。图2和图3给出了其中旋转  $30^\circ$  和  $180^\circ$  后的匹配结果(用直线将匹配点连接起来), 表1给出了旋转不同角度的正确匹配点数(“R”形状有21个点)。从实验结果可见 SCM 随着旋转角度的增加匹配精度越来越低, 而 SSCM 具有旋转不变性, 对于不同程度旋转精度都比较高。

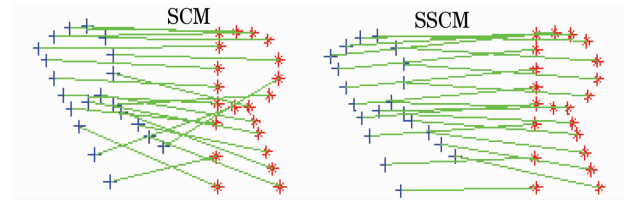


图2 “R”形状旋转  $30^\circ$  匹配结果

Fig. 2 Matching results of “R” shape rotated  $30^\circ$

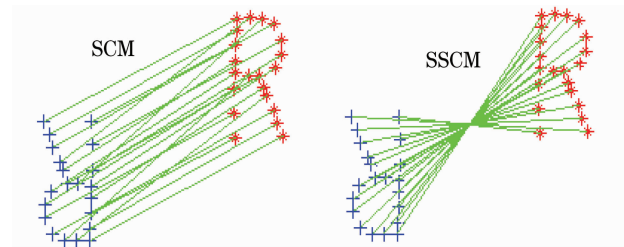


图3 “R”形状旋转  $180^\circ$  匹配结果

Fig. 3 Matching results of “R” shape rotated  $180^\circ$

表1 “R”形状旋转不同角度后匹配结果比较

Table 1 Comparison of matching results in the rotated “R” shapes with various angles

	Angle	$30^\circ$	$60^\circ$	$90^\circ$	$120^\circ$	$150^\circ$	$180^\circ$
Correct number	SCM	17	12	8	4	0	0
	SSCM	21	21	21	21	21	21

其次, 利用 SCM 和 SSCM 对图 4(a) 所示的两个点集进行匹配( $\sigma_x = 30$ )。可见 SCM 大部分点都能够正确匹配, 但同时使得少数相邻的点被对应到较远的地方。而 SSCM 克服了这个缺陷, 获得较好的匹配结果。

最后, 采用五幅真实图像进行 SCM 和 SSCM 的对比实验( $\sigma_x = 15$ )。先在每幅图像上分别检测出30个角点, 然后相邻两幅图像进行匹配。图5给出了其中第2幅和第3幅、第3幅和第4幅图像匹配结果, 表2给出了所有图像匹配结果数据。从真实图像实验结果数据可以看出, SSCM 在刚体变化下能得到较好的匹配结果。

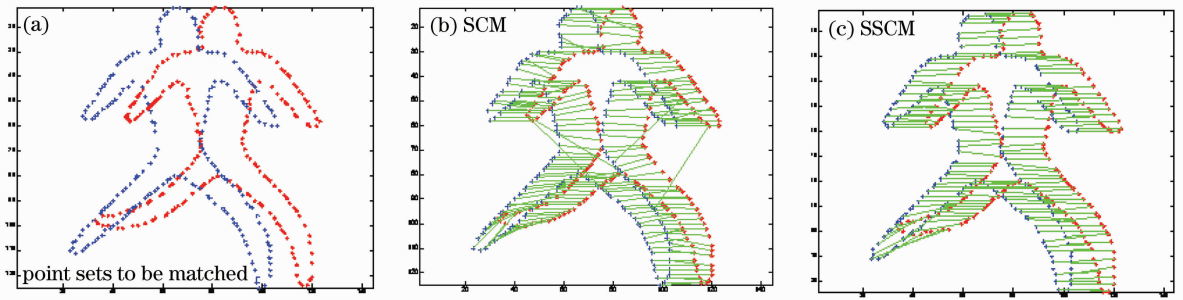


图 4 人运动形状点集的匹配结果

Fig. 4 Matching results of point sets of man in sport

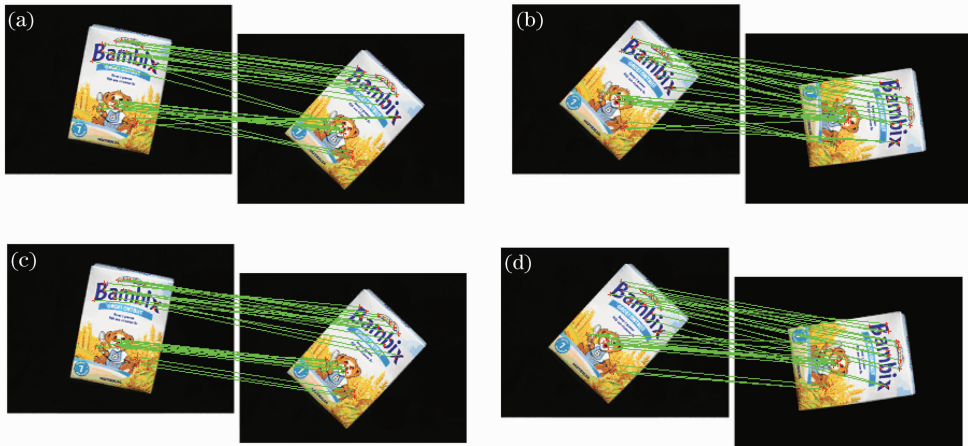


图 5 真实图像匹配结果。(a)第 2 幅和第 3 幅 SCM 算法匹配结果；(b)第 3 幅和第 4 幅 SCM 算法匹配结果；(c)第 2 幅和第 3 幅 SSCM 算法匹配结果；(d)第 3 幅和第 4 幅 SSCM 算法匹配结果

Fig. 5 Matching results of real images. (a) Matching results of the 2nd and the 3rd image by using SCM algorithm; (b) Matching results of the 3rd and the 4th image by using SCM algorithm; (c) Matching results of the 2nd and the 3rd image by using SSCM algorithm; (d) Matching results of the 3rd and the 4th image by using SSCM algorithm

表 2 真实图像匹配结果数据比较

Table 2 Comparison of matching results in real images

Images		1-2	2-3	3-4	4-5
SCM	Correct number	22	20	22	24
	Correct rate /%	73	67	73	80
SSCM	Correct number	30	30	30	30
	Correct rate /%	100	100	100	100

### 6.2 算法及稳健性分析

首先,对 SSCM 算法的复杂度进行分析。假设两个待匹配点集都含有  $n$  个点,计算匹配初始概率的复杂度与计算形状上下文有关,其复杂度为  $O(n^3)$ ;计算谱相关性的复杂度为  $O(n^3)$ ;采用概率松弛算法每一次迭代过程的复杂度为  $O(n^4)$ ,所以总体看来 SSCM 的复杂度为  $O(n^4)$ 。

其次,对 SSCM 算法的稳健性进行分析。以图 2 中变换前模拟的“R”形状数据为模版形状,然后在模版形状点集上叠加高斯噪声的方法产生目标形状点集,以噪声的均方差为衡量噪声大小的指标,在每个噪声水平下利用 SCM 以及 SSCM 均做 100 次独立实

验( $\sigma_x=15$ )。图 6 给出了随高斯噪声增大平均匹配正确率变化的曲线图,从图中可以看出噪声较低时 SCM 和 SSCM 匹配正确率差不多,而随着噪声的增加 SSCM 匹配正确率略高于形状上下文算法。

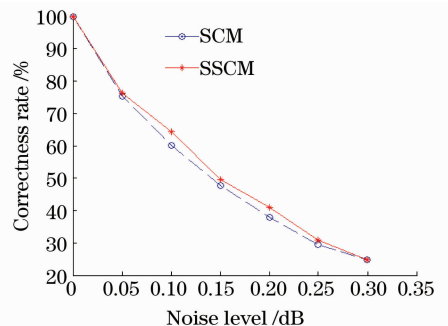


图 6 匹配正确率随噪声增大的变化曲线

Fig. 6 Curve of correctness rate with the noise increasing

## 7 结 论

将概率松弛算法用于匹配中,其匹配结果的好

坏在很大程度上取决于初始概率的好坏。而形状上下文是对点的周围结构特征的统计性描述,对于周围点的绝对位置在一定程度上的偏移并不敏感,将其作为初始匹配概率能提高匹配的精度。利用具有全局特性的谱相关性计算初始支持度,再用概率松弛迭代方法强化点的相似性,从而获得最终匹配。实验结果表明本文算法匹配精度较高。

### 参 考 文 献

- 1 Hu Chunhai, Xiong Ying. Graph-cut-based stereo-matching algorithm using image segmentation[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(s2): 43~47  
胡春海,熊英.利用图像分割的基于图割的立体匹配算法[J].*光学学报*,2008,**28**(s2):43~47
- 2 Liu Tianliang, Luo Limin. Segmentation-based stereo matching algorithm with variable support and disparity estimation[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(4): 1002~1009  
刘天亮,罗立民.一种基于分割的可变权值和视差估计的立体匹配算法[J].*光学学报*,2009,**29**(4):1002~1009
- 3 Liu Guixi, Liu Dongmei, Liu Fengpeng *et al.*. A robust Image registration algorithm based on feature points matching[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(3): 454~461  
刘贵喜,刘冬梅,刘凤鹏等.一种稳健的特征点配准算法[J].*光学学报*,2008,**28**(3):454~461
- 4 S. Belongie, J. Malik, J. Puzicha. Shape matching and object recognition using shape contexts [J]. *IEEE Trans. Pattern. Anal. Mach. Intell.*, 2002, **24**(4): 509~522
- 5 S. Belongie, J. Malik, J. Puzicha. Matching shapes[C]. *Proc. Eighth Int'l. Conf. Computer Vision*, 2001. 454~461
- 6 S. Belongie, J. Malik, J. Puzicha. Shape context: a new descriptor for shape matching and object recognition [C]. *Advances in Neural Information Processing Systems 13: Proc. 2000 Conf.*, T. K. Leen, T. G. Dietterich, and V. Tresp, eds., 2001. 831~837
- 7 K. Siddiqi, A. Shokoufandeh, S. Dickinson *et al.*. Shock graphs and shape matching [C]. *IEEE International Conference on Computer Vision*, Bombay, 1998. 222~229
- 8 R. S. Torres, A. X. Falcao, L. F. Costa. A graph-based approach for multiscale shape analysis[J]. *Pattern Recognition*, 2004, **37**: 1163~1174
- 9 D. Conte, P. Foggia, C. Sansone *et al.*. Thirty years of graph matching in pattern recognition [J]. *Special Edition of the International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence on Graph Theory in Vision*, 2004, **18**(3): 265~298
- 10 Chen Liangyu, Zhu Zhenfu, Liu Zhongling *et al.*. Invariance analysis and application of the image singular value vector[J]. *Infrared and Lsser Engineering*, 2003, **32**(5): 498~501  
陈良瑜,朱振福,刘忠领等.图像奇异值特征矢量缩放不变性分析及应用[J].*红外与激光工程*,2003,**32**(5):498~501
- 11 G. L. Scott, H. C. Longuet-Higgins. An algorithm for associating the features of two images [C]. *Proc. Roy. Soc. London Ser. B (Biological)*, London: Royal Society of London, 1991, **244**: 21~26
- 12 L. S. Shapiro, J. Brady. Feature-based correspondence: an eigenvector approach[J]. *Image and Vision Computing*, 1992, **10**: 283~288
- 13 Jun Tang, Dong Liang, Nian Wang *et al.*. A laplacian spectral method for stereo correspondence [J]. *Pattern Recognition Letters, Elsevier*, 2007, **28**(12): 1391~1399