

文章编号: 0253-2239(2010)12-3460-04

一种结合最优缩放框架与四叉树分割的图像编码算法

张立保^{1,2} 黄 颖¹

(¹ 北京师范大学信息科学与技术学院, 北京 100875
² 北京师范大学遥感科学国家重点实验室, 北京 100875)

摘要 为了提高提升框架下整数小波变换(IWT)对图像的有损编码效率,需要在提升步骤中引入缩放因子。但是,缩放因子通常为无理数,需增加 3 个额外的提升步骤用以保证变换结果的整数特性,这不仅增加了计算复杂度而且加大了截断误差对图像压缩的影响。提出一种结合最优缩放框架与四叉树分割的图像编码算法,在对图像进行无缩放因子的整数小波分解后,各子带仅乘一次缩放因子,降低了变换的计算复杂度。在编码过程中,利用新的四叉树分割框架提高重要系数的搜索效率。实验结果表明,新算法不仅获得了较好的图像有损压缩效率,而且较一般 IWT 具有更低的计算复杂度,对今后遥感与医学图像压缩具有一定价值。

关键词 图像压缩;整数小波变换;缩放框架;四叉树分割

中图分类号 TP391 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS20103012.3460

Image Coding Algorithm Using Optimal Scaling Scheme and Quadtree Partitioning

Zhang Libao^{1,2} Huang Ying¹

(¹ College of Information Science and Technology, Beijing Normal University, Beijing 100875, China
² State Key Laboratory of Remote Sensing Science, Beijing Normal University, Beijing 100875, China)

Abstract For improving the lossy image coding efficiency of integer wavelet transform (IWT) based on lifting scheme, the scaling factor is used in the lifting steps. However, the scaling factor is often an irrational number, which requires three additional lifting steps to assure the integer character of transform results. They not only increase computational complexity of integer wavelet transform, but also raise the effect of rounding error on image compression. This paper presents a new image coding algorithm using optimal scaling scheme and quadtree partitioning. The new algorithm decomposes the image using integer wavelet without scaling factor and then only performs a multiplication on every subband with the new scaling factor, which reduces the computational complexity of the integer wavelet transform. During the image encoding, a new quadtree partitioning scheme is used to improve the searching efficiency of the significant coefficients. The experimental results show that the new coding algorithm has not only the well lossy compression efficiency, but also the lower computational complexity than the common IWT. This new method is valuable for future remote sensing and medical image compression.

Key words image compression; integer wavelet transform (IWT); scaling scheme; quadtree partitioning

1 引 言

离散小波变换(DWT)作为图像压缩的有力工具,在各种图像编码中已经得到广泛应用。为了消除DWT中的浮点数乘法运算,Sweldens和Calderbank等^[1,2]提出了一种新的小波变换实现架

构——提升框架(lifting scheme)。由于提升框架由若干上三角矩阵与下三角矩阵构成,因此也可以分解为分裂、预测与更新三个步骤完成。如果在预测与更新过程中引入截断取整操作,则可以通过提升框架进一步构造出整数小波变换(IWT)。同其他

收稿日期: 2010-06-21; 收到修改稿日期: 2010-08-06

基金项目: 国家自然科学基金(60602035, 61071103)、中国科学院遥感应用研究所、北京师范大学遥感科学国家重点实验室开放基金(OFSLRSS201001)资助课题。

作者简介: 张立保(1977—),男,博士,副教授,主要从事遥感图像目标识别与压缩方面的研究。E-mail: libaozhang@163.com

DWT 相比, IWT 具有计算复杂度低、存储开销小以及无损编码效率高等优点, 因此被 JPEG 2000 图像压缩标准纳入了核心部分。

为了实现归一化的 IWT 同时保证变换前后的能量守恒, 需要在提升变换结束后再进行一次缩放变换。即对提升变换得到的低频系数乘以一个缩放因子而对高频系数除以该缩放因子。通常缩放因子并非整数, 为了保证 IWT 的输出仍为整数, 需要用 3 个提升步骤代替缩放变换^[1, 3]。这就使 IWT 的计算复杂度大幅提升, 同时, 由于每个新增加的提升步骤都需要完成截断取整操作, 所引入的截断误差势必降低图像的压缩效率。

针对上述问题, Grangetto^[3] 提出了采用最小非线性重复描述函数 (Minimally nonlinear iterated graphic function) 获得 IWT 最佳因式分解形式的算法。该方案的不足在于最佳因式分解后的 IWT 系数仍为无理数, 因此也需要浮点数乘法运算, 进而提高了计算复杂度。文献[4]将 IWT 中的“尾数截断误差”看成对图像引入的噪声, 通过设计滤波器来抑制“截断误差”, 改善 IWT 的压缩效果。这虽然在一定程度上提高了编码效率, 但是由于无法调整 IWT 的结构, 因此对峰值信噪比 (PSNR) 的提高有限。

本文提出一种基于最优缩放框架的 IWT 模型, 通过在 IWT 变换后图像各子带均乘以一个相应缩放系数代替了提升框架中的缩放矩阵, 达到降低计算复杂度的目的。此外, 在编码过程中, 利用一种二叉树分割框架改进了嵌入式集合分割块编码 (SPECK) 算法^[5, 6], 进一步提高了编码过程中大的重要系数搜索效率, 获得了较好的图像有损压缩效率。

2 基于最优缩放框架的整数小波变换

2.1 一般整数小波变换存在的问题

W. Sweldens 与 Daubechies 等提出的基于提升框架的整数小波变换的实质是对经典小波滤波器采用 Euclidean 算法的多相矩阵分解。(1), (2) 式分别给出了一般 IWT 的前向分析滤波器的矩阵表达式:

$$\mathbf{P}(z) = \prod_{i=1}^m \begin{bmatrix} 1 & s_i(z) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ t_i(z) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & 1/K \end{bmatrix}, \quad (1)$$

$$\tilde{\mathbf{P}}(z) = \prod_{i=1}^m \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -s_i(z^{-1}) & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & -t_i(z^{-1}) \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1/K & 0 \\ 0 & K \end{bmatrix}, \quad (2)$$

式中 $\mathbf{P}(z)$ 与 $\tilde{\mathbf{P}}(z)$ 是分析滤波器, $s_i(z)$ 与 $t_i(z)$ 代表 Laurent 多项式, K 代表缩放因子。在基于提升框架的图像小波分解过程中, (1) 式的前两个矩阵分别可以通过预测和更新步骤来完成, 第三个矩阵是缩放矩阵, 通过合理的选取缩放因子 K 的数值, 不仅可以保证整数小波变换前后能量的守恒, 而且进一步提高了变换后图像能量的集中性。但是 W. Sweldens 等在文献[1, 7]中指出, 通常缩放因子 K 的取值为无理数, 例如 (13, 7) 小波中, 缩放因子 K 应取 $\sqrt{2}$ 。为了保证引入缩放矩阵的 IWT 分解图像后系数仍为整数, 必须对缩放矩阵进行提升分解:

$$\mathbf{P}(z) = \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & 1/K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & K - K^2 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/K & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & K - 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad (3)$$

$$\mathbf{P}(z) = \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & 1/K \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 - 1/K \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ K & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1/K^2 - 1/K \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

(3), (4) 式右边给出了 4 个提升步骤, 但是一般情况下, (3) 式的最后一个步骤与 (4) 式的第一个步骤可以融合到提升框架的其他步骤中去, 而不影响最终输出结果, 因此上述两式实际仅含有 3 个提升步骤。将 (3) 式带入 (1) 式或将 (4) 式带入 (2) 式后才构成完整的基于提升框架的 IWT 分解步骤。

以 (13, 7) 小波为例, 其预测与更新过程由 (5), (6) 式给出:

$$d[n] = d_0[n] - [1/2(s_0[n+1] + s_0[n])], \quad (5)$$

$$s[n] = s_0[n] + [1/4(d[n] + d[n-1]) + 1/2], \quad (6)$$

不难看出, 引入缩放矩阵后, 一次前向变换所包含的提升步骤由 2 次增加到 5 次, 预测与更新过程中参与运算的系数均为 2 的整数幂, 可以利用移位编程实现, 而代替缩放矩阵的 3 个提升步骤由于缩放因子 $K = \sqrt{2}$, 引入 3 个浮点数乘法操作, 大幅提高了 IWT 变换过程的计算复杂度。此外, 由于每一个提升步骤至少含有一次截断取整操作, 因此累计截断误差也大为提高。

2.2 最优缩放框架

针对一般 IWT 存在的问题, 这里引入一种新的最优缩放框架 (OSS)。该框架的核心思想是: 利用

1 次系数缩放代替 3 个额外的提升步骤。基本步骤包括

- 1) 对图像进行多级无缩放矩阵参与的 IWT 变换;
- 2) 计算每个子带各自的缩放因子;
- 3) 对所有子带进行一次乘法运算完成全部图像系数的缩放。

上述 3 个步骤中,最关键的是步骤 2,即如何获得每个子带各自的缩放因子是 OSS 框架成功实现的关键。以(13.7)小波为例说明如何计算各子带的系数的缩放过程。

假设对图像进行了 N 层无缩放因子的整数小波分解, c_{HL}^i, c_{LH}^i 与 c_{HH}^i 分别代表没有缩放之前的第 i 层 HL, LH 及 HH 子带任意系数, s_{HL}^i, s_{LH}^i 与 s_{HH}^i 分别代表采用 OSS 框架后的第 i 层 HL, LH 及 HH 子带任意系数,其中 $i=1, 2, 3, \dots, N$ 。 c_{LL} 代表没有缩放之前的低频子带系数, s_{LL} 代表采用 OSS 框架后的低频子带系数。由于(13,7)小波的原始缩放因子 $K=\sqrt{2}$,则采用 OSS 框架后的各子带小波系数为

$$s_{HL}^i = c_{HL}^i \times 2^{i-1}, \quad (7)$$

$$s_{LH}^i = c_{LH}^i \times 2^{i-1}, \quad (8)$$

$$s_{HH}^i = c_{HH}^i \times 2^{i-2}, \quad (9)$$

$$s_{LL} = c_{LL} \times 2^N. \quad (10)$$

在实际的图像变换中,可以事先根据图像待分解级数将每个子带的缩放因子计算出来并存储,在图像完成无缩放矩阵的 IWT 分解后,将缩放因子与相应子带系数相乘即可。

需要注意的是,该框架的顺利实现必须满足两个前提

1) 必须保证 IWT 的原始缩放因子的平方为整数,即 K^2 是整数,如果 K^2 为小数,则各子带在缩放后无法得到整数输出;

2) 对于第 1 层的 HH 子带,通过(9)式的计算,部分系数将出现小数部分,其小数部分取值为 0.5,可以通过对最低位增加一个位平面的办法实现小数部分的存储。

2.3 二叉树分割编码

二叉树分割编码是对 SPECK 编码提出的子带分割策略的一种改进。虽然两者都利用了各子带内部系数间的高度相关性,但是在初始分割集合 S 的选择与子带分割策略上却有本质的区别。

在初次分割开始前, SPECK 将根集合 S 设在左上角,且大小为 1 或 4 pixel,而二叉树分割将根集

合 S 设定为全部图像系数集合 X 。因为小波变换采用了金字塔式分解,变换后图像能量也从高频向低频聚集,至 LL 子带能量最高而且最集中^[8],因此二叉树分割算法从全部图像系数集合 X 开始做分割,每 1 次分割后生成的 4 个矩形子集合与金字塔分解生成的子带完全吻合,经过与小波变换次数相同的递归调用后,被分割的集合刚好与 LL 子带系数完全重合。这样不仅优化了分割框架,而且能够使之更好与小波分解相融合。

还有一点非常重要:由于初始分割集合即定义为全部输入图像系数,所以二叉树分割不再需要剩余系数集合 I ,因此也就避免了 SPECK 中对集合 I 的倍频分割,这样不仅使编码思路更加清晰,而且降低编码复杂度,提高了编码效率。

3 实验结果

表 1 给出了采用缩放矩阵的 IWT 与采用 OSS 框架的 IWT 对分辨率为 512 pixel×512 pixel 的 8 bit 灰度图像 Lena、分辨率为 1024 pixel×1024 pixel 的 8 bit 灰度图像 Man、以及分辨率为 2048 pixel×2048 pixel 的 8 bit 遥感图像 BJ-Source 经过 5 层分解所消耗时间的对比,单位为 ms。

表 1 采用缩放矩阵的 IWT 与采用 OSS 框架的 IWT 经过 5 层变换消耗时间的比较

Table 1 Comparison of the consumption time of 5 level transforms between the IWT with scaling matrix and the IWT with OSS

Image	IWT with scaling matrix /ms	IWT with OSS /ms
Lena (512 pixel×512 pixel)	54.56	36.7
Man (1024 pixel×1024 pixel)	258.27	175.60
BJ-Source (2048 pixel×2048 pixel)	1038.77	740.29

表 2 给出了解码率为 0.5 bit/pixel 时,基于一般 IWT 的 SPECK 编码与结合 OSS 框架与二叉树分割的 SPECK 编码对 Lena、Man 以及遥感图像 BJ-Source 有损压缩峰值信噪比比较。

从表 1 不难看出,在对不同分辨率图像进行 IWT 分解时,采用本文提出的 OSS 框架比单纯使用缩放矩阵的 IWT 耗时大约减少的 30%。而表 2 则进一步说明,将 OSS 框架与二叉树分割相结合,不仅可以降低计算复杂度,而且对不同种类图像的有损压缩效率也略有提高。

表 2 SPECK 编码对 Lena、Man 以及 BJ-Source 图像的有损压缩结果比较

Table 2 Comparison of the lossy compression performance for Lena, Man and BJ-Source and SPECK

Image	PSNR /dB	
	SPECK with IWT	SPECK using OSS and quadtree partitioning
Lena (512 pixel×512 pixel)	36.16	36.17
Man (1024 pixel×1024 pixel)	33.14	33.23
BJ-Source (2048 pixel×2048 pixel)	17.91	18.07

图 1 给出了解码率分别为 0.25, 0.5 与 1.0 bit/pixel 时, 采用本文提出的结合 OSS 框架与二叉树分

割的编码算法对 Lena 图像的有损编码结果。



图 1 不同解码率下结合 OSS 框架与二叉树分割的 SPECK 算法对 Lena 的有损压缩效果

Fig. 1 Lossy compression results of the SPECK algorithm using OSS and quadtree partitioning for Lena image at different decoding rate

4 结 论

通过实验分析不难看出, 结合最优缩放框架与二叉树分割的图像编码算法的最大优点是消除了一般 IWT 中为了实现缩放矩阵而引入的 3 个额外提升步骤, 降低了 IWT 本身的计算复杂度。此外, 由于引入二叉树分割来改进 SPECK 编码环节, 使得新算法在有损压缩效率上也得到了提高, 相信新算法对今后遥感与医学图像压缩具有一定理论与实际价值。

参 考 文 献

- 1 I. Daubechies, W. Sweldens. Factoring wavelet transforms into lifting steps[J]. *J. Fourier Analysis Application*, 1998, **4**(3): 247~269
- 2 R. C. Calderbank, I. Daubechies, W. Sweldens *et al.*. Lossless image compression using integer to integer wavelet transforms [J]. *IEEE International Conference on Image Processing*, 1997, **1**: 596~599
- 3 M. Grangetto, E. Magli, M. Martina *et al.*. Optimization and

implementation of the integer wavelet transform for image coding [J]. *IEEE Transaction on Image Processing*, 2002, **11**(6): 596~604

- 4 J. Reichel, M. Menegaz, M. J. Nadenau *et al.*. Integer wavelet transform for embedded lossy to lossless image compression[J]. *IEEE Transaction Image Processing*, 2001, **10**(3): 383~392
- 5 A. Islam, W. A. Pearlman. Embedded and efficient low-complexity hierarchical image coder. In: *Visual Communications and Image Processing*. SPIE, 1999, 3653, 294~305
- 6 Zhang Libao. The Research of Still Image Coding Based on Integer Wavelet Transform[D]. Jilin: Jilin University, 2005, 43~56
张立保. 基于整数小波变换的静止图像编码算法研究[D]. 吉林: 吉林大学博士学位论文, 2005. 43~56
- 7 W. Sweldens. The lifting scheme: a custom-design construction of biorthogonal wavelets [J]. *Applied and Computational Harmonic Analysis*, 1996, **3**(2): 186~200
- 8 Ma Jing, Wu Chengke, Chen Dong *et al.*. Compression of interference multispectral image based on weighted rate-distortion optimization for SPIHT[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(3): 430~436
马 静, 吴成柯, 陈 东 等. 基于加权率失真优化 SPIHT 算法的干涉多光谱图像压缩[J]. *光学学报*, 2007, **27**(3): 430~436