

文章编号: 0253-2239(2010)02-0416-05

# 基于条纹投影的三维坐标测量方法

边心田 苏显渝 陈文静

(四川大学光电科学技术系, 四川 成都 610064)

**摘要** 提出一种利用投影仪条纹投影技术完成三维坐标测量的方法。测量系统包括两部分:一是可以在三维坐标内自由移动的测头,另一个就是静止不动的面阵探测阵列。移动的测头上有微型投影仪,形成的投影条纹由面阵探测器接收。应用相移算法精确测量探测器上的相位,并结合几何系统模型通过最优化方法确定测头的  $xyz$  坐标。给出了测量原理、迭代求解方法、计算机模拟和初步实验结果。实验中,微型投影装置投影相移条纹由面阵探测器接收,利用相移条纹计算出的相位分布具有很高的精度和较强的抗噪声能力,为后续的迭代优化计算提供了基础。实验结果表明,该测量方法具有较高的测量精度。

**关键词** 光学测量;条纹投影;相移算法;最优化

中图分类号 O438.2 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS20103002.0416

## Analysis on 3-D Object Measurement Based on Fringe Projection

Bian Xintian Su Xianyu Chen Wenjing

(*Opto-Electronics Department, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610064, China*)

**Abstract** We present a coordinate measuring method that has been specially devised to perform measurement of coordinates by projected fringe techniques of projectors in three dimensions. It is composed of two parts: one is a target that moves in three dimensions, and the other is a stationary two-dimensional array of photodetectors. The mini-projector is tied to the target, whose projected fringe is monitored by the photodetectors. Application of a phase-shifting technique allows the phase values of the photodetectors to be precisely measured, which are then fitted to a geometric model of multilateration so as to determine the  $xyz$  location of the target by a method of optimization. The measuring principle, iterative method, computer simulation and preliminary results are given. The phase-shifting technique has high accuracy, and strong resistance to noise. Iterative optimization for follow-up provides the basis for the calculation. The experimental results prove that the proposed coordinate measuring method can measure the  $xyz$  coordinates of the target with high precision.

**Key words** optical measurement; fringe projection; phase-shifting technique; optimization

## 1 引 言

自 20 世纪 60 年代三坐标测量机问世以来,三维坐标的测量得到广泛的应用和发展。三坐标测量机需要三个方向上的标准尺(例如光栅编码器)和一个三维测头。它利用三维测头进行探测和瞄准,利用编码尺读取测头中心的三维坐标位置<sup>[1,2]</sup>,具有精度高、适应性强等优点。基于点、线、面结构光视觉传感器

组成的光学坐标测量系统具有非接触、测量精度合适、速度快、自动化程度高和现场抗干扰能力强等优点,是另一类三维坐标测量方法,适合于复杂工业产品的测量和质量检测<sup>[3~11]</sup>。但结构光方法涉及不同视觉方向坐标系的变换和数据的拼接与融合问题,数据后处理比较复杂。最近提出一种新的相位测量体积干涉仪(也称为点衍射干涉仪)<sup>[12~14]</sup>,干涉仪由一

收稿日期: 2009-03-06; 收到修改稿日期: 2009-04-21

基金项目: 国家自然科学基金(60838002)资助课题。

作者简介: 边心田(1978—),男,博士研究生,主要从事信息光学和坐标测量等方面的研究。

E-mail: bianxt007@126.com

导师简介: 苏显渝(1944—),男,教授,博士生导师,主要从事信息光学和光学三维传感技术等方面的研究。

E-mail: xysu@email.scu.edu.cn

个移动的测头和一个固定的探测器阵列组成,移动的测头上有两个点衍射源,发出两个相干球面波前,其干涉条纹由探测器阵列接收。采用相移技术获得阵列上条纹精确的相位分布,并与两个球面波前干涉的理论模型拟合,通过迭代计算使拟合误差最小化来确定测头的  $xyz$  坐标位置。点衍射干涉仪与传统的三坐标测量机有类似的框架结构,但取消了三个坐标方向的标准尺,由面阵探测器接收到的干涉条纹信息计算测点的三维坐标。

虽然干涉计量和结构照明型计量是两个完全不同的物理过程、光波长和结构照明中的等效波长在数量上存在巨大差异,但从广义的信息传递和变换观点来看又存在共性<sup>[3]</sup>。这些共性主要体现在:(1)干涉条纹和结构光变形条纹具有相近的形态和数学表达式;(2)两种计量方法都采用相移测量技术和相移算法或者傅里叶分析方法计算相位。出于这种认识和受点衍射干涉仪的启发,提出一种新的三维坐标测量方法:基于条纹投影的三维坐标测量方法。新的方法具有与传统的三坐标测量机有类似的框架结构,但取消了三个坐标方向的标准尺,三维测头上带有微型投影装置,由面阵探测器接收到的投影条纹信息计算测点的三维坐标。给出了新方法的理论分析、计算公式、数据的迭代优化方法,并对方法的有效性进行了初步的实验验证。

## 2 测量原理

提出的测量方法是基于条纹投影的坐标测量技术。测量仪器包括两部分:一部分是在三维方向上可以自由移动的测头,测头上固定一个微型投影仪;另一部分是一个面阵探测接收器。投影仪投出的条纹由面阵探测接收器接收。为了便于描述,将整个坐标系统固定,投影仪和与之对应的接收器处于同一个坐标系中,如图 1 所示,投影仪的投影方向垂直于  $xoy$  平面,探测器位于  $xoy$  平面上。假设投影仪光心坐标为  $A(x_a, y_a, z_a)$ ,确定了这点的坐标后测头的三坐标就可以得到。

将条纹图形投影到接收探测器表面上时,从成像系统获取的变形条纹可以描述为

$$I(x, y) = R(x, y)[A(x, y) + B(x, y)\cos \varphi(x, y)], \quad (1)$$

式中  $R(x, y)$  为投影器和探测器的强度变换函数,  $A(x, y)$  为背景强度,  $B(x, y)/A(x, y)$  是条纹的对比。相位函数  $\varphi(x, y)$  由投影条纹的相位函数和投影器与探测器的相对位置确定。

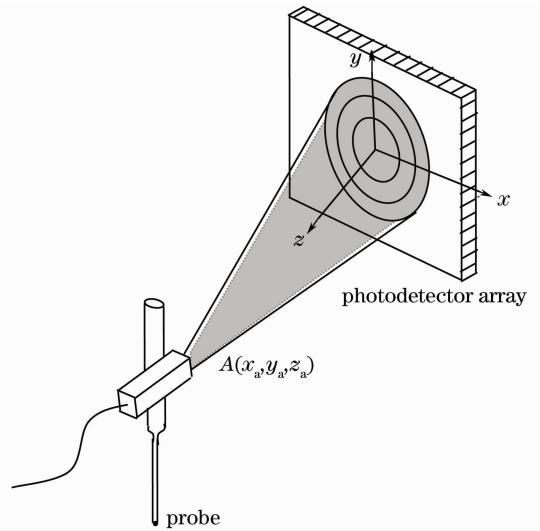


图 1 坐标测量原理图

Fig. 1 Principle of measurement of coordinates

假设投影条纹图形的相位函数设计为同心圆相位分布,可以表示为

$$\varphi(x, y) = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{r^2}{C}, \quad (2)$$

式中  $r$  为光栅上任意一点到光栅中心的距离,  $\lambda, C$  为常数

对于投影仪  $A$ , 投影条纹图形的相位函数可以表示为

$$\Phi = \frac{2\pi}{C\lambda} [(x_a - x)^2 + (y_a - y)^2]. \quad (3)$$

测量系统光路如图 2 所示,由几何关系可以计算出,探测器  $A$  上获取的变形条纹的相位函数为

$$\Phi_a = \frac{2\pi}{C\lambda} \left(\frac{d}{z_a}\right)^2 [(x_a - x)^2 + (y_a - y)^2], \quad (4)$$

式中  $d$  为投影出瞳中心到光栅中心的距离。

$\Phi_a$  在这里表示的是绝对值。(4) 式中有 3 个未知量,如果给出探测器  $A$  上探测到的不同位置的  $\Phi_a$  值多余 3 个,就可以通过解含有 3 个未知量的方程组得到  $A(x_a, y_a, z_a)$ 。

探测接收器可以获得多个点的光强度  $I$ , 利用

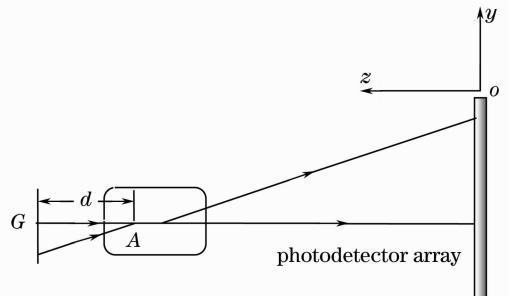


图 2 测量系统光路

Fig. 2 Geometry of the measurement system

相移算法精确测定出相位的主值  $\Phi_w^{[5]}$ , 需要提出的是, 这里的  $\Phi_w$  不是通过(4)式解方程组得到的值。测定出的相位  $\Phi_w$  被截断在反三角函数的主值范围  $-\pi \sim \pi$  之间, 需要将其展开成连续相位  $\Phi_u, \Phi_u$  与  $\Phi$  存在着相位差  $\Delta\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ 。因此, 相位  $\Phi_u$  与  $\Phi$  关系为

$$\Phi_u = \Phi - 2\pi n + \Delta\varphi, \quad (5)$$

式中  $n$  是与  $\Phi_u$  的展开起始点有关的整数。为了便于描述,  $\Phi_u^k$  表示在  $(x^k, y^k, z^k)$  点计算出的  $\Phi_u$  的值。为方便起见, 不妨假定展开起始点  $(x^0, y^0, z^0)$  的相位为  $\Phi_u^0$ 。(5)式可以表示为

$$\Phi_u^k = \Phi^k - 2\pi n^0 + \Delta\varphi, \quad (6)$$

$(x^k, y^k, z^k)$  点与相位展开起始点  $(x^0, y^0, z^0)$  之间的距离记作  $L$ , 那么

$$\begin{aligned} L^k &= \frac{\lambda}{2\pi} (\Phi_u^k - \Phi_u^0) = \\ &= \frac{\lambda}{2\pi} [(\Phi^k - \Phi^0) - 2\pi(n^k - n^0) + (\Delta\phi - \Delta\phi)] = \\ &= \frac{\lambda}{2\pi} (\Phi^k - \Phi^0). \end{aligned} \quad (7)$$

将(4)式代入(7)式可得

$$\begin{aligned} L^k &= \frac{d^2}{Rz_a^2} [(x_a - x^k)^2 + (y_a - y^k)^2 - \\ &= (x_a - x^0)^2 - (y_a - y^0)^2]. \end{aligned} \quad (8)$$

现在, 对投影仪  $A$  由最小二乘法思想构造目标函数:

$$\begin{aligned} E_a &= \sum_k \left\{ \frac{d^2}{Rz_a^2} [(x_a - x^k)^2 + (y_a - y^k)^2 - \right. \\ &= (x_a - x^0)^2 - (y_a - y^0)^2] - \bar{L}^k \left. \right\}^2, \end{aligned} \quad (9)$$

这里,  $\bar{L}^k$  代表基于(7)式得到的实际测量值。

在对目标函数(9)式的优化中, 未知量  $x_a, y_a$  对目标函数  $E$  具有高非线性度, 因此寻找的全局最小变量对应的  $x_a, y_a$  具有高精度, 计算出  $z_a$  的精度相对较低。

### 3 计算机模拟与实验

实验中, 探测器阵列由投影屏和 CCD 相机组成。投影仪投条纹到投影屏上, 在投影屏上形成的条纹由投影屏后面的 CCD 相机接收, CCD 相机与投影仪位于投影屏的两侧。投影屏上某点的坐标与其在图像中对应点的相互关系是由 CCD 相机的几何成像模型决定的。在这里, 几何成像模型的参数即为 CCD 相机的内、外参数。进行坐标测量就需要通过对 CCD 相机进行标定来确定这些参数。利用基于相位测量的摄像机标定方法<sup>[15]</sup>对摄像机进行标定。相机标定后, 再将整个探测器的坐标系统固

定, 目的是保证  $xyz$  坐标系统的测量位置可以正确的位于探测器上, 如图 1 所示。

受装置影响假定初始测量值与真实值的误差在  $\pm 200 \mu\text{m}$  以内。常数  $C$  为  $400 \text{ mm}$ 。

计算机模拟中, 不失一般性, 假定三个未知量的真实值为  $(0, 0, 200)$ , 单位为  $\text{mm}$ 。由(3)式可以得到投影条纹的自然相位分布, 如图 3 所示。依次模拟产生  $2\pi/5$  的相移条纹图, 采用五步相移算法求得截断相位并将其展开, 与自然相位的差值如图 4 所示。假定测量坐标为初始值为  $(0.25, -0.12, 200.05)$ , 单位为  $\text{mm}$ 。利用目标函数(9)式, 通过最优化处理可以得到函数的最优解, 在无噪声的理想情况下, 三维坐标测量的误差只具有很小的量级。为了评估该方法抗干扰和噪声的能力, 在模拟中加入 5% 的随机噪声后, 选取 4800 个点进行优化处理, 求解出的坐标值与真实值之间的误差为  $(0.4508 \ 0.0608 \ 3.7491)$ , 单位为  $\mu\text{m}$ 。以  $(0, 0, 200)$  为起始点分别沿着三坐标轴移动, 分别测量 6 次的误差结果与均方差如表 1 所示, 单位为  $\mu\text{m}$ 。模拟实验表明, 在相当大的噪声水平下, 基于条纹投影的三维坐标测量方法的误差可以控制在微米量级, 并且  $z$  轴方向的测量精度低于  $x$  和  $y$  轴的测量精度。

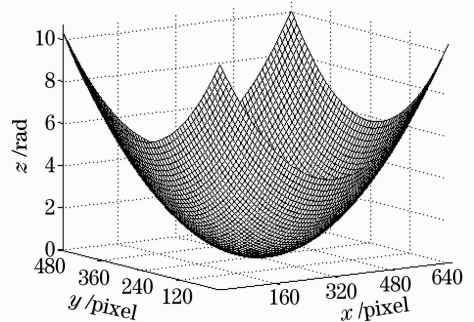


图 3 自然相位分布

Fig. 3 Natural phase distribution

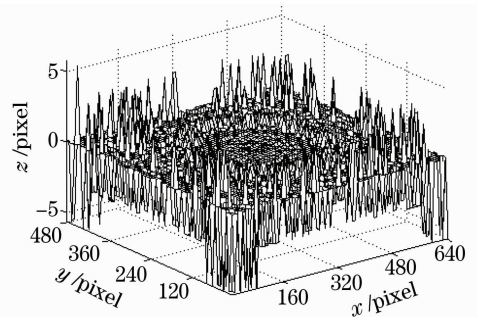


图 4 相位差分布

Fig. 4 Phase-difference distribution

表 1 多次测量误差的仿真结果

Table 1 Simulation results of repeated measurement error

Moving distance /mm	-30	-20	-10	10	20	30
$x$ direction error / $\mu\text{m}$	-2.7859	1.5755	-0.2681	-0.4708	1.3887	1.7835
	0.8792	1.0768	0.1485	0.0030	-0.4817	-0.2665
	0.3276	0.5150	0.4181	0.7172	-0.2573	-0.7788
	1.9624	-0.0882	0.8654	-0.5094	0.5495	-2.2876
	0.1368	-0.5094	0.3090	-0.0602	-0.1137	1.2845
	1.5110	0.5565	0.4406	0.4491	0.7069	1.5372
RMS / $\mu\text{m}$	1.5110	0.5565	0.4406	0.4491	0.7069	1.5372
$y$ direction error / $\mu\text{m}$	-0.338	0.4137	-0.4375	0.0835	-1.0451	1.2845
	0.5097	-1.4173	0.4329	0.1001	0.3721	0.0464
	1.9966	0.3475	-0.4580	1.5484	1.7946	-0.7775
	-1.0578	1.8796	-0.6277	0.2906	1.9551	0.9761
	0.3507	-0.0421	-0.0120	0.9219	0.3483	-2.2733
	-1.7406	-2.2800	0.2887	-0.6668	0.2841	-0.4656
RMS / $\mu\text{m}$	1.3140	1.4719	0.4372	0.6282	1.1120	1.2923
$z$ direction error / $\mu\text{m}$	12.3332	10.0056	3.3962	4.0958	-1.8572	6.0427
	-3.4201	4.9535	-4.8046	2.2056	-1.9601	4.0321
	-0.2394	-0.1900	-12.9714	-1.5200	6.2480	-5.5270
	-3.7415	2.8032	6.8771	4.1702	-6.5297	5.9473
	4.9579	-13.0310	-2.7284	-9.4852	-9.0699	-0.4286
	5.3308	6.3834	3.0446	9.1249	-3.3320	-9.9284
RMS / $\mu\text{m}$	6.5219	8.0400	7.1872	6.3604	5.2336	6.5946

在初步的验证实验中,在实验系统中采用小型投影器置于电控平移台上,由二维探测器接收投影条纹,应用相移算法精确计算探测器上的相位,并结合几何系统模型通过最优化方法确定测头的  $xz$  方

向的移动。主要验证这种方法的可行性和重复测量精度。在探测器的有效区域内不同位置重复测量 5 次,得到测头三坐标的 RMS 精度如表 2 所示。

表 2 多次测量误差的实验结果

Table 2 Experimental results of repeated measurement error

Moving distance /mm	-30	-20	-10	10	20	30
The error of the $x$ direction / $\mu\text{m}$	2.4417	1.4055	-0.2344	-0.4340	1.7025	0.3209
	0.0229	0.2422	-3.5985	-1.2177	-1.2446	-0.3232
	3.2270	3.2746	2.7475	-2.5927	-1.8759	-1.2940
	0.4931	0.8973	0.2342	-1.2512	0.1963	0.0400
	0.3768	-0.2015	-0.7664	0.1586	0.5990	0.1887
RMS / $\mu\text{m}$	1.4274	1.3500	2.2733	0.9773	1.0156	0.6502
The error of the $z$ direction error / $\mu\text{m}$	5.2024	15.9556	-2.0512	-1.1200	5.8947	5.4552
	8.8212	-1.8366	8.1236	5.7544	0.0402	-2.0765
	3.8122	1.2941	0.3248	2.1403	0.6648	3.1175
	-1.0084	-0.1569	0.2987	-1.9359	-3.5752	0.2838
	0.1433	1.4643	-0.6755	2.9257	-4.7152	-4.7403
RMS / $\mu\text{m}$	3.9638	7.1746	3.9876	3.1304	4.1724	4.0419

## 4 结 论

提出了一种新的三维坐标测量的方法:基于条纹投影的坐标测量方法。通过条纹投影,应用相移算法精确测量探测器上的相位,并结合几何系统模

型通过最优化方法确定测头的  $xyz$  坐标,从而完成三维坐标测量。新的方法具有与传统的三坐标测量机有类似的框架结构,但取消了三个坐标方向的标准尺,三维测头上带有微型投影装置,由面阵探测器

接收到的投影条纹信息计算测点的三维坐标。计算机仿真和初步验证实验结果表明,本文提出的测量方法具有较高的测量精度和很好的坐标重复性。虽然验证实验中采用了小型投影器,但由于最近 3M 公司已经研制成功只有手指大小的微型投影器,重量只有 21 g,并将于近期成为商用产品<sup>[16]</sup>,使设计采用微型投影器的三维测头成为可能,因此提出的方法具有明显的应用前景。在初步验证实验中,除相机的标定误差外,电控平移台移动时的绝对误差将在移动方向上等值地影响最终的测量精度。在电控平移台精度控制范围内,实验结果已经表明这种基于条纹投影的坐标测量方法具有较高的精度,如果采用更高定位精度的工作台(例如用三坐标测量机或激光干涉仪),可以更严格的评价采用条纹投影的坐标测量方法的精度。

### 参 考 文 献

- Zhang Guoxiong. Coordinate Measuring Machines[M]. Tianjin: Tianjin University Press, 1999  
张国雄. 三坐标测量机[M]. 天津:天津大学出版社, 1999
- Ma Xiushui. Research on Dynamic Error Source Analysis Modeling and Correction Technical of Coordinate Measuring Machines [D]. Hefei: Hefei University of Technology, 2005  
马修水. 三坐标测量机动态误差源分析、建模与修正技术研究[D]. 合肥:合肥工业大学, 2005
- Su Xianyu, Li Jitao. Information Optics[M]. Beijing: Science Press, 1999. 321~323  
苏显渝,李继陶. 信息光学[M]. 北京:科学出版社, 1999. 321~323
- Shao Shuangyun, Su Xianyu, Zhang Qican *et al.*. Application of modulation measurement profilometry in complex object shape measurement [J]. *Acta Optica Sinica*, 2004, **24** (12): 1623~1628  
邵双运,苏显渝,张启灿等. 调制度测量轮廓术在复杂面形测量中的应用[J]. 光学学报, 2004, **24**(12): 1623~1628
- Song Wanzhong, Su Xianyu, Cao Yiping *et al.*. A new method of three-dimensional coordinates calibration in phase measuring profilometry[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(3): 371~376  
宋万忠,苏显渝,曹益平等. 相位测量轮廓术中三维坐标校准新方法[J]. 光学学报, 2003, **23**(3): 371~376
- Zhang Qican, Su Xianyu, Cao Yiping *et al.*. three-dimensional shape measurement for rotating blade using stroboscopic structured illumination[J]. *Acta Optica Sinica*, 2005, **25** (2): 207~211  
张启灿,苏显渝,曹益平等. 利用频闪结构光测量旋转叶片的三维面形[J]. 光学学报, 2005, **25**(2): 207~211
- Zhang Guangjun. Vision Measurement [M]. Beijing: Science Press, 2008. 102~335  
张广军. 视觉测量[M]. 北京:科学出版社, 2008. 102~335
- Li Yong, Su Xianyu, Wu Qingyang. Calibration and merging of two-camera phase measuring profilometry system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(4): 254~259  
李勇,苏显渝,吴庆阳. 双摄像机相位测量轮廓术系统标定与数据融合[J]. 光学学报, 2006, **26**(4): 254~259
- Mao Xianfu, Su Xianyu, Chen Wenjing *et al.*. Analysis on measurement method of improved fourier transforms profilometry [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(7): 1291~1295  
毛先富,苏显渝,陈文静. 改进傅里叶变换轮廓术的测量算法研究[J]. 光学学报, 2008, **28**(7): 1291~1295
- Wu Qingyang, Li Jingzhen, Su Xianyu *et al.*. An approach for calibrating rotor position of three-dimensional measurement system for line-structure light [J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(8): 1224~1227  
吴庆阳,李景镇,苏显渝等. 线结构光三维测量系统中旋转轴的标定方法[J]. 中国激光, 2008, **35**(8): 1224~1227
- Zhang Fumin, Qu Xinghua, Dai Jianfang *et al.*. A method of precision evaluation for field large-scale measurement[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(11): 2159~2163  
张福民,曲兴华,戴建芳等. 一种现场大尺寸测量精度的评价方法[J]. 光学学报, 2008, **28**(11): 2159~2163
- H. G. Rhee, S. W. Kim. Absolute distance measurement by two-point-diffraction interferometer [J]. *Appl. Opt.*, 2002, **41**: 5921~5928
- S. W. Kim, H. G. Rhee, J. Y. Chu. Volumetric phase-measuring interferometer for three-dimensional coordinate metrology[J]. *Precision Engineering*, 2003, **27**: 205~215
- Wang Huilin, Su Xianyu, Yang Huangong. Point-diffraction interferometry based on fourier transform [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2008, **35**(2): 51~55  
王惠临,苏显渝,杨焕东. 基于傅里叶变换的点衍射干涉术[J]. 光电工程, 2008, **35**(2): 51~55
- Liu Yuankun, Su Xianyu. New camera calibration technique based on phase measurement[J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2007: 65~69  
刘元坤,苏显渝. 基于相位测量的摄像机标定方法[J]. 光电工程, 2007. 65~69
- Optoma Launches World's Smallest PicoPocket at IFA Berlin 2008 [EB/OL](2008-08-19)[2008. 11. 12] <http://www.optoma.co.uk/optomapico/uploads/press/19-08-2008-PR-PicoPr-en.pdf>