

文章编号: 0253-2239(2010)02-0440-05

基于掩膜和最小二乘迭代的相位解包裹方法

钱晓凡 张永安 李新宇 马惠

(昆明理工大学理学院激光研究所, 云南, 昆明 650051)

摘要 由于噪声、阴影、条纹断裂及欠采样等因素的影响,完成相位解包裹是一个困难的问题。最小二乘法能够提供平滑解,但无法限制噪声的传播,特别是其平滑作用,容易导致误差。另一方面,注意到最小二乘相位解包裹算法对空洞是有填充作用的——空洞中填充了向原始相位靠近的数值,为此提出了引入一个二值化掩膜,并将最小二乘相位解包裹算法多次迭代的解相方法,以求加强最小二乘法对空洞的填充作用,同时又保证其它地方不因多次迭代使误差放大,从而获得更好的解包裹结果。通过模拟计算和两个实验的检验表明,使用该方法得到的相位已经很接近实验值,此方法比不使用掩膜和迭代的最小二乘解包裹算法有更好的结果。

关键词 相位解包裹;最小二乘法;迭代;掩膜

中图分类号 O436.1 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS20103002.0440

Phase Unwrapping Algorithm Based on Mask and Least-Squares Iteration

Qian Xiaofan Zhang Yong'an Li Xinyu Ma Hui

(Laser Institute, College of Science Kunming University of Science and Technology,
Kunming, Yunnan 650051, China)

Abstract The difficulty of phase unwrapping to recover the phase from noise, holes, fringe breaks, undersampling and other degrading influences is a great challenge. On one hand, least-squares approach may provide a smoothed phase, but it cannot limit the transfer of noise, as well as the smoothing characteristic causing errors. On the other hand, least-squares algorithm may fill the holes with data of approaching original phase. We aimed at improving the filling effect, limiting the transfer of noise, a new phase unwrapping algorithm based on binary mask and least-squares iteration is presented. One simulated result and two experimental examples of phase unwrapping using new method showed its validity, the obtained phase which approached original value very well and was much better than the results from single least-square unwrapping operation.

Key words phase unwrapping; lest-square algorithm; iteration; mask

1 引言

光学干涉计量技术(以及 InSAR 雷达技术等)能够实现非接触检测并提供全场的信息,因而有重要的实用价值。但这些技术获得的相位是被“包裹”(或缠绕)的,这是因为计算相位一般要使用反正切函数,其值域是 $(-\pi, \pi]$,因而相位被限定在 $(-\pi, \pi]$ 之内,直接计算得到的相位被“截断”了(称为被“包裹”或“缠绕”),所以不能直接得到待测的实际相

位。实际测量时必须将被截断(包裹)的相位连接起来,即解除相位“截断”,把被包裹的相位恢复到实际的相位值,这个过程称为相位解包裹、相位展开或者解相等。相位解包裹的算法发展很快,国内、外学者提出了很多算法,归结起来主要是三种,即基于残点确定积分路线的残差缺口法^[1~4],依据最小二乘准则的路径无关算法^[5~7]以及基于网络流理论的网络流相位解包裹算法^[8]。从数学意义上看,相位解包

收稿日期: 2009-02-18; 收到修改稿日期: 2009-04-29

基金项目: 云南省科研基金(2007F028M)资助课题。

作者简介: 钱晓凡(1963—),男,教授,硕士生导师,主要从事光信息处理及应用和数字全息等方面的研究。

E-mail: qianxiaofan1@sina.com

裹问题是一个不适定问题,目前各种算法都是在一定程度上近似地逼近真实解。可以说各种相位解包裹算法不同之处本质上是目标函数的不同或者求解算法的不同。目前已经提出了很多目标函数,如枝切法以连接的枝切最短为目标函数,最小范数法包裹相位梯度与待求相位梯度之间的最小范数解为目标函数,还有一些基于贝叶斯推断的统计模型等。而求解这些目标函数涉及到大量的数值求解算法,如基于离散 Poisson 方程求解的 dct 算法、fft 算法和多重网格算法,基于网络优化理论中的最小间隔树和最小费用流等算法,以及基于统计力学里的模拟退火和均方退火等一些算法。

实际问题中,由于噪声、阴影、条纹断裂及欠采样等因素的影响,相位解包裹成为一个非常困难的问题,因为包裹相位中有大量不可靠数据点存在。前面提到的各种算法有着各自的优、缺点及适用条件。比如残差缺口法是一种高效、精确的相位解包裹算法,但由于需要设置枝状缺口,对于有大量不可

靠数据点的区域,容易形成孤岛而无法解包裹。又比如最小二乘法能够提供平滑解,但无法限制相位噪声的传播,特别是最小二乘法的平滑作用,有峰削尖、谷填底和陡坡变缓的趋势,继而导致误差,对此有研究者提出了加权最小二乘解包裹算法^[9,10],取得了不错的效果。

2 最小二乘相位解包裹算法的平滑和填充特性

最小二乘法有“平滑作用”,一般认这为是该方法的缺点之一,其实它还有填充的特性。为了描述其特点,作下面的模拟计算:用 Matlab 中的 peaks 函数再乘以 4 构建一个二维相位分布(512 pixel \times 512 pixel),并且让其中的第 100 行到第 200 行、第 320 列到第 380 列的区域等于零,形成一个空洞,直接用基于离散 Poisson 方程的最小二乘法解包裹,得到的结果如图 1 所示。

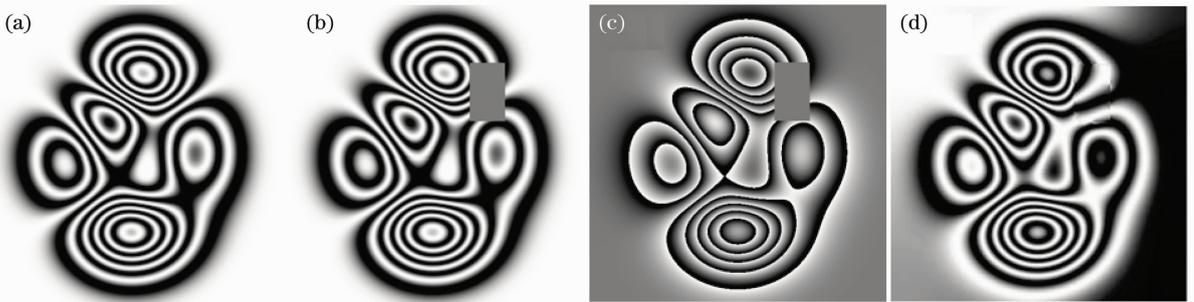


图 1 模拟计算结果

Fig. 1 Simulated results

图 1(a)是设定的原始相位(没有加空洞)取余弦函数后的分布,图 1(b)是原始相位(加空洞)取余弦函数后的分布,而图 1(c)是包裹相位图,图 1(d)是恢复回来的相位取余弦函数后的分布。比较图 1(a)和图 1(d),容易看到用单次基于离散 Poisson 方程的最小二乘法解包裹得到的结果中,由于噪声的传播,右侧出现较大的整体偏差,峰削尖、谷填底和陡坡变缓也比较明显。

最小二乘相位解包裹算法对空洞是有填充作用的——空洞中填充了向原始相位靠近的数值,这其实是小二乘法“平滑作用”导致的一个效果。于是考虑能否用多次迭代来加强这种填充效果,但同时要保证其它地方不因多次迭代使误差放大,从而实现有大量不可靠数据点存的包裹相位的更好解包裹,这就是我们提出使用掩膜,并将小二乘相位解包裹算法多次迭代,实现有大量不可靠数据点存在

的包裹相位更好解包裹的出发点。

3 基于掩膜和最小二乘算法迭代的相位解包裹方法的步骤及其模拟计算

针对小二乘法能够提供平滑解,但无法限制相位噪声的传播,有研究者提出了加权的加权最小二乘解包裹算法,而针对小二乘法有平滑作用,导致峰削尖、谷填底和陡坡变缓,还有研究者对加权进行了改进,提出了依据相位条纹的二阶差分的加权^[11],都在一定程度上取得了改进效果。

通过多次迭代来加强对空洞的填充效果,同时又要保证其它地方不因多次迭代使误差放大,解决思路类似于加权——提出引入一个二值化掩膜(只有“0”和“1”两个值)的迭代方法:掩膜中取“1”的部分,对应干涉条纹好(数据点可靠)的部分,取“0”的部分,对应空洞等不可靠数据点部分。先用该掩膜

去乘包裹相位,然后直接用最小二乘法解包裹,得到的相位用于下一次最小二乘法再解包裹,即进行迭代。迭代时,掩膜中取“0”的部分用上一次最小二乘计算的结果替代,以保留和加强填充效果,而掩膜中取“1”的部分仍取原始包裹相位值,以限制误差

放大。

为了检验提出的使用模板和最小二乘法多次迭代算法的效果,作模拟计算。计算还是以前面描述最小二乘法平滑、填充特点时用作模拟的有空洞相位分布为例,结果如图 2 所示。

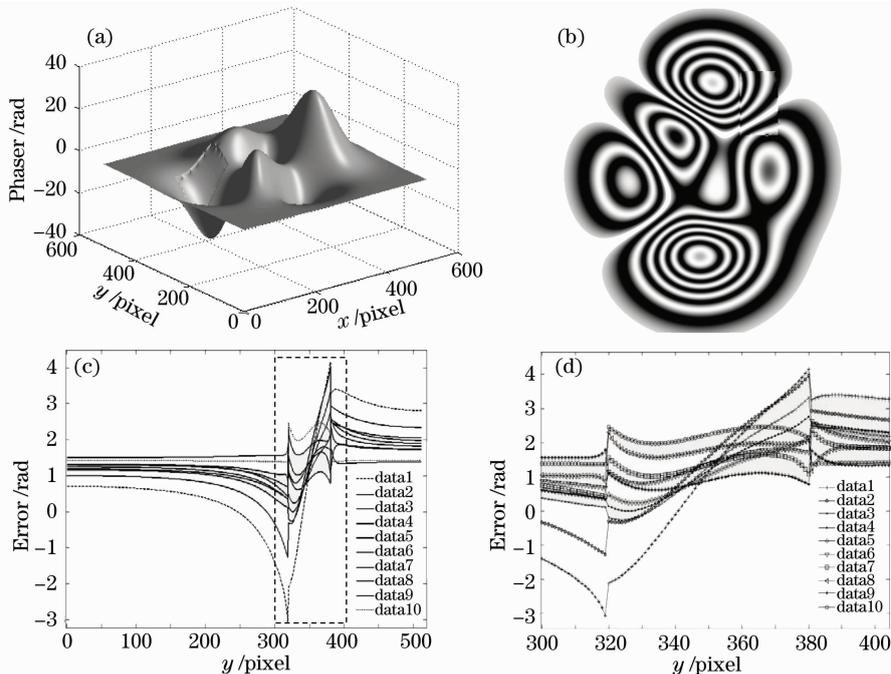


图 2 含有空洞的包裹相位经取掩膜和多次迭代解包裹算法模拟计算得到的结果

Fig. 2 Simulated unwrapping results of wrapped phase with a hole by the new method of using mask and least-square iteration

其中图 2(a)是经 10 次迭代后恢复回来的相位的三维图,图 2(b)是该恢复回来的相位取余弦函数后的分布,图 2(c)是 1 至 10 次迭代的结果与原始相位间误差的变化曲线(从“data1”到“data10”,取第 150 行的值),而图 2(d)是误差曲线的细部放大图[从第 300 列到第 405 列的值,对应图 2(c)中虚线框部分]。可以看到,迭代确实可以填充空洞,并且迭代次数增加后,在空洞之外,误差趋于一个常数(约 1.43 rad,与实际解包裹的问题有关),而空洞内,误差也逐渐减小。比较图 2(b)和图 1(a)、图 1(d),10 次迭代的结果已经非常接近原始相位,比单次使用最小二乘法解包裹得到的结果好很多,即使空洞内的结果有较大误差,但空洞外的结果依然很好,说明用掩膜和迭代的方法解决有空洞包裹相位的解包裹问题是可行的。至于解包裹得到的相位与原始相位相差一个常数,原因是用离散余弦变换(dct)求解离散 Poisson 方程有两次积分(dct 和 idct),边界条件的选取不同就会导致积分常数不同,但这对实际使用其实是没有影响的。事实上最

小二乘解在数学上等于求解具有 Neumann 边界条件: $\nabla x_{0m} = 0, \nabla x_{Nm} = 0, \nabla y_{m0} = 0$ 和 $\nabla y_{mM} = 0$ 的离散 Poisson 方程,在给定的二维分布面上得到的相位,其相位值的合趋于零,相当于在实际相位中减去了相位的平均值。

4 处理实验数据的验证结果

为了进一步检验使用掩膜和多次迭代的效果,用两组实验数据对该方法进行了检验。

第一个例子来自反射式数字全息实验:用 YAG 激光照射一个金属垫圈,物光反射光到 CMOS 上,与参考光干涉形成并记录下第一幅全息图,保持其它条件不变,仅将垫圈作微小转动,记录下第二幅全息图(光路如图 3 所示)。两幅全息图分别经衍射计算得到转动前、后的再现光场,将两个再现光场叠加可以得到干涉条纹,通过计算出转动前、后光场相位的变化,可以计算垫圈转过的角度。但由于再现光场中叠加有大量散斑,并且有一个较大的杂散光斑,导致干涉条纹中断,相位的计算(解包裹)并不轻松。用取掩

膜和多次迭代的方法求解相位,得到了很好的结果(与不使用掩膜和迭代得到的结果相比较)。结果如图 4 所示(图像大小均为 700 pixel×600 pixel)。

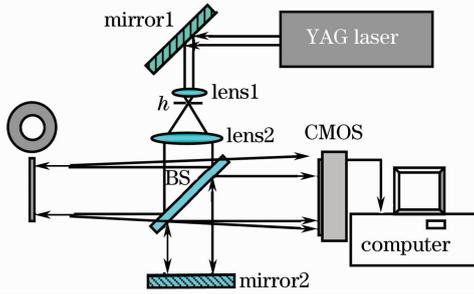


图 3 例 1 的光路设置示意图

Fig. 3 Experimental setup for example 1

图 4(a)是直接由两再现光场叠加得到的干涉条纹,图 4(b)是对应的包裹相位分布,可以看到有大量的散斑和干涉条纹中断。图 4(c)是对再现光场经5×5 中值滤波得到的包裹相位分布,图 4(d)是

用滤波后包裹相位取余弦得到的干涉条纹分布,尽管滤波收到了不错的效果,但依然有散斑以及干涉条纹中断存在。图 4(e)是用图 4(c)的包裹相位经 1 次最小二乘解包裹求得的相位,再取余弦后得到的干涉条纹分布,与图 4(d)比较可以发现,解包裹的效果并不理想。图 4(f)是选用的二值化掩膜,图 4(g)是该掩膜乘以中值滤波得到的包裹相位后的待解相位分布,图 4(h)到图 4(j)是用该待解相位分布,分别经 1 次、4 次和 8 次最小二乘解包裹迭代获得的相位,再取余弦后得到的干涉条纹分布,可以看到掩膜和迭代对解包裹效果的影响。图 4(k)和图 4(l)分别是实验和迭代后恢复回来的相位取余弦后的干涉条纹(已乘掩膜),而图 4(m)和图 4(n)分别是迭代后恢复回来的相位的三维图,其中图 4(m)没有乘掩膜,图 4(n)乘了掩膜。比较图 4(k)和图 4(l)可以看到,取掩膜并经多次迭代后得到的相位已经很接近实验值。

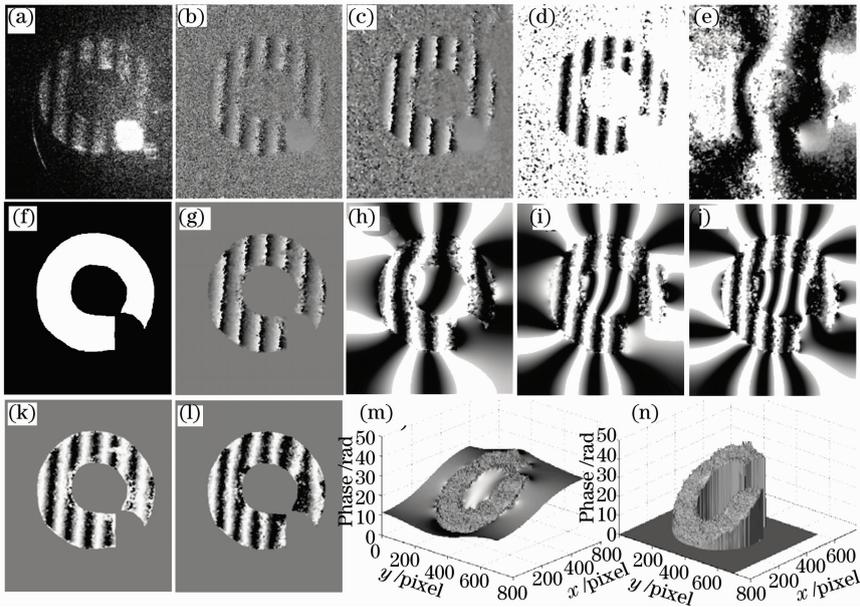


图 4 用掩膜和迭代法解包裹得到的实验结果(实例 1)

Fig. 4 Experimental results of unwrapped phase by the new method of using mask and iteration for example 1

另一个例子来自应力检测实验:在透明有机玻璃上打一个小孔,用 He-Ne 激光照射该有机玻璃,透射物光到达 CMOS 上,与参考光干涉形成并记录下第一幅全息图,然后对有机玻璃沿平行表面方向施以压力,保持其它条件不变,再拍摄第二张数字全息图(光路如图 5 所示)。用两张数字全息图分别计算激光通过有机玻璃后的再现光场,并将它们叠加后得到的干涉场。

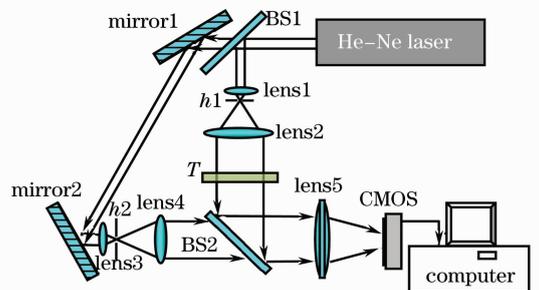


图 5 例 2 的光路设置示意图

Fig. 5 Experimental setup for example 2

与前面的实验一样,希望能准确计算出加力前、后再再现光场相位的变化,从而观察有机玻璃上的应

力分布。但由于再现光场中叠加有大量散斑,特别是有机玻璃上的小孔导致干涉条纹中断,使相位解包裹也很困难。用迭代算法求解相位,并与不迭代

得到的结果进行了比较。结果如图 6 所示(图像大小均为 $250 \text{ pixel} \times 300 \text{ pixel}$)。

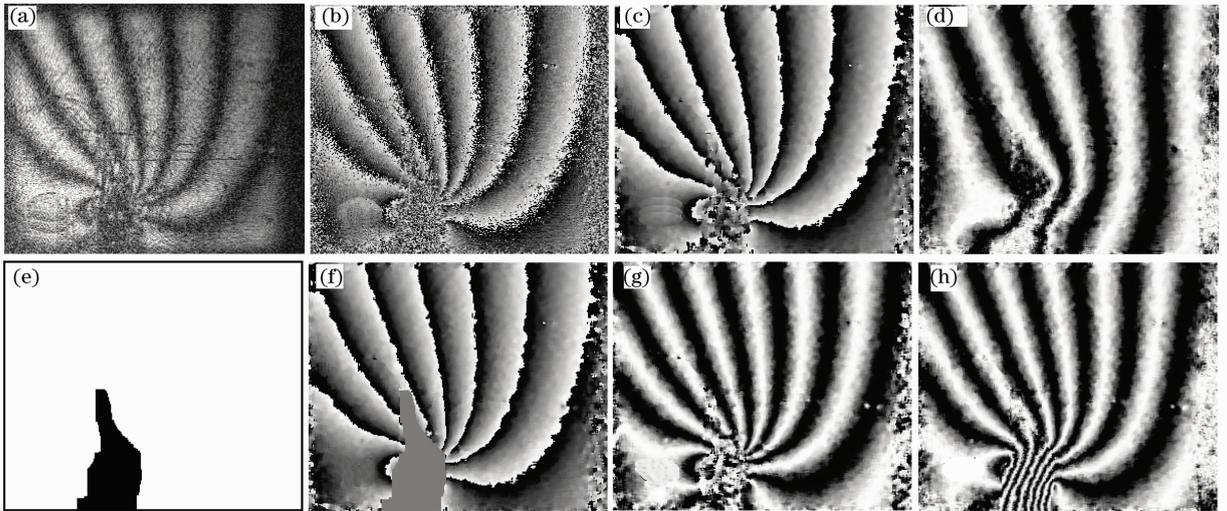


图 6 用掩膜和迭代法解包裹得到的实验结果(实例 2)

Fig. 6 Experimental results of unwrapped phase by the new method of using mask and iteration for example 2

图 6(a)是直接由两再现光场叠加得到的干涉条纹,图 6(b)是对应的包裹相位分布,显然也有干涉条纹中断和大量的散斑,图 6(c)是对再现光场经 5×5 中值滤波得到的包裹相位分布,图 6(d)是用图 6(c)的包裹相位经 1 次最小二乘解包裹求得的相位,再取余弦后得到的干涉条纹分布,图 6(e)是选用的二值化掩膜,图 6(f)是该掩膜乘以中值滤波得到的包裹相位后的待解相位分布,图 6(g)是用滤波后包裹相位取余弦得到的干涉条纹分布,图 6(h)是经 6 次最小二乘解包裹迭代获得的相位,再取余弦后得到的干涉条纹分布。比较图 6(g)、图 6(d)和图 6(h)可以看到,取掩膜并迭代后得到的相位很接近实验值,比不使用掩膜和迭代的最小二乘解包裹结果好得多。

从图 4 和图 6 注意到,经过多次迭代,原来掩膜中取“0”部分(对应空洞等不可靠数据点),相位都有了填充值,但总体上只是数学解上的合理值,并不一定是真实的实验值。因为图 4(j)、(m)中垫圈之外其实只应有散斑场,而图 6(h)中有机玻璃板上预先打下的小孔中也不应有应力分布。但无可否认,“填充”和迭代使得原来掩膜中取“1”部分,相位有了更好的解包裹结果,效果好于使用加权的最小二乘法[图 4(h)],并且误差也没有因迭代而被放大。

5 结 论

引入一个二值化掩膜,并将最小二乘相位解包

裹算法多次迭代的解相方法,以求加强最小二乘法对空洞的填充作用,同时又保证其它地方不因多次迭代使误差放大,从而获得更好的解包裹结果。

参 考 文 献

- 1 K. Itoh. Analysis of the phase unwrapping algorithm [J]. *Appl. Opt.*, 1982, **21**(14): 2470
- 2 A. Baldi. Two-dimensional phase unwrapping by quad-tree decomposition [J]. *Appl. Opt.*, 2001, **40**(8): 1178~1194
- 3 J. M. Huntley. Noise-immune phase unwrapping algorithm [J]. *Appl. Opt.*, 1989, **28**(16): 3268~3270
- 4 B. Gutmann, H. Weber. Phase unwrapping with the branch-cut method; role of phase-field direction [J]. *Appl. Opt.*, 2000, **39**(26): 4802~4816
- 5 M. D. Pritt, J. S. Shipman. Least-squares two-dimensional phase unwrapping using FFT's [J]. *IEEE Trans., on GRS*, 1994, **32**(3): 706~708
- 6 J. Meneses, T. Gharbi, P. Humbert phase unwrapping algorithm for images with high noise content based on a local histogram [J]. *Appl. Opt.*, 2005, **44**(7): 1207~1215
- 7 Hui Mei, Wang Dongsheng, Li Qingxian *et al.*. Phase unwrapping method based on the solution of discrete poisson equation [J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(10): 1245~1249
惠 梅, 王东生, 李庆祥等. 基于离散泊松方程解的相位展开方法[J]. *光学学报*, 2003, **23**(10): 1245~1249
- 8 M. Costantini. A phase unwrapping method based on network programming[J]. *IEEE Trans. Geosci. Remote Sensing*, 1998, **36**(3): 813~821
- 9 D. C. Ghiglia, L. A. Romero. Robust two-dimensional weighted and unweighted phase unwrapping that uses fast transforms and iterative methods [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1994, **11**(1): 107~117
- 10 Qian Kemao, Wu Xiaoping. Modulation analysis based on weighted least-squares approach for phase unwrapping[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2001, **30**(5): 585~588
钱克矛, 伍小平. 基于调制度分析的加权最小二乘相位展开方法[J]. *光子学报*, 2001, **30**(5): 585~588
- 11 Mu Dong, Zhu Zhaoda, Zhang Huanchun. Improving of the least-squares two-dimensional phase unwrapping for inSAR[J]. *Modern Radar*, 2001, **23**(2): 23~26
穆 冬, 朱兆达, 张焕春. 干涉 SAR 最小二乘二维相位展开法的改进[J]. *现代雷达*, 2001, **23**(2): 23~26