**文章编号:** 0253-2239(2010)02-0465-08

# 基于消隐点几何特性的摄像机自标定方法

# 霍炬<sup>1</sup>杨卫<sup>2</sup>\*杨明<sup>2</sup>

(1哈尔滨工业大学电气工程系,黑龙江哈尔滨150080;2哈尔滨工业大学控制与仿真中心,黑龙江哈尔滨150080)

**摘要** 基于正交的两组平行直线形成的消隐点的几何特性,提出了一种摄像机内外参数的自标定方法。该方法利 用连接光心与消隐点向量的正交性质,建立关于相机内参数的约束方程,并给出了约束方程的线性解法;针对现有 自标定方法未能标定畸变系数的现状,提出了一种考虑畸变的非线性最优化算法,该算法以线性求解得到的内参 数为初值,利用非线性单纯型法寻优标定畸变;建立消隐点坐标系,给出了摄像机外参数的求解算法。所给出的自 标定方法不需要知道空间点的精确坐标,具有易于实现、精度高和稳健性好的优点。

关键词 视觉光学;机器视觉;摄像机自标定;消隐点;畸变系数

中图分类号 TP391 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS20103002.0465

# A Self-Calibration Technique Based on the Geometry Property of the Vanish Point

Huo Ju<sup>1</sup> Yang Wei<sup>2</sup> Yang Ming<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Electrical Engineering Department, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150080, China <sup>2</sup> Control and Simulation Center, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150080, China

**Abstract** Based on the geometrical property of the vanish points determined by two perpendicular groups of parallel lines, a self-calibration approach was proposed to calibrate the camera's intrinsic and extrinsic parameters. Some constraints on the intrinsic parameters were established via the perpendicular property of the vectors, which connect the optical center and the vanish points. These constraints can be solved linearly by using variable substitute. Aiming at determination of the lens distortion coefficient, a nonlinear optimization approach, based on nelder-mead simplex algorithm, was proposed when the center to center distance between adjacent sensor elements is known. The intrinsic parameters obtained by the linear approach can be used as the initial value of the nonlinear optimization algorithm. The extrinsic parameters were obtained by establishing a transitional coordinate system. The approaches proposed in this paper do not need the actual coordinate of the calibration points. Extensive simulations and experimental results with real images show that these proposed approaches are both accurate and robust. **Key words** visual optics; machine vision; camera self-calibration; vanish point; lens distortion

1 引

言

摄像机标定是计算机视觉中的一个重要过程, 其任务是确定空间点投影的 2D 坐标与其空间 3D 坐标间的映射关系。传统的摄像机标定方法<sup>[1]</sup>需要 利用已知精确坐标的标定参照物,然后利用其精确 坐标与图像坐标的匹配求内参数。自 1992 年,O. D. Faugeras 和 S. Maybank 提出利用图像自身信息 的摄像机自标定<sup>[2~4]</sup>(Self-calibration)概念以来,很 多学者对其进行了研究。已有的自标定技术可以分 为三类:基于主动视觉<sup>[5]</sup>的摄像机自标定技术、利用 本质矩阵和基本矩阵的自标定方法以及利用绝对二 次曲线和极线变换性质的摄像机自标定方法。主动 视觉的标定方法需要位移平台,难以实现,而基于基 本矩阵或绝对二次曲线的自标定方法需要求解 Kruppa方程,对噪声和初值敏感,求解困难。很多 学者尝试突破现有摄像机标定的思想<sup>[6,7,13]</sup>。消隐 点是平行直线在像平面投影的交点,目前使用消隐 点进行标定的方法都是将其作为过渡值求圆环

- E-mail: torch@hit.edu.cn
  - \* 通信联系人。hustyw@Gmail.com

收稿日期: 2009-03-25; 收到修改稿日期: 2009-08-22

基金项目:黑龙江省杰出青年科学基金(JC200606)资助课题。

作者简介: 霍 炬(1977-),男,博士,副教授,主要从事机器视觉和半实物仿真等方面的研究。

点<sup>[8,9]</sup>的投影坐标,再利用圆环点坐标求解基本矩阵。本文提出了一种直接利用消隐点坐标进行摄像机自标定的方法,相比求圆环点投影坐标的方法,原理更为简单,不需要进行 Cholesky 分解,且给出了一种可行的畸变标定算法,提高了标定精度。

# 2 算法理论

#### 2.1 摄像机投影模型

小孔模型是计算机视觉中广泛应用的一种摄像

机成像模型,成像映射涉及到不同坐标系间的转换。 如图 1 所示,定义如下坐标系:图像坐标系以计算机 图像左上角为原点,横纵轴分别为 xy 方向,单位为 像素;像平面坐标系以光轴与像平面的交点 O。为原 点,xy 轴分别为像平面的水平和垂直轴;摄相机坐 标系以光心O为原点,光轴为z轴,xy 轴方向分别平 行于像平面的水平和垂直轴;世界坐标系是三维空 间的参考系,本文对世界坐标系的选取见第4节。



图 1 摄像机小孔透视的几何模型

Fig. 1 Geometry model of the camera's pin-hole perspective

可以推导出理想的小孔模型下,空间点在世界 坐标系下的坐标 P<sub>w</sub>(x<sub>w</sub>, y<sub>w</sub>, z<sub>w</sub>)<sup>T</sup> 与其投影点在图 像坐标系下的坐标 p(u, v)<sup>T</sup> 间的映射关系为

$$\frac{1}{z_{c}}\begin{bmatrix} u\\v\\1\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f/d_{x} & \gamma & c_{x}\\0 & f/d_{y} & c_{y}\\0 & 0 & 1\end{bmatrix} \cdot \left\{ \boldsymbol{R} \cdot \begin{bmatrix} x_{w}\\y_{w}\\z_{w}\end{bmatrix} + \boldsymbol{T} \right\} = A^{*} \cdot \begin{bmatrix} \boldsymbol{R} & \boldsymbol{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{w}\\y_{w}\\z_{w}\\1\end{bmatrix}, \qquad (1)$$

式中 $A^*$ 是摄像机内参数矩阵;  $\begin{bmatrix} R & T \end{bmatrix}$ 是外参数矩 阵; f 是摄像机焦距;  $d_x$ ,  $d_y$  是 CCD 感光元间的横 向和纵向间距;  $c_x$ ,  $c_y$  是主点坐标;  $\gamma$  是倾斜因子, — 般情况下 $\gamma$ 为0, 表示传感器芯片为方形; 用  $f_x$  表 示 $f/d_x$ ,  $f_y$  表示 $f/d_y$ ;  $z_c$  是空间点在摄像机坐标系 下的 z 坐标值。R 是一个 3×3 的旋转正交阵, 表示 摄像机坐标系与世界坐标系的旋转关系, T 是 3×1 的平移向量, 表示两坐标系间的位置关系。

由于加工、工艺和装备方面的误差,摄像机的镜 头非理想的光学镜头,投影并不严格遵守小孔成像 模型,而是存在畸变。畸变可分为径向畸变、离心畸 变和薄透镜畸变。

一般径向畸变是其他两项的10~20倍,本文主 要考虑一次径向畸变的影响,将畸变影响从像平面 坐标系转移到图像坐标系,有如下表达

$$\begin{cases} u = u_{d} + k \cdot [(u_{d} - c_{x})^{2} + (v_{d} - c_{y})^{2}]d_{x}^{2} \cdot (u_{d} - c_{x}), \\ v = v_{d} + k \cdot [(u_{d} - c_{x})^{2} + (v_{d} - c_{y})^{2}]d_{y}^{2} \cdot (v_{d} - c_{y}), \end{cases}$$

$$(2)$$

式中 k 为一次径向畸变系数, u<sub>d</sub>, v<sub>d</sub> 为畸变后的投影 坐标, u, v 为理想的投影坐标。(1) 式和(2) 式构成了 空间点三维坐标与其投影点图像坐标间的映射关 系。摄像机标定的主要任务就是求摄像机的内外参 数矩阵 A, R, T 及畸变系数 k。

#### 2.2 正交的两组平行直线消隐点的几何性质

欧氏空间中两条平行直线相交于无穷远点,理 想的小孔模型下,这两条平行直线经过摄像机得到 的投影也为直线,且一般情况下其投影线相交,交点 称为消隐点(vanish point),它是无穷远点在像平面 上的投影。

由文献[10]可知,连接摄像机光心与空间平行

线在投影平面形成的消隐点的连线,必平行于空间 平行线。采用一种正交的两组平行直线的模板,该 模板经理想投影的情形如图 2 所示,空间直线  $L_1 // L_2, L_3 // L_4, L_1 \perp L_3, L_1 和 L_2$ 的像 $l_1, l_2$ 交于 消隐点 $A, L_3$ 和 $L_4$ 的像 $l_3, l_4$ 交于消隐点B,则由定 理可知,光心O与消隐点A, B的连线分别平行于原 平行直线: $OA // L_1, OB // L_3, 则 OA \perp OB, O 位于$ 以 AB 为直径的球上。





可以得到如下结论:有两组平行直线,它们相互 正交,则摄像机光心位于以由这两组平行直线投影 得到的两个消隐点为直径的球上。

## 3 根据消隐点求解内参数的方法

#### 3.1 不考虑畸变的线性求解方法

根据上述原理,设理想情况下,在图像坐标系下由 模板图像得到的两消隐点为: $A(u_A, v_A), B(u_B, v_B), 则$ 在摄像机坐标系下 A, B 的坐标为: $A[(u_A - c_x)d_x, (v_A - c_y)d_y, f], B[(u_B - c_x)d_x, (v_B - c_y)d_y, f], 以消隐$ 点 <math>A, B 的连线为直径的圆球体方程

$$\left[x - \frac{1}{2}(u_{A} + u_{B}) \cdot d_{x} - c_{x}d_{x}\right]^{2} + \left[y - \frac{1}{2}(v_{A} + v_{B}) \cdot d_{y} - c_{y}d_{y}\right]^{2} + (z - f)^{2} = \left(\frac{u_{A} - u_{B}}{2} \cdot d_{x}\right)^{2} + \left(\frac{v_{A} - v_{B}}{2} \cdot d_{y}\right)^{2}.$$
 (3)

由 2.2 节中结论,光心 O(0,0,0)<sup>T</sup> 在该圆球上,代入有

$$\frac{1}{f_x^2}(c_x - u_A)(c_x - u_B) + \frac{1}{f_y^2}(c_y - v_A)(c_y - v_B) + 1 = 0.$$
(4)

(4)式是关于摄像机内参数  $c_x, c_y, f_x, f_y$  的方

程,有4个未知数,仅拍摄一幅图像无法求解。设在 不同位置共拍摄 N 组图像,第 $i(1 \le i \le N)$  组图像 确定的两消隐点为: $A_i(u_{iA}, v_{iA}), B_i(u_{iB}, v_{iB})$ 。

1) 如  $d_x$ ,  $d_y$  已知, 则  $N \ge 3$  时, 利用(4)式构成 的方程组就可以解出相机内参数, 此时可以解出摄 像机的焦距 f;

2)  $d_x, d_y$ 未知时,由第 $i, j(i \neq j)$ 组图像得到的 (4) 式相减可以得到

$$\frac{1}{f_x^2} \left[ (u_{jA} + u_{jB} - u_{iA} - u_{iB}) c_x + (u_{iA} u_{iB} - u_{jA} u_{jB}) \right] + \frac{1}{f_y^2} \left[ (v_{jA} + v_{jB} - v_{iA} - v_{iB}) c_y + (v_{iA} v_{iB} - v_{jA} v_{jB}) \right] = 0.$$
(5)
  
(5)
  
(6)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(7)
  
(

 $f_x^2/f_y^2$ ,则(5)式变为

$$(u_{jA} + u_{jB} - u_{iA} - u_{iB})x' + (v_{jA} + v_{jB} - v_{iA} - v_{iB})y' + (v_{iA}v_{iB} - v_{jA}v_{jB})z' = u_{jA}u_{jB} - u_{iA}u_{iB}.$$
 (6)

三个未知数,至少需要 3 个独立方程才能求解,  $N \ge 4$ 时,由(6)式组成方程组可以解得 x',y',z',相 机内参数: $c_x = x'$ ,  $c_y = y'/z'$ ,将  $c_x, c_y, z'$ 代入(4)式 中,可以求得  $f_x, f_y$ 。

以上内参数的求解过程是线性的,本质是由消 隐点坐标建立以相机内参数为待定参数的圆球方 程,光心O在球上,代入圆球体方程建立关于内参 数的方程组,利用变量代换求解。显然为使模板直 线投影相交形成消隐点,所拍摄模板的平行直线不 能相对光轴对称分布,且呈 30°~60°倾角为宜。如 果在模板上设置两组正交的平行线组,则每幅模板 图像可以确定两组方程,此时仅需拍摄两幅图像即 可求解内参数。

#### 3.2 考虑畸变的非线性最优化方法

上述标定过程,没有考虑畸变的影响,实际使用的摄像机镜头在远离图像中心处会产生较大的几何 畸变,对空间点坐标的重构精度有很大影响。基于 2.2节的几何模型,在*d<sub>x</sub>*,*d<sub>y</sub>*已知的情况下,提出一 种畸变标定算法,该算法基于如下观点:

利用  $k, f, c_x, c_y$  对畸变后的两组正交的平行直 线的投影进行修正,并求得新的消隐点坐标 A', B', 在  $k, f, c_x, c_y$  取真值时,  $\overrightarrow{OA'} \perp \overrightarrow{OB'}$ , 且在真值的某 一邻域内,  $\overrightarrow{OA'}, \overrightarrow{OB'}$ 的垂直程度与  $k, f, c_x, c_y$  对真 值的偏离程度成反比。

建立垂直度的指标函数

$$F(k, f, c_x, c_y) = \frac{|\overrightarrow{OA}'_1 \cdot \overrightarrow{OB}'_1|}{|\overrightarrow{OA}'_1| \cdot |\overrightarrow{OB}'_1|} + \frac{|\overrightarrow{OA}'_2 \cdot \overrightarrow{OB}'_2|}{|\overrightarrow{OA}'_2| \cdot |\overrightarrow{OB}'_2|} + \dots + \frac{|\overrightarrow{OA}'_N \cdot \overrightarrow{OB}'_N|}{|\overrightarrow{OA}'_N| \cdot |\overrightarrow{OB}'_N|}, (7)$$

式中 $\overrightarrow{OA}'_{i}, \overrightarrow{OB}'_{i}$ 为第i幅图像确定的两消隐点与光心 O的连接向量,有如下表达

$$\overrightarrow{OA}_{i} = \begin{bmatrix} \underline{u}_{Ai}^{\prime} - c_{x} & \underline{v}_{Ai}^{\prime} - c_{y} \\ d_{x} & \underline{d}_{y} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}},$$
  
$$\overrightarrow{OB}_{i} = \begin{bmatrix} \underline{u}_{Bi}^{\prime} - c_{x} & \underline{v}_{Bi}^{\prime} - c_{y} \\ d_{x} & \underline{d}_{y} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}.$$
(8)

角标 T 为转置符, (*u*<sub>Ai</sub><sup>'</sup>, *v*<sub>Ai</sub><sup>'</sup>) 和(*u*<sub>Bi</sub><sup>'</sup>, *v*<sub>Bi</sub><sup>'</sup>) 为对第 *i* 幅图像投影直线按(2) 式修正后,得到的两消隐点 的图像坐标,建立(9)式所示的最优化问题

$$(k^*, f^*, c_x^*, c_y^*) = \min_{\substack{k, f, c_x, c_y}} F(k, f, c_x, c_y),$$
(9)

其几何意义是:求最优的内参数  $k^*$ ,  $f^*$ ,  $c_x^*$ ,  $c_y^*$ , 使 每幅图像确定的两消隐点与光心的连接向量都有最 接近垂直的关系, 对 F 使用描述性函数表达, 利用 Nelder-Mead 非线性单纯型法<sup>[11,12]</sup>, 对(9)式进行寻 优, 以 3.1 节线性方法求得的 f,  $c_x$ ,  $c_y$  作为初值, 畸 变系数 k 初值取为 0, 以最优的  $k^*$ ,  $f^*$ ,  $c_x^*$ ,  $c_y^*$  作为 摄像机内参数值。 焦距 f 不对投影坐标修正, 为提高 寻优精度, 可以分别对 f 和 k,  $c_x$ ,  $c_y$  进行迭代寻优, 但会增加计算量。

### 4 相机外参数的求解方法

摄像机外参数的标定即要确定世界坐标系与相 机坐标系间的旋转与平移矩阵[R T]。如图 3 所 示,将世界坐标系选取为:以 $L_1L_3$ 交点 $O_w$ 为圆心,  $L_1,L_3$ 分别为x轴和y轴方向,按右手系规则确定 z轴;为确定旋转矩阵R,建立消隐点坐标系 OABC:光心O为原点,以OA为x轴,OB为y轴, OC为OA与OB向量的交积方向。

由 OA //L1, OB //L3, 且都满足右手系规则,显





然系 OABC 与世界坐标系具有平行的性质,以 OABC 为过渡坐标系,先求相机坐标系与 OABC 的旋转关系。

由已求得的摄像机内参数  $c_x, c_y, f_x, f_y,$ 消隐点 A,B 的图像坐标  $(u_A, v_A), (u_B, v_B)$  则,在相机坐标 系下 $\overrightarrow{OA} = [(u_A - c_x)d_x, (v_A - c_y)d_y, f]^T, \overrightarrow{OB} = [(u_B - c_x)d_x, (v_B - c_y)d_y, f]^T, 与 \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}$ 都垂直, 构成过渡坐标系 z 轴方向的向量 $\overrightarrow{OC} = \overrightarrow{OA} \times \overrightarrow{OB}$ 。

世界坐标系与相机系的旋转矩阵 R 并不一定 等于 R',两平行直线上的向量有平行和相反两种情况,要判断世界坐标系与消隐点坐标系 OABC 间的 方向关系。世界坐标系的  $x_w$ , $y_w$  轴会在像平面上 形成两个方向,消隐点位置与  $x_w$ , $y_w$  轴的投影方向 x',y'有如图 4 所示的四种可能情况。



图 4 消隐点位置与世界系坐标轴投影方向的四种可能情况

Fig. 4 Four kinds of the positional relationship between the vanish points and the projection of the coordinate axes

设求得的  $\mathbf{R}' = [r_1 \quad r_2 \quad r_3]$ ,则世界坐标系到 相机系的旋转矩阵  $\mathbf{R}$  有如下可能情况:

1) 如图 4(a),消隐点 A, B均位于x', y'的正向上,则  $\mathbf{R} = \mathbf{R}' = [r_1 \quad r_2 \quad r_3];$ 

2) 如图 4(b),消隐点 A 位于 x' 的正方向上,消 隐点 B 位于 y' 的负方向上, **R**=[ $r_1$   $-r_2$   $-r_3$ ];

3)如图 4(c),消隐点 A 位于 x' 的负方向上,消 隐点 B 位于 y' 的正方向上, R=[-r<sub>1</sub> r<sub>2</sub> -r<sub>3</sub>];
4)如图 4(d),消隐点 A, B均位于 x', y' 的负方向上, R = [-r<sub>1</sub> - r<sub>2</sub> r<sub>3</sub>]。

已知世界坐标原点  $O_{x}$  投影点的坐标  $O'_{x}$ ,利用投 影向量 $\overline{O_{x}}A, \overline{O_{x}}B$ 与 x', y'的符号即可判断世界坐标系 与消隐点坐标系间的方向关系。设判断方向后求得的  $R = [r'_{1} r'_{2} r'_{3}],由于最优化得到的内参数不一定能$  $使 <math>r'_{1}, r'_{2}, r'_{3}$ 满足旋转正交性质,采用最小距离准则来求 R的最佳解。设 $R = [r'_{1} r'_{2} r'_{3}], - 般情况下它是不满$  $足正交性的,是最优解 <math>R^{*}$ 的一个近似值,由 R 求  $R^{*}$ 的规则为: $\min_{R} ||R^{*} - R||_{F}^{2} \equiv (R^{*})^{T}R^{*} = 1$ ,具体求 法为:特征值分解  $R = UDV^{T}, D = \operatorname{diag}(\delta_{1}, \delta_{2}, \delta_{3}),$ 则 最优的  $R^{*} = UV^{T}$ ,具体见文献[14]。

设世界坐标系原点在图像平面成像  $Q'_{w}(u_{w},v_{w}), 则$ 世界 坐标系与相机坐标系间的平移向量  $T = [\lambda u_{w}d_{x} \quad \lambda v_{w}d_{y} \quad \lambda f]^{T} = \lambda' [u_{w}/f_{x} \quad v_{w}/f_{y} \quad 1]^{T},$ 如果知道另一个投影点对应的空间坐标,代入(1)式即 可解出  $\lambda'$ 。 5 实验结果

#### 5.1 仿真实验

假设摄像机的内参数为  $c_x = 340, c_y = 270,$  $f_x = 3333.333, f_y = 3333.333, f = 30,$  图像分辨 率 640 pixel×480 pixel。实验拍摄 4 组图像,对应 确定旋转矩阵的偏航、俯仰、滚转角分别为第一位 置: $\theta = 10^\circ, \varphi = 10^\circ, \phi = 20^\circ;$ 第二位置: $\theta = 15^\circ, \varphi = -30^\circ, \phi = 10^\circ;$ 第三位置: $\theta = 40^\circ, \varphi = 20^\circ, \phi = 30^\circ;$ 第 四位置: $\theta = 10^\circ, \varphi = 20^\circ, \phi = 10^\circ$ 。设置四个位置向量 分别为: $T_1 = [3000, 2000, 1000]^T, T_2 = [2000, 1000,$  $1000]^T, T_3 = [1000, -1500, 4000]^T, T_4 = [1000,$  $1500, 3000]^T$ 。

拍摄的目标点空间坐标为:A=(0,0,0),B= (0,40,0),C=(40,40,0),D=(40,0,0)。 5.1.1 不考虑畸变的线性标定方法

不考虑畸变,由A,B,C,D在四个不同位置的 仿真投影,按(6)式建立方程组,线性求解内参数。 以A点为原点, $\overrightarrow{AB}$ 为x轴, $\overrightarrow{AD}$ 为y轴,建立世界坐 标系,以第一拍摄位置时的坐标系关系为外参数,求 平移向量时假设已知B点坐标。在每个投影点上, 加入幅值为 $0\sim3$  pixel 的随机噪声,图 5 为在每个 噪声水平下进行 100 次独立实验后,摄像机内外参 数与其真值的均方差变化曲线。

不考虑畸变的仿真结果说明了本方法的原理正 确性,且在噪声较大的情况下,仍能很好地进行标



Fig. 5 Error curves of the intrinsic and extrinsic parameters determined by the linear approach in different levels of noise, ignore the lens distortion. (a) main point error; (b) main  $f_x$ ,  $f_y$  error; (c) attitude angle error; (d) position error



2 期



图 6 考虑畸变时,非线性标定结果与真值偏差随噪声的变化曲线。(a)迭代次数变化;(b)焦距偏差;(c)畸变系数偏差; (d)主点偏差

Fig. 6 Error curves of the intrinsic parameters determined by the nonlinear optimization algorithm in different levels of noise, with the lens distortion. (a) iterative times; (b) focus length error; (c) lens distortion coefficient error; (d)

main point error

图 6 仿真实验结果显示,加入畸变后,利用提出的非线性最优化方法可以实现对畸变的标定,标定 精度与噪声大小近似呈线性关系,在噪声值达到 3 个像素时,标定参数的相对误差均保持在 5×10<sup>-2</sup> 以内,该方法有很高的精度。图中曲线有毛刺现象 出现,但迭代次数没有大的起伏,说明该现象是由于 非线性引起的,不是算法本身的问题,毛刺尖峰值的 跃升度很小,不会影响标定。

#### 5.2 实际图像实验

实验采用的模板为横向和纵向间隔分别为 45 mm和 35 mm的 LED 灯阵模板,相机型号 Pulnix TM-6710,分辨率 640 pixel×480 pixel,感光元间距 9 μm,镜头型号为 Navitar 12.7-75D/F1.8。

如图 7 所示,拍摄 4 个不同位置的模板图像,选取 其中四边形 ABCD 所围成的 25 点作为标定点,确定的 5 条正交平行直线求消隐点,以 A 点为原点, AD, AB 分 别为 x,y 轴建立世界坐标系,以第一拍摄位置时的坐 标系关系为外参数,分别做如下 3 组实验:

1) 使用经典的 Tsai 方法标定;

2)使用 3.1 节的方法,线性方法标定内外参数,不标定畸变;

3)使用 3.2 节的方法,以线性方法标定内参数 为初值,利用非线性最优化方法标定畸变;

结果如表1所示。



图 7 实际拍摄的标定模板图像(圆、虚线和数字为添加的标示) Fig. 7 Real images of the calibration pattern (the circles lines and letters are artificial marks)

Calibration method	Intrinsic parameters	Extrinsic parameters
Classical Tsai method	f=70.1962, $k=7.0875 \times 10^{-5},$ $c_x=290.9193,$ $c_x=112.8735$	$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} 0.9587 & -0.0767 & 0.2739 \\ -0.0786 & 0.8539 & 0.5145 \\ -0.2733 & -0.5148 & 0.8126 \end{bmatrix}, \mathbf{T} = \begin{bmatrix} -70.6473 \\ 9.9508 \\ 4595.9576 \end{bmatrix}$
Linear clibration method	f = 65.3452,	$\begin{bmatrix} 0.9851 & -0.0216 & 0.1704 \end{bmatrix}$
without considering	$c_x = 644.9943$	$\mathbf{R} = \begin{vmatrix} -0.0553 & 0.8993 & 0.4337 \end{vmatrix}, \mathbf{T} = \begin{vmatrix} 103.0620 \end{vmatrix}$
distortion	$c_x = -46.7220$ f = 70.9091,	L-0.1626 -0.4367 0.8848 3060.9708
Calibration considering distortion	$k = 3.3567 \times 10^{-5}$	$\begin{bmatrix} 0.9745 & -0.0383 & 0.2212 \\ 0.1047 & 0.7270 & 0.7270 \\ 0.1047 & 0.7270 & 0.7270 \\ 0.1047 & 0.7270 $
	$c_x = 791.4565$ $c_x = -1609.3015$	$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} -0.1247 & 0.7272 & 0.6750 \\ -0.1867 & -0.6854 & 0.7038 \end{bmatrix}, \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1028.0544 \\ 4615.7037 \end{bmatrix}$

表1 根据实际图像进行相机内外参数标定结果

Table 1 Intrinsic and extrinsic parameters obtained through the real image data

在第一位置模板图像下,对图像中的点按左右 上下的顺序标号,共48个可用点,由标定得到的相 机参数,对这48个点用共面法进行单相机重构,重构坐标与实际坐标的误差曲线如图8所示。



图 8 根据标定结果重构的点,与其真实位置的距离误差曲线。(a)经典的 Tsai 方法标定;(b)本文线性标定方法, 不标定畸变;(c)本文考虑畸变方法

Fig. 8 Curve of the distance error between the re-construct points and the actual points. (a) Tsai method; (b) linear method; (c) nonlinear optimization approach

实际图像实验表明,使用非线性最优化求畸变, 利用未知坐标 25 点标定,定位误差在 1.6 mm 以 内。相比未标定畸变的结果,很大程度提高了标定 精度,所提出的方法实际有效。与经典的 Tsai 两步 法比较,虽然精度稍逊于两步法,但本文方法不需要 精确的标定点坐标,减少了对外部测量设备的依赖, 且房屋、地板等场景都具有正交的平行直线,应用场 合更为广泛。现有的自标定方法不能标定畸变,多 用于虚拟现实等精度要求不高的场合,虽然本文方 法需要进行非线性寻优,时间复杂度略差,但该方法 重构精度在毫米级,相机距离目标 4m 以上,重构平 均距离误差 0.64336 mm,相对现有的自标定方法, 如文献[5]中的主动视觉标定方法(相机距离目标 1.5 m,重构平均距离误差在 1 mm,且需要移动平 台),在标定精度和实现方便性上已有很大提高。

# 6 结 论

实现的带畸变系数修正的基于消隐点几何特性的摄像机自标定方法,三维重构精度可达到毫米级,并具有算法简单和易于实现等优点,克服了传统的自标定方法精度不高和算法复杂等缺陷,可应用于测试要求较为苛刻的场合,拓展了自标定方法的使用领域。在实际测量中,所拍摄场景中出现正交的两组平行直线的测量前提易于满足,同时若能已知某些点的精确位置,则可对摄像机的外参数进行进一步修正,从而提高该方法的测量精度。

#### 参考文献

<sup>1</sup> Roger Y. Tsai. A versatile camera calibration technique for highaccuracy 3D machine vision metrology using off-the-shelf TV cameras and lenses[J]. *IEEE J. Robot. Autom.*, 1987, 3(4): 323~344

- 2 O. D. Faugeras, Q. T. Luong, S. J. Maybank. Camera selfcalibration: theory and experiments[C]. Proc. the 2nd European Conference on Computer Vision Berlin: Springer, 1992, 588: 321~334
- 3 S. Maybank, O. D. Faugeras. A theory of self-calibration of a moving camera [J]. Int. J. Comput. Vision, 1992, 8 (2): 123~151
- 4 R. Hartley. Self-calibration of stationary cameras [J]. Int. J. Comput. Vision, 1997, 22(1): 5~23
- 5 Songde Ma. A self-calibration technique for active vision systems [J]. *IEEE T. Robot. Autom.*, 1996, **12**(1): 114~120
- 6 Liu Yuankun, Su Xianyu. New camera calibration technique based on phase measurement[J]. Opto-Electronic Engineering, 2007, 34(11): 65~69

刘元坤,苏显渝.基于相位测量的摄像机标定方法[J].光电工程,2007,**34**(11):65~69

- 7 Li Weimin, Yu Qiaoyun, Liu Chao. Calibration method with separation pattern of a single-camera based on difference coordinates[J]. Acta Optica Sinica, 2006, 26(5): 697~701 李为民,俞巧云,刘 超.采用分离式差分标定靶的单摄像机标 定方法[J]. 光学学报, 2006, 26(5): 697~701
- 8 X. Q. Meng, H. Li, Z. Y. Hu. A new easy camera calibration

technique based on circular ooints[C]. Proc. the British Machine Vision Conference, Bristol: ILES Central Press, 2000, 496~501

- 9 Wu Fuchao, Wang Guanghui, Hu Zhanyi. A linear approach for determining intrinsic parameters and pose of cameras from rectangles[J]. J. Software, 2003, 14(3): 703~712
  吴福朝,王光辉,胡占义. 由矩形确定摄像机内参数与位置的线性方法[J]. 软件学报, 2003, 14(3): 703~712
- 10 R. Hartley. Multiple View Geometry in Computer Vision[M]. London: Cambridge University Press, 2003
- 11 J. A. Nelder, R. Mead. A simplex method for function minimization[J]. Comput. J., 1965, 7(4): 308~313
- 12 J. C. Lagarias, J. A. Reeds, M. H. Wright *et al.*. Convergence properties of the nelder-mead simplex method in low dimensions [J]. SIAM J. Optimiz, 1998, 9(1): 112~147
- 13 Liu Hongjian, Luo Yi, Liu Yuncai. Variable precision camera calibration using neural network [J]. Optics and Precision Engineering, 2004, 12(4): 443~448
  刘宏建, 罗 毅, 刘允才. 可变精度的神经网络摄像机标定法 [J]. 光学精密工程, 2004, 12(4): 443~448
- 14 Z. Zhang. A flexible new technique for camera calibration[J]. IEEE T. Pattern Analy., 2000, 22(11): 1330~1334