

文章编号: 0253-2239(2010)02-0546-05

全介质双腔法布里-珀罗结构的共振模研究

陈宪锋¹ 方云团² 沈小明¹ 蒋美萍¹

(¹ 江苏工业学院数理学院, 江苏 常州 213164; ² 镇江船艇学院物理系, 江苏 镇江 212003)

摘要 利用传输矩阵法研究了光在全介质双腔法布里-珀罗(F-P)结构中的传输,得到了透射率的一般表达式。能在禁带中出现共振模的双腔 F-P 结构共有 12 种组合方式,并且要求两腔之间的介质层数必须小于其外侧的介质总层数。当微腔的光学厚度是 $\lambda_0/4$ 的奇数倍时,其两端接触的首层介质必须是异种介质;而当光学厚度是 $\lambda_0/4$ 的偶数倍时则必须是同种介质。当两腔长度一定时,共振模的位置主要取决于两腔之间的介质层数,而谱线宽度则主要取决于两腔外侧的介质层数。当双腔 F-P 结构呈左右对称时共振模的透射率等于 1。

关键词 光学器件;F-P 结构;共振模;传输矩阵

中图分类号 TN 20 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/AOS20103002.0546

Study on Resonant Modes of All-Dielectric Dual-Cavity Fabry-Pérot Structure

Chen Xianfeng¹ Fang Yuntuan² Shen Xiaoming¹ Jiang Meiping¹

(¹ School of Mathematics & Physics, Jiangsu Polytechnic University, Changzhou, Jiangsu 213164, China)
² Department of Physics, Zhenjiang Watercraft College, Zhenjiang, Jiangsu 212003, China)

Abstract The propagating characteristics of all-dielectric dual-cavity Fabry-Pérot (F-P) structure are studied by the method of transfer matrix, and the general expression of transmittance is also deduced. There are found twelve patterns of combining dual-cavity Fabry-Pérot structure which can produce resonant modes in the band gap, with requirement that the number of dielectric layers between two cavities must be less than the total number of dielectric layers outside the cavities. The first-layer media contacting with F-P cavity must be heterogeneous material when the optical thickness of F-P cavity is odd multiple of quarter-wavelength, otherwise they must be homogeneous ones when the optical thickness is even multiple. When two cavities are fixed in length, the position of resonant modes depends on the number of dielectric layers between two cavities, while the line width (FWHM) relies on the number of dielectric layers outside cavities. When the dual-cavity Fabry-Pérot structure is exactly symmetrical, the transmittance of both resonant modes equals 1.

Key words optical devices; Fabry-Pérot structure; resonant mode; transfer matrix

1 引 言

法布里-珀罗(F-P)结构是由两块相互平行的高反射率的反射镜夹一微腔所组成,由于这一结构可以产生极窄的谱线而得到广泛应用。如制成可以研究谱线超精细结构的高分辨率光学仪器——F-P干涉仪,制成可提高激光单色性的光学谐振腔,制成用于波分复用(WDM)系统的调谐滤波器,光学领域广泛应用的干涉滤光片^[1~3]等。在F-P结构的腔中,极窄的透射谱线(共振模)的强度很强,若置入非

线性介质还可产生较强的非线性效应^[4]。由于介质的吸收较金属膜弱得多,现在F-P结构的反射镜多用介质膜制成,即利用1/4波长膜系制成布拉格(Bragg)反射镜。

单腔F-P结构的研究较多,理论也较为成熟^[1],但双腔F-P结构的相关理论鲜有报道。设计了一个全介质双腔F-P结构,利用传输矩阵法^[5,6]得到了透射率的一般表达式,研究了这种双腔F-P结构能产生共振模的组合方式及条件,并举例阐述共振

收稿日期: 2009-04-13; 收到修改稿日期: 2009-06-22

基金项目: 江苏省高校自然科学基金基础研究项目(07KJD140036)和江苏工业学院科技计划项目(JS200802)资助课题

作者简介: 陈宪锋(1970—),男,副教授,主要从事光学材料方面的研究。E-mail: cxf@jpu.edu.cn

模的有关特性,为双腔应用提供理论指导。

2 双腔理论

全介质双腔 F-P 结构示意图如图 1 所示。先由 A, B 两种介质层周期性交替排列构成 3 个层数依次为 N_1, N_2, N_3 的一维光子晶体(子晶体),它们的每一层均为 $1/4$ 膜层,即 $n_A d_A = n_B d_B = \lambda_0/4$ (λ_0 为中心波长)。然后将这 3 个子晶体如图 1 平行排列,构成本文研究的双腔 F-P 结构。两微腔的长度依次为 l_1, l_2 ,腔中介质折射率均为 n ,所有介质均不计损耗与色散。

当频率为 ω 的光波垂直入射时,自左到右每个子晶体的反射系数依次为 r_1, r_2, r_3 ,透射系数依次为 t_1, t_2, t_3 。在每个子晶体中光的传播可以用传输矩阵 S_i ($i = 1, 2, 3$) 来表示^[5,6], $S_i = \begin{bmatrix} 1/t_i & r_i^*/t_i^* \\ r_i/t_i & 1/t_i^* \end{bmatrix}$;

两个微腔的传输矩阵 P_j ($j = 1, 2$) 为 $P_j = \begin{bmatrix} \exp(-ip_j) & 0 \\ 0 & \exp(ip_j) \end{bmatrix}$,其中光在腔中传播的相位 $p_j = \omega n l_j/c$, c 是真空中光速。

整个双腔 F-P 结构的总传输矩阵为

$$S = S_1 P_1 S_2 P_2 S_3 = \begin{bmatrix} 1/t & r^*/t^* \\ r/t & 1/t^* \end{bmatrix}. \quad (1)$$

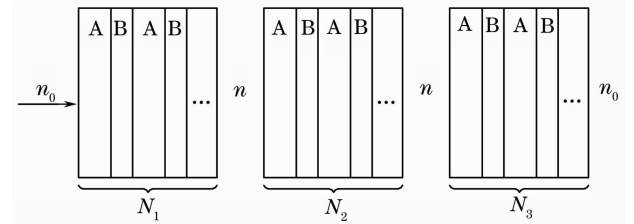


图 1 双腔 F-P 结构示意图

Fig. 1 Diagram of dual-cavity Fabry-Pérot structure

由此可得透射系数 t 满足

$$\frac{1}{t} = \frac{\exp[-i(p_1 + p_2)]}{t_1 t_2 t_3} + \frac{r_2^* r_3}{t_1 t_2^* t_3} \exp[-i(p_1 - p_2)] + \frac{r_1^* r_2}{t_1^* t_2 t_3} \exp[i(p_1 - p_2)] + \frac{r_1^* r_3}{t_1^* t_2^* t_3} \exp[i(p_1 + p_2)]. \quad (2)$$

若令每个子晶体的反射系数 $r_i = |r_i| \exp(i\phi_i)$,透射系数 $t_i = |t_i| \exp(i\varphi_i)$,其中 ϕ_i, φ_i ($i = 1, 2, 3$) 分别为反射相移和透射相移。相应的反射率 $R_i = |r_i|^2$,透射率 $T_1 = \frac{n}{n_0} |t_1|^2, T_2 = |t_2|^2, T_3 = \frac{n_0}{n} |t_3|^2$ 。由此可得双腔 F-P 结构的透射率 T 满足

$$\frac{1}{T} = \frac{1}{t t^*} = \frac{1}{T_1 T_2 T_3} [1 + R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3 - 2(1 + R_1) |r_2 r_3| \cos \theta_1 - 2(1 + R_3) |r_1 r_2| \cos \theta_2 + 2 |r_1 r_3| \cos(\theta_1 + \theta_2) + 2 |r_1 r_3| R_2 \cos(\theta_1 - \theta_2)], \quad (3)$$

其中 $\theta_1 = \pi + 2p_1 + 2\varphi_1 - \phi_1 + \phi_2, \theta_2 = \pi + 2p_2 + 2\varphi_2 - \phi_2 + \phi_3$ 。对于一个光子晶体的反射系数和透射系数,若自左到右为 r_i, t_i ,自右到左为 r'_i, t'_i ,则有 $t'_i = t_i, r'_i = -t_i r_i^*/t_i^*$,即逆向的反射相移 $\phi'_i = \pi + 2\varphi_i - \phi_i$ ^[6,7],于是 $\theta_1 = 2p_1 + \phi'_1 + \phi_2, \theta_2 = 2p_2 + \phi'_2 + \phi_3$,它们分别表示光在每个腔中传播时往返一次的全程相位。

对于一个理想的单腔 F-P 结构来说,只有当两端的反射镜反射率相同时,共振模的透射率才能为 1^[1]。因此本文仅讨论两端的子晶体是相同结构,即层数 $N_1 = N_3, R_1 = R_3$,则由(3)式可得双腔 F-P 结构的透射率为

$$T = \frac{1}{1 + \frac{R_2}{T_2} \sin^2 \frac{\theta_1 - \theta_2}{2} + \frac{4R_1}{(1 - R_1)^2 T_2} \left[\cos \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} - \frac{(1 + R_1) \sqrt{R_2}}{2 \sqrt{R_1}} \cos \frac{\theta_1 - \theta_2}{2} \right]^2}, \quad (4)$$

因此双腔 F-P 结构的共振模由下式决定,

$$\cos \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} = \frac{(1 + R_1) \sqrt{R_2}}{2 \sqrt{R_1}} \cos \frac{\theta_1 - \theta_2}{2}, \quad (5)$$

$$\sin \frac{\theta_1 - \theta_2}{2} \approx 0. \quad (6)$$

可见,共振模与两端及中间子晶体的反射率 R_1, R_2 有关。其中(5)式为强条件,它决定了共振模的频率;(6)式为弱条件,它主要影响了共振模的透射率。

3 结果与讨论

本文主要讨论在光子晶体的禁带中出现的共振模,即其频率位于中心频率 ω_0 附近,因此将在此区域对(4)式进行展开讨论。

3.1 相移与透射率

先介绍光波垂直入射周期性光子晶体时,在禁带中的有关反射相移、透射相移及透射率的近似表达式。一维周期性光子晶体的模型可参阅图 1 中最左边的子晶体,设晶体由 N 层介质所组成,其第一、

第二层介质的折射率分别为 n_1, n_2 , 前后外侧介质的折射率分别为 n_0, n_s 。利用文献[8,9], 可得有关的近

似表达式, 如表 1 所示, 其中参数 $\alpha = \pi(\omega - \omega_0)/2\omega_0$ 为小量。

表 1 N 层光子晶体的相移及透射率近似式

Table 1 Approximate expressions of phase shift and transmittance of N -layers photonic crystal

	phase shift of reflection	phase shift of transmission	transmittance
even N	$n_2 > n_1$	$N \frac{\pi}{2} + \frac{n_1 n_2 + n_0 n_s}{n_0 (n_2 - n_1)} \alpha + o(\alpha^3)$	$4 \frac{n_s}{n_0} \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^N + o(\alpha^2)$
	$n_1 > n_2$	$N \frac{\pi}{2} + \frac{n_1 n_2 + n_0 n_s}{n_s (n_1 - n_2)} \alpha + o(\alpha^3)$	$4 \frac{n_0}{n_s} \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^N + o(\alpha^2)$
odd N	$n_2 > n_1$	$N \frac{\pi}{2} + \frac{n_1 n_2}{n_2 - n_1} \frac{n_0 + n_s}{n_0 n_s} \alpha + o(\alpha^3)$	$4 \frac{n_1 n_2}{n_0 n_s} \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^N + o(\alpha^2)$
	$n_1 > n_2$	$N \frac{\pi}{2} + \frac{n_0 + n_s}{n_1 - n_2} \alpha + o(\alpha^3)$	$4 \frac{n_0 n_s}{n_1 n_2} \left(\frac{n_2}{n_1}\right)^N + o(\alpha^2)$

3.2 双腔 F-P 结构组成方式

禁带中出现的共振模是由(5)、(6)式来决定, 现分析什么样的组合, 可使双腔 F-P 结构可以在禁带中出现共振模。设计每个腔的光学厚度均为 $\lambda_0/4$ 的整数倍, 即 $n l_1 = k_1 \lambda_0/4, n l_2 = k_2 \lambda_0/4$, 其中 k_1, k_2 为正整数。

若中间子晶体为奇数层(ABA 型), 则 $\phi_2 = \phi'_2$, 由(6)式得

$m_1 \pi \approx (\theta_1 - \theta_2)/2 = p_1 - p_2 + (\phi'_1 - \phi_3)/2$, 其中 m_1 为整数。若两端的子晶体反向放置, 使与两腔接触的首层介质为同种材料, 有 $\phi'_1 = \phi_3$, 于是

$$k_1 - k_2 = 2m_1, \quad (7)$$

即 k_1, k_2 同取奇数或同取偶数。由(5)式得 $(\theta_1 + \theta_2)/2 \approx (\theta_1 - \theta_2)/2 + 2m_2 \pi$ (m_2 为整数), 即

$$\phi'_2 + \phi_3 \approx (2m_2 - k_2) \pi, \quad (8)$$

当 k_2 为偶数时, 则每个腔的两端首层接触介质必须是同种材料, 即均为 A 层, 双腔 F-P 结构的组成方式有两种, 如图 2(a)、(b)示意图。当 k_2 为奇数时,

则每个腔的两端首层介质必须是异种材料, 组成方式有图 2(c)、(d)示意图两种。在图 2 的组成方式示意图中, 三个方块图形代表三个子晶体, A, B 代表不同的组成介质层。若子晶体画成 ABA 型, 并不是指子晶体只有三层, 而是指奇数层; 同样若画成 ABAB 型, 则是指子晶体有偶数层介质。方块图形之间的“E(O)”代表该处微腔的光学厚度是 $\lambda_0/4$ 的奇(偶)数倍。

若两端的子晶体同向放置, 利用上面的类似分析, 双腔 F-P 结构的组成方式有图 2(a)、(c)、(e)、(f)四种。

再进一步, 若中间子晶体为偶数层(ABAB 型), 双腔 F-P 结构的组成方式亦有 6 种, 如图 2(g)~(l)所示。纵观这全部的 12 种组成方式, 发现有一个共同特征。那就是, 当微腔的光学厚度是 $\lambda_0/4$ 的奇数倍时, 其两端接触的首层介质必须是异种材料; 而当光学厚度是 $\lambda_0/4$ 的偶数倍时则为同种材料。

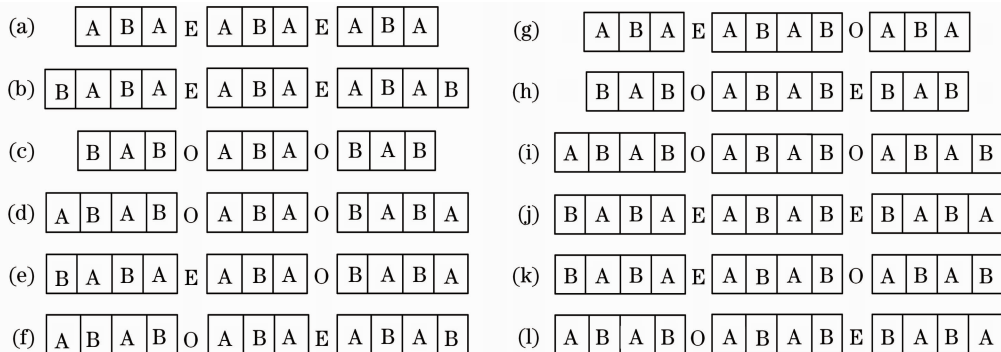


图 2 双腔 F-P 结构的组成方式示意图

Fig. 2 Patterns of combining dual-cavity Fabry-Pérot structure

在图 2 的各种示意图中, 对于两端和中间子晶体, 只示意出了组成介质共有奇(偶)数层, 并没有对它们的层数 N_1 和 N_2 给出具体的要求。现再次分析(5)式, 改写为

$$\sin^2 \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} - \sin^2 \frac{\theta_1 - \theta_2}{2} = \frac{(1 + R_1)^2}{4R_1} \left[T_2 - \frac{T_1^2}{(1 + R_1)^2} \right]. \quad (9)$$

对于图 2 中的这 12 种结构, 均有(9)式的左边大于

零。可见要在禁带中出现共振模，必须有 $T_2 \geq T_1^2 / (1 + R_1)^2$ ，利用表 1 的透射率近似表达式，可以估算出它们的层数必须满足

$$N_2 < 2N_1, \quad (10)$$

即中间子晶体的层数要小于两端子晶体的总层数。

3.3 共振模特性

如图 2(a) 所示的组合方式进行讨论。不妨令 A, B 介质层的折射率 $n_1 > n_2$ ，三个子晶体层数相近，并满足 $(n_1/n_2)^{N_1} \gg 1, (n_1/n_2)^{N_2} \gg 1$ 。

在这种情况下，根据表 1 的相关公式，由 (9) 式可得共振模频率的一级近似为

$$\omega_{\pm} = \omega_0 \left[1 \pm \frac{4n}{\pi \sqrt{an_1 n_2}} \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^{N_2/2} \right], \quad (11)$$

其中 $a = [k_1 + k_2 + 4n/(n_1 - n_2)]^2 - (k_1 - k_2)^2$ 。在 (11) 式中不出现 N_1 ，仅与中间子晶体的层数 N_2 有关。随着层数 N_2 的增大，两共振模的劈裂间距 $|\omega_+ - \omega_-|$ 将减小，如图 3(a) 所示。图 3 是根据王辉

等^[10] 的特征矩阵法绘出的禁带内的透射谱。层数 N_1, N_2 对禁带中低频支共振模的影响见图 4(a)，可以发现当 N_1, N_2 较大满足 $(n_1/n_2)^{N_1} \gg 1, (n_1/n_2)^{N_2} \gg 1$ 时，共振模频率完全可用 (11) 式来确定。图 3 中共振模的这种劈裂现象，可借助固体物理中的紧束缚方法来加以分析^[11,12]。在紧束缚理论中，左右两个微腔的局域模间存在着相互作用。当两腔相隔较远（相当于中间子晶体层数 N_2 较大）时，它们之间的相互作用较弱，共振模产生较弱的劈裂现象；但随着两腔的靠近（ N_2 减小），相互作用逐渐加强，共振模的劈裂现象将愈加明显。

对于共振模的谱线宽度 (FWHM)，可由 (4) 式透射率公式的分母中最后一项值为 1 来估算：

$$\frac{\Delta\omega_{\pm}}{\omega_{\pm}} = \frac{8n_0 n}{\pi \sqrt{an_1 n_2}} \left(\frac{n_2}{n_1} \right)^{N_1}, \quad (12)$$

可见，两共振模的谱线宽度相等，且仅与两端子晶体的层数 N_1 有关，随 N_1 的增大谱线变细。图 3(a)、图 4(b) 的数值模拟结果很好地说明了这一点。

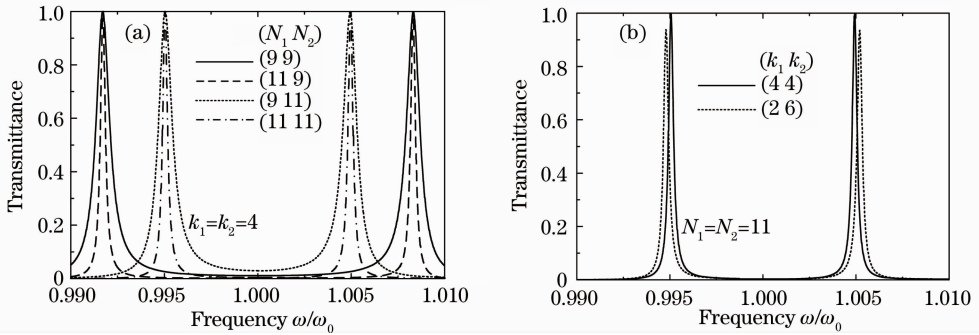


图 3 双腔 F-P 结构的共振模，参数为 $n_1 = 2.5, n_2 = 1.5, n = 2.0, n_0 = 1.0$

Fig. 3 Resonant modes of dual-cavity Fabry-Pérot structure. The parameters are $n_1 = 2.5, n_2 = 1.5, n = 2.0, n_0 = 1.0$

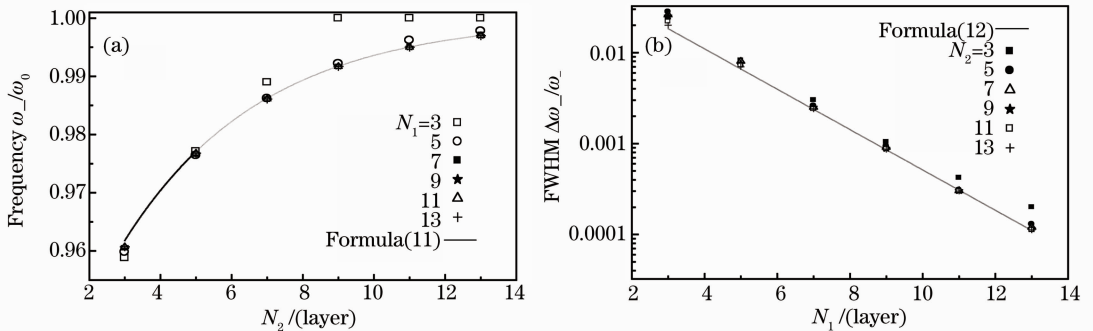


图 4 层数 N_1, N_2 对共振模的影响。参数为 $n_1 = 2.5, n_2 = 1.5, n = 2.0, n_0 = 1.0, k_1 = k_2 = 4$

Fig. 4 Effects of N_1 and N_2 on the resonant mode. The parameters are $n_1 = 2.5, n_2 = 1.5, n = 2.0, n_0 = 1.0, k_1 = k_2 = 4$

最后来研究共振模的透射率。在上面的表达式中， k_1, k_2 为两个微腔的参数。当 $k_1 = k_2$ 时两腔厚度相等，整个双腔 F-P 结构呈左右对称，此时 $\sin[(\theta_1 - \theta_2)/2] = 0$ 满足，由 (4) 式得共振模的透射率为 1。但当 $k_1 \neq k_2$ ，双腔 F-P 结构左右不对称时， $\sin[(\theta_1 - \theta_2)/2]$ 是一个接近于零的小量，它导

致共振模的透射率小于 1，如图 3(b) 所示。共振模的透射率为

$$T = 1 - \left[\frac{k_1 - k_2}{k_1 + k_2 + 4n/(n_1 - n_2)} \right]^2. \quad (13)$$

对图 2 所示的其它组合方式也可以进行类似的讨论。不同组合方式的禁带中出现的共振模都具有

共性:当双腔 F-P 结构呈左右对称时共振模的透射率为 1,不对称时共振模的透射率小于 1;共振模的位置主要由中间子晶体的层数 N_2 来决定, N_2 越大两模劈裂越小;而共振模的谱线宽度则主要由两端子晶体的层数 N_1 来决定, N_1 越大谱线越细。

4 结 论

利用传输矩阵法研究了光在全介质双腔 F-P 结构中的传输,得到了透射率的一般表达式。能在禁带中出现共振模的双腔 F-P 结构共有 12 种组合方式,并且要求两腔之间的介质层数必须小于其外侧的介质总层数。当两腔长度一定时,共振模的位置主要取决于两腔之间的介质层数,而谱线宽度则主要取决于两腔外侧的介质层数。只有当双腔 F-P 结构呈左右对称时共振模的透射率才等于 1。

参 考 文 献

- 1 M. Born, E. Wolf. Translated by Yang Jiasun. Principles of Optics(7th edn.)[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry. 2005. 299~308
玻 恩,沃耳夫著,杨葭荪等译. 光学原理(第七版)[M]. 北京:电子工业出版社,2005. 299~308
- 2 Ma Jichi, Li Yan, Sun Wenke *et al.*. Fabry-Pérot interferometer using tunable diode laser[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(7): 1296~1300
马骥驰,李 岩,孙文科等. 可调波长半导体激光法布里-珀罗干涉仪[J]. 光学学报,2008, **28**(7): 1296~1300
- 3 Sun Xutao, Liu Jiqiao, Zhou Jun *et al.*. Confocal Fabry-Pérot interferometer for frequency stabilization of laser[J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(7): 1005~1008
孙旭涛,刘继桥,周 军等. 激光稳频的共聚焦法布里-珀罗干涉仪[J]. 中国激光,2008, **35**(7): 1005~1008
- 4 H. M. Gibbs. Optical Bistability: Controlling Light with Light [M]. 1985, New York: Academic Press
- 5 J. M. Bendickson, J. P. Dowling, M. Scalora. Analytic expressions for the electromagnetic mode density in finite, one-dimensional, photonic band-gap structures[J]. *Phys. Rev. E*, 1996, **53**(4): 4107~4121
- 6 J. P. Dowling. Parity, time-reversal and group delay for inhomogeneous dielectricslabs: application to pulse propagation in finite, one-dimensional, photonic bandgap structures [J]. *IEE Proc. -Optoelectron*, 1998, **145**(6): 420~435
- 7 M. Centini, C. Sibilia, M. Scalora *et al.*. Dispersive properties of finite, one-dimensional photonic band gap structures: Applications to nonlinear quadratic interactions[J]. *Phys. Rev. E*, 1999, **60**(4): 4891~4898
- 8 Elsa Garmire. Theory of quarter-wave-stack dielectric mirrors used in a thin Fabry-Pérot filter[J]. *Appl. Opt.*, 2003, **42**(27): 5442~5449
- 9 M. Golosovsky, Y. Neve-Oz, D. Davidov *et al.*. Phase shift on reflection from metallodielectric photonic bandgap materials[J]. *Phys. Rev. B*, 2004, **70**(11): 115105
- 10 Wang Hui, Li Yongping. An eigen matrix method for obtaining the band structure of photonic crystals[J]. *Acta. Phys. Sin.*, 2001, **50**(11): 2172~2178
王 辉,李永平. 用特征矩阵法计算光子晶体的带隙结构[J]. 物理学报,2001, **50**(11): 2172~2178
- 11 M. Bayindir, B. Temelkuran, E. Ozbay. Tight-binding description of the coupled defect modes in three-dimensional photonic crystals [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, **84**(10): 2140~2143
- 12 M. Bayindir, S. Tanriseven, E. Ozbay. Propagation of light through localized coupled-cavity modes in 1D photonic band-gap structures [J]. *Appl. Phys. A*, 2001, **72**(1): 117~119