

文章编号: 0253-2239(2010)02-0428-05

# 基于矢量衍射理论的振幅型光子筛设计与分析

蒋文波<sup>1,2</sup> 胡 松<sup>1</sup> 赵立新<sup>1</sup> 杨 勇<sup>1,2</sup> 严 伟<sup>1</sup> 周绍林<sup>1,2</sup> 陈旺富<sup>1,2</sup>

(<sup>1</sup> 中国科学院光电技术研究所, 四川 成都 610209; <sup>2</sup> 中国科学院研究生院, 北京 100039)

**摘要** 光子筛作为一种新兴的纳米成像器件,具有分辨力高、体积小、重量轻、易复制等优点,被广泛地应用到纳米光刻、大型天文望远镜、航空航天摄像等领域。为了追求高分辨力,须将光子筛的小孔直径做得非常小,但当光子筛的小孔直径远小于入射光波波长时,标量衍射理论已不再成立,必须采用矢量衍射理论来进行光子筛的设计。利用矢量衍射理论建立了光子筛的衍射模型,并基于此模型进行了光子筛结构的设计与优化。为了考察模型的有效性,进行了数值模拟。数值模拟结果表明,基于矢量衍射模型设计的光子筛的聚焦性能良好;在近场区,标量衍射模型不再适用,而矢量衍射模型却能较好地满足设计要求。

**关键词** 成像系统;矢量衍射理论;振幅型光子筛;数值模拟

**中图分类号** O486.1 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20103002.0428

## Design and Analysis of Amplitude Photon Sieves Based on Vector Diffraction Theory

Jiang Wenbo<sup>1,2</sup> Hu Song<sup>1</sup> Zhao Lixin<sup>1</sup> Yang Yong<sup>1</sup> Yan Wei<sup>1</sup>

Zhou Shaolin<sup>1,2</sup> Chen Wangfu<sup>1,2</sup>

(<sup>1</sup> Institute of Optics and Electronics, Chinese Academy of Sciences, Chengdu, Sichuan 610209, China)  
(<sup>2</sup> Graduate University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039, China)

**Abstract** As a rising nano-scale imaging apparatus, photon sieve has been widely used in nano-lithography, large astronomical telescope, aviation vidicon et. al for its following merit: high resolution, small bulk, low weight and easy replication. To pursue high resolution, the diameter of pinholes of photon sieve should be very small, even less than the wavelength of incidence light, but scalar diffraction theory is no longer valid for this condition. So vector diffraction theory must be used. The diffraction model is built based on vector diffraction theory, then design and optimize the structure of photon sieves. To review the validity of this model, numerical simulation has been done. The results show that the focusing performance of photon sieves designed by the vector diffraction theory is good; In near field, the vector diffraction theory model satisfies the design requirement while the scalar diffraction theory is not valid.

**Key words** imaging system; vector diffraction theory; amplitude photon sieves; numerical simulation

### 1 引言

光子筛是德国科学家 L. Kipp<sup>[1]</sup> 于 2001 年首次提出的,它是用不同大小的透光小孔取代菲涅耳波带片透光环带而形成的纳米成像器件,具有极高的成像分辨力和对比度,体积小且重量轻,在一些特殊重要

场合,如纳米光刻、超大天文望远镜、航空航天摄像、红外武器视觉系统、高分辨力显微术、X 射线光谱学、公安侦破和激光惯性约束聚变等离子体诊断等具有广阔的应用前景。正因如此,国内外很多学者围绕光子筛的结构设计、制作工艺及应用研究等方面展开了

**收稿日期**: 2009-03-27; **收到修改稿日期**: 2009-04-29

**基金项目**: 国家自然科学基金(60776029)资助课题。

**作者简介**: 蒋文波(1981—),男,博士研究生,主要从事光刻技术、光学层析算法及应用等方面的研究。

E-mail: jwb811225@yahoo. com. cn

**导师简介**: 胡 松(1965—),男,博士,研究员,主要从事微电子专用设备方面的研究。E-mail: husong@ioe. ac. cn

深入、广泛的研究工作<sup>[1~5]</sup>。

迄今为止,被普遍采用的用于设计振幅型光子筛的理论是标量衍射理论<sup>[6,7]</sup>,它在分辨力要求不高的工程应用场合可以满足要求。但目前的光学系统正朝着超轻、超小、超分辨力的目标发展,为了追求高分辨力,就必须把光子筛的小孔做得很小,在可见光、近红外和远红外时,小孔直径甚至远小于入射光源的波长,这时标量衍射理论显然是不成立的,因为它忽略了光的矢量本性,是经过多次近似后得到的。文献[8,9]指出基于标量理论和矢量理论优化得到的衍射光学元件最大衍射效率和取得最大衍射效率时所对应的结构不同,实验测试的光学性能和标量理论设计结果相差较大,而和矢量理论设计结果吻合较好;文献[10]指出对于小周期的二元光学元件的设计必须基于矢量衍射理论;文献[11]证明了矢量效应对非傍轴超短脉冲的自由空间传输解的精确

性修正有很大影响;文献[12]指出对于多台阶圆形衍射微透镜聚焦性能的分析必须基于矢量衍射理论。但目前未见基于矢量衍射理论的光子筛设计方面的报道,根据光子筛的结构特点,本文建立了光子筛成像的矢量衍射模型,对光子筛的结构进行设计及优化,并对基于标量衍射理论和矢量衍射理论设计光子筛的性能进行了数值模拟对比分析。

## 2 光子筛矢量衍射模型的建立

光子筛的衍射模型示意图如图1所示,假设入射光为单位振幅的单色平面线偏振光,在 $Z=0$ 平面处放置一个无穷大的包含有光子筛结构的不透明屏,先考虑光子筛上任一小孔的情况,小孔直径记为 $d_m$ , $Z>0$ 为衍射区域,其它小圆孔做类似处理,最后进行线性叠加得到焦平面上衍射场的总强度分布。

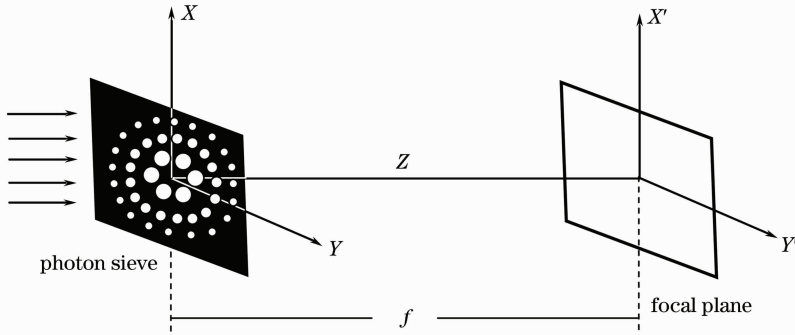


图1 光子筛衍射模型示意图

Fig.1 Diffraction model of photon sieves

根据上面的假设,采用第一类瑞利-索末菲边界条件进行近似处理,光子筛的透射率函数可表示如下:

$$E_{mx}(x, y, 0) = \begin{cases} 1 & (x - x_m)^2 + (y - y_m)^2 \leq (d_m/2)^2 \\ 0 & (x - x_m)^2 + (y - y_m)^2 > (d_m/2)^2 \end{cases}, \quad (1)$$

$$E_{my}(x, y, 0) = 0. \quad (2)$$

根据文献[13]可知,光波照射到不透明带孔的衍射屏时,其衍射场可表示为

$$E_m(x, y, z) = \iint \exp[i(\mathbf{r}_\perp \cdot \mathbf{k}_\perp + z k_z)] \left\{ \tilde{E}_{m\perp}(\mathbf{k}_\perp) - \left[ \frac{\mathbf{k}_\perp \cdot \tilde{E}_{m\perp}(\mathbf{k}_\perp)}{k_z} \right] \mathbf{e}_z \right\} d^2 \mathbf{k}_\perp, \quad (3)$$

式中 $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ 为 $x, y, z$ 正方向的单位矢量; $\mathbf{r}_\perp = x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y$ ;  $\mathbf{k}_\perp = k_x\mathbf{e}_x + k_y\mathbf{e}_y$ ;  $k_z = \sqrt{k^2 - k_x^2 - k_y^2}$ ;  $k = 2\pi/\lambda$ ;

$$\tilde{E}_{m\perp}(\mathbf{k}_\perp) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint \exp(-i\mathbf{r}_\perp \cdot \mathbf{k}_\perp) E_{m\perp}(\mathbf{r}_\perp, 0) d^2 \mathbf{r}_\perp. \quad (4)$$

可以证明(3)式满足基尔霍夫边界条件与自由空间衍射场的无源性要求 $\nabla \cdot \mathbf{E}(x, y, z) = 0$ ,其横向分量和纵向分量可分别表示为<sup>[14]</sup>

$$\mathbf{E}_{m\perp}(x, y, z) = \iint \exp[i(\mathbf{r}_\perp \cdot \mathbf{k}_\perp + z k_z)] \tilde{E}_{m\perp}(\mathbf{k}_\perp) d^2 \mathbf{k}_\perp, \quad (5)$$

$$\mathbf{E}_{mz}(x, y, z) = i \nabla_\perp \cdot \left\{ \iint \exp[i(\mathbf{r}_\perp \cdot \mathbf{k}_\perp + z k_z)] \frac{\tilde{E}_{m\perp}(\mathbf{k}_\perp)}{k_z} d^2 \mathbf{k}_\perp \right\}, \quad (6)$$

式中

$$\nabla_\perp = \mathbf{e}_x \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{e}_y \frac{\partial}{\partial y}. \quad (7)$$

由此可知,矢量衍射理论和标量衍射理论的最大区别是:标量衍射理论仅仅考虑衍射场的横向分量。而矢量衍射理论不仅考虑衍射场的横向分量,还考虑 $Z$ 方向的分量。

将(1)式和(2)式分别代入(4)式,可得:

$$\tilde{E}_{mx}(k_x, k_y) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{(x-x_m)^2 + (y-y_m)^2 \leq (d_m)^2/4} \exp[-i(xk_x + yk_y)] dx dy = \frac{d_m}{4\pi k_p} J_1\left(\frac{d_m}{2} k_p\right), \quad (8)$$

$$\tilde{E}_{my}(k_x, k_y) = 0. \quad (9)$$

式中  $k_p = \sqrt{k_x^2 + k_y^2}$ ;  $J_1$  为一阶贝塞尔函数。

将(8)式和(9)式代入(5)式,可得衍射横向分量的精确解如下:

$$E_{mx}(x, y, z) = E_{mx}(p, z) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^\infty \frac{d_m}{2k_p} J_1\left(\frac{1}{2} d_m k_p\right) \exp(ipk_p \cos \varphi) \times \exp(iz \sqrt{k^2 - k_p^2}) k_p dk_p d\varphi = \int_0^\infty \frac{1}{2} d_m J_1\left(\frac{1}{2} d_m k_p\right) \times J_0(pk_p) \exp(iz \sqrt{k^2 - k_p^2}) dk_p, \quad (10)$$

$$E_{my}(x, y, z) = 0. \quad (11)$$

式中  $p = \sqrt{x^2 + y^2}$ ;  $J_0$  是零阶贝塞尔函数。

将(8)式代入(6)式,可得衍射场的纵向分量的精确解如下:

$$E_{mz}(x, y, z) = -\frac{ix}{p} \int_0^\infty \frac{d_m k_p}{2 \sqrt{k^2 - k_p^2}} \times J_1(d_m k_p) J_1(pk_p) \exp(iz \sqrt{k^2 - k_p^2}) dk_p. \quad (12)$$

由(10)式和(12)式可计算单个圆孔的矢量衍射场的精确强度分布如下:

$$I_m(x, y, z) = |E_{mx}(x, y, z)|^2 + |E_{mz}(x, y, z)|^2. \quad (13)$$

然后利用线性叠加原理计算光子筛矢量衍射场的精确总强度分布如下:

$$I(x, y, z) = \sum_m I_m(x, y, z). \quad (14)$$

式中  $m$  为光子筛所包含的所有小孔数量。

### 3 光子筛结构与优化

光子筛的结构是用不同大小的透光小孔取代菲涅耳波带片透光环带而形成的衍射光学元件,随机分布在透光环带上的小孔的位置必须满足一定的条件,即光波通过各小孔中心到达焦点的距离与直接通过光轴达到焦点的光程差为波长的整数倍。根据已知的设计参数( $\lambda, f, D$ ),如果确定了光子筛每个小孔的孔心距( $L$ )、孔心距与极轴间的夹角( $\theta$ )以及孔径大小( $d_m$ ),那么每个小孔的具体位置就能确定下来,这样就能完成光子筛的结构设计。

光子筛的设计步骤如下:

1) 给定光子筛的技术指标,如照明波长  $\lambda$ 、焦距  $f$  和入瞳孔径  $D$ ;

2) 计算  $N' = D^2/4\lambda f$ , 然后对  $N'$  取整数,去掉小数点后面的部分,若此时  $N'$  为偶数,则波带片的总环带数目为  $N = N'$ ,若此时  $N'$  为奇数,则波带片的总环带数目为  $N = N' - 1$ ;

3) 计算第  $n$  个透光环带上小孔的孔心距,假设波带片的透光环带取偶数环带,则可表示为  $L_{2n}, L_{2n} = (r_{2n-1} + r_{2n})/2 \approx \sqrt{\lambda f}(\sqrt{2n-1} + \sqrt{2n})/2$ ;

4) 根据焦点衍射强度最大为原则,确定每个环带上分布小孔的大小数量和直径  $d_m$ ;

5) 随机选取孔心距与极轴间的夹角( $\theta$ ),注意避免小孔之间的重叠,从而确定每个环带上分布小孔的圆心坐标。

这样,就可以按照上述步骤用 Matlab 软件计算出每个小孔的直径、圆心坐标、每个环带包含的小孔数目等参数,然后将计算数据转换成 GDS II 格式的文件,利用电子束光刻技术将设计的光子筛图形转移到铝板上<sup>[15]</sup>。

### 4 数值模拟实验

基于上面的设计步骤,用 Matlab 设计了振幅型光子筛,具体参数如下:入射波长  $\lambda = 355 \text{ nm}$ ;  $f = 10 \text{ mm}$ ;  $D = 2 \text{ mm}$ ;如上所述,可计算出环带数约为 281.7 个,取整后为奇数,故最终取环带数为 280 个;透光孔直径和对应环带宽度之间的比值为 1.5;总的小孔数量为 658076 个;最外环小孔直径为 200 nm;由于表征光子筛小孔位置坐标,直径大小,孔心距与极轴间的夹角等参数的数据量十分庞大,对计算机配置要求很高,故只输出了前 60 个环带结构,如图 2 所示。

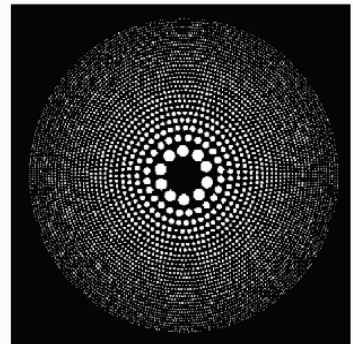


图 2 Matlab 软件设计的光子筛结构  
Fig. 2 Structure of photon sieves designed by Matlab software

根据(14)式,采用 Matlab 编程分别仿真了光通过基于标量衍射和矢量衍射理论进行设计的光子筛衍射后,在空间中传播的  $Z$  轴截面上光强的三维分布,结果如图 3 所示。从图 3(a)和图 3(b)中,可以看出,基于标量衍射理论设计的光子筛在设计值处的光强明显小于基于矢量衍射理论设计的光子筛设计值处的光强。通过反复数值模拟发现,基于标量衍射理论设计的光子筛的光强最大值出现在 11.2 mm 处,与设计值 10 mm 相差较大;基于矢量衍射理论设计的光子筛的光强最大值出现在 9.96 mm 处,与设计值 10 mm 非常接近。这是标量衍射理论和矢量衍射理论的区别之处,也和文献[8,9]所做出的结论一致,即在某些特殊场合,在设计目标一致的情况下,用标

量衍射理论和矢量衍射设计的衍射光学元件在实际测量时的光学性能相差较大。

为了考察矢量衍射理论和标量衍射理论设计结果的不同,我们比较了基于矢量衍射理论设计的光子筛和基于标量衍射理论设计的光子筛在  $z=10\lambda$  观察面上(即  $z=3.55\text{ }\mu\text{m}$ ),沿  $X$  轴的光强分布,如图 4 所示,其中 SDT 为标量衍射设计的光子筛, VDT 为矢量衍射设计的光子筛。从图 4 可以看出,基于标量衍射理论和矢量衍射理论的设计结果相差较大,显然标量衍射理论已不再成立。经过反复数值模拟发现,距离增大到远远大于波长时(如  $z=1000\lambda$  或更远),二者相差较小。

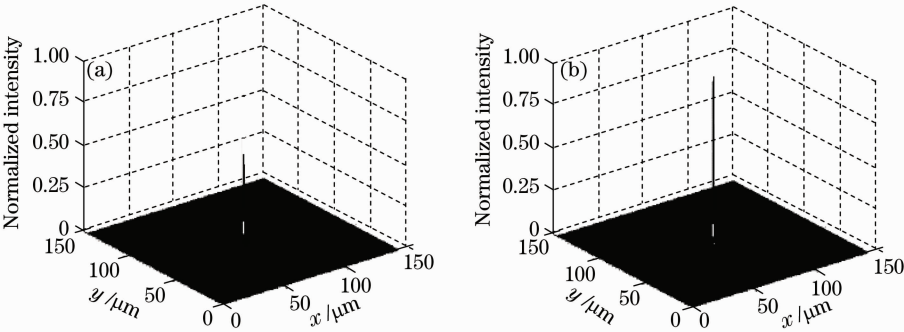


图 3 在  $Z=10\text{ mm}$  截面处基于标量衍射理论和矢量衍射理论光子筛聚焦性能比较

Fig. 3 Comparison of focusing performance at  $Z=10\text{ mm}$  based on (a) scalar diffraction theory and (b) vector diffraction theory

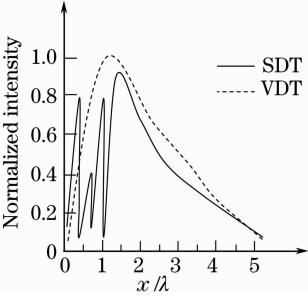


图 4 观察面上沿  $X$  轴的强度分布

Fig. 4 Intensity distribution along  $X$ -axis of the plane

在要求不高的工程应用场合可用标量衍射理论进行设计,但在科学研究领域或精度要求较高的特殊重要场合必须用矢量衍射理论进行设计分析。

5 结 论

总结了光子筛的研究现状,建立了光子筛矢量衍射理论模型,并基于矢量衍射模型对光子筛结构进行设计与优化。为考察模型的有效性,将利用矢量衍射模型和标量衍射模型设计的光子筛的聚焦和成像性能进行了数值模拟。数值模拟结果表明,基

于矢量衍射模型设计的光子筛的聚焦性能良好;当观察距离和波长相差不大时,标量衍射模型不再适用,而矢量衍射模型却能较好地满足设计要求。

相比于菲涅耳波带片,振幅型光子筛具有良好的图形对比度和分辨力,但欲实用化,则需进一步提高衍射效率,而相位型光子筛结构能提高衍射效率,故下一步将重点开展基于矢量衍射理论的相位型光子筛的设计研究。

参 考 文 献

1 L. Kipp, M. Skibowski, R. L. Johnson *et al.*. Sharper images by focusing soft X-rays with photon sieve[J]. *Nature*, 2001, **414**: 184~188  
2 Rajesh Menon, Dario Gil, George Barbastathis *et al.*. Photon-sieve lithography [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2005, **22** (2): 342~345  
3 Geoff Andersen. Large optical photon sieve[J]. *Opt. Lett.*, 2005, **30**(22): 2976~2978  
4 Geoff Andersen, Drew Tullson. Broadband antihole photon sieve telescope [J]. *Appl. Opt.*, 2007, **46**(6): 3706~3708  
5 Zhou Shaolin, Yang Yong, Chen Wangfu *et al.*. Dual-grating-based nanometer measurement [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(3): 702~706  
周绍林, 杨 勇, 陈旺富 等. 基于双光栅的纳米测量方法[J].

- 光学学报, 2009, **29**(3): 702~706
- 6 Q. Cao, J. Jahns. Focusing analysis of the pinhole photon sieve; individual far-field model [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2002, **19**(12): 2387~2393
- 7 Q. Cao, J. Jahns. Nonparaxial model for the focusing of high-numerical-aperture photon sieves [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2003, **20**(6): 1005~1012
- 8 Xiao Kai, Liu Ying, Fu Shaojun. Analysis of the influence of fabrication errors on the efficiency of X-ray zone plates by summing up the wavelets[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2005, **13**(6): 643~649
- 肖 凯, 刘 颖, 付绍军. 振幅矢量叠加法分析 X 射线波带片加工误差对效率的影响 [J]. *光学精密工程*, 2005, **13**(6): 643~649
- 9 Pei Xuedan, Cui Qingfeng, Leng Jiakai. Effect of incident angle on diffraction efficiency of a two-layer diffractive optical element [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(1): 120~125
- 裴雪丹, 崔庆丰, 冷家开. 入射角对双层衍射光学元件衍射效率的影响 [J]. *光学学报*, 2009, **29**(1): 120~125
- 10 Yu Weixing, Lu Zhenwu, Wang Peng *et al.*. Vector analysis of two-dimensional surface relief structure diffraction [J]. *Acta Optica Sinica*, 2001, **21**(8): 980~986
- 鱼卫星, 卢振武, 王 鹏 等. 二维表面浮雕结构的矢量衍射分析 [J]. *光学学报*, 2001, **21**(8): 980~986
- 11 Lu Daquan, Hu Wei, Zheng Yizhou *et al.*. The influence of vectorial effect on the non-paraxial propagation of ultrashort pulsed beam in free space[J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24**(1): 52~56
- 陆大全, 胡 巍, 郑一周 等. 矢量效应对超短脉冲光束非傍轴传输的影响 [J]. *光学学报*, 2004, **24**(1): 52~56
- 12 Liu Yuling, Sui Chenghua, Li Bo. Vector analysis of focusing performance of multilevel circular diffraction microlens[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(6): 1124~1130
- 刘玉玲, 隋成华, 李 博. 多台阶圆形衍射微透镜聚焦性能的矢量分析 [J]. *光学学报*, 2008, **28**(6): 1124~1130
- 13 A. Ciattoni, B. Crosignani, P. D. Porto. Vectorial free-space optical propagation: A simple approach for generating all-order nonparaxial corrections[J]. *Opt. Commun.*, 2000, **177**: 9~13
- 14 Deng Xiaojiu, Li Huailong, Liu Caixia *et al.*. A comparative study of vectorial diffraction theories and the validity of scalar approximation [J]. *Chinese J. Quant. Electron.*, 2007, **24**(5): 543~547
- 邓小玖, 李怀龙, 刘彩霞 等. 矢量衍射理论的比较研究及标量近似的有效性 [J]. *量子电子学报*, 2007, **24**(5): 543~547
- 15 Liu Qiang, Wu Rong, Zhang Xiaobo *et al.*. Technical optimization of multi-level diffractive optical elements[J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(8): 1165~1168
- 刘 强, 邬 融, 张晓波 等. 多台阶衍射光学元件的工艺优化 [J]. *中国激光*, 2008, **35**(8): 1165~1168