

文章编号: 0253-2239(2010)12-3454-06

一种可用于调制传递函数计算的新型 线扩展函数拟合模型

李铁成 冯华君 徐之海 李晓彤

(浙江大学现代光学仪器国家重点实验室, 浙江 杭州 310027)

摘要 调制传递函数(MTF)被广泛用于定性和定量地描述一个光学成像系统成像本领。事实上有多种不同的方法可以获取成像系统的 MTF。提出了一种新型线扩展函数(LSF)拟合模型用于计算 MTF。函数模型中的各个参数可以使用非线性最小二乘法来确定。与以前提出的函数模型相比,不论在何种噪声条件下,该函数模型的 MTF 计算结果总与参考值最为接近。使用该函数模型计算退化图像的 MTF,并将其应用于降质图像的复原,实验结果证明了计算值的可靠性和用于图像复原时的有效性。

关键词 图像处理;调制传递函数(MTF);线扩展函数(LSF);非线性最小二乘拟合;图像复原

中图分类号 O436 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20103012.3454

New Analytical Line Spread Function Fitting Model for Modulation Transfer Function Calculation

Li Tiecheng Feng Huajun Xu Zhihai Li Xiaotong

(State Key Laboratory of Modern Optical Instrumentation, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China)

Abstract The modulation transfer function (MTF) has been widely used to characterize and quantify the spatial resolution of a linear and space-invariant imaging system. Various methods have been proposed to determine the MTF of an imaging system. A new analytical line spread function (LSF) fitting model to calculate the MTF is proposed. The LSF parameters are confirmed by means of a nonlinear least-square fitting technique. Compared with previous models, the MTF estimate based on proposed model shows the lowest error in the presence of different noise. A practical application of MTF measurement in degraded image restoration also validates the accuracy of proposed method.

Key words image processing; modulation transfer function (MTF); line spread function (LSF); nonlinear least-square fitting; image restoration

1 引 言

调制传递函数(MTF)被广泛应用于定性和定量描述一个线性空间不变成像系统的频率响应或分辨本领。测量 MTF 最直接的方法就是对一个已知的输入源成像,比如一条狭缝^[1]。它在像空间对应于线扩展函数(LSF)。LSF 的一维傅里叶变换对应于系统二维光学传递函数(OTF)的截面。OTF 的

归一化模为 MTF。

事实上有多种不同的方法可以用于获取成像系统的 LSF。Bentzen^[2]提出了一种基于高斯分布的函数模型用于对 LSF 数据进行拟合。为了解决中心对称问题^[3],Yin 等^[4]提出了一种由高斯函数和指数函数组合而成的函数模型用于对 LSF 数据进行拟合。为了克服噪声放大问题^[5],Tzannes 等^[6]

收稿日期: 2010-03-03; 收到修改稿日期: 2010-06-18

基金项目: 国家自然科学基金(60977010)、国家 973 计划(2009CB724006)和国家 863 计划(2009AA12Z108)资助课题。

作者简介: 李铁成(1984—),男,博士研究生,主要从事图像处理方面的研究。E-mail: irondog405@gmail.com

导师简介: 冯华君(1963—),男,教授,博士生导师,主要从事图像处理方面的研究。

E-mail: fenghj@zju.edu.cn(通信联系人)

提出了一种基于 Fermi 函数的函数模型用于对 LSF 数据进行拟合。以上所有函数模型的提出均源自于它们与典型 LSF 在形态上的相似性。

本文提出了一种新型函数模型用于对 LSF 数据进行拟合并最终得到系统的 MTF。与前人提出的函数模型不同,该函数模型是经标量衍射理论推导而出的。函数模型中的各个参数可以通过最小化均方误差的办法得到。经过不同噪声条件下的仿真实验,分析和比较了各种函数模型在图像含有噪声时的性能表现。使用该函数模型计算实际拍摄图像的 MTF,并基于该计算值对退化图像进行复原。实验结果证明了计算值的可靠性和用于图像复原时的有效性。

2 原 理

对于线性不变系统(LIS),输出 $g(x, y)$ 是输入 $f(x, y)$ 与脉冲响应的卷积

$$g(x, y) = f(x, y) * h(x, y), \quad (1)$$

式中 $h(x, y)$ 称为系统的脉冲响应或者点扩展函数(PSF)。

成像系统不太可能在整个物面上满足等晕条件。因此,通常会将整个物面划分为若干个小区域(等晕区),成像系统在该区域内满足等晕条件,可以近似看作是空间不变的,例如近轴成像区^[7]。

假设系统的输入是一平行于 y 轴的线光源 $\delta(x)$

$$f(x, y) = \delta(x), \quad (2)$$

将(2)式带入(1)式,得到系统的输出为

$$F_{\text{LSF}}(x) = \delta(x) * h(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} h(x, y) dy, \quad (3)$$

式中 $F_{\text{LSF}}(x)$ 称为线扩展函数(LSF)。LSF 的一维傅里叶变换对应于系统二维传递函数的截面:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}[F_{\text{LSF}}(x)] &= \mathcal{F}\left[\int_{-\infty}^{\infty} h(x, y) dy\right] = \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h(x, y) \exp(-j2\pi f_x x) dx dy = H(f_x, 0), \end{aligned} \quad (4)$$

式中 $H(f_x, f_y)$ 称为光学传递函数(OTF),是系统脉冲响应的傅里叶变换。

当系统的脉冲响应具有旋转对称性时,系统的传递函数也具有旋转对称性。因此,要确定系统的二维传递函数,只需要计算它的一个截面 $H(f_x, 0)$ 即可。

OTF 的归一化模为 MTF:

$$F_{\text{MTF}}(f_x, 0) = \left| \frac{H(f_x, 0)}{H(0, 0)} \right| = \left| \frac{\int_{-\infty}^{\infty} F_{\text{LSF}}(x) \exp(-j2\pi f_x x) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} F_{\text{LSF}}(x) dx} \right|. \quad (5)$$

LSF 是边缘扩展函数(ESF)的导数,

$$F_{\text{LSF}}(x) = \frac{dF_{\text{ESF}}(x)}{dx}, \quad (6)$$

将(6)式带入(5)式则

$$F_{\text{MTF}}(f_x, 0) = \left| \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dF_{\text{ESF}}(x)}{dx} \exp(-j2\pi f_x x) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dF_{\text{ESF}}(x)}{dx} dx} \right|. \quad (7)$$

当物面采用相干光照明时,像面上的强度分布为^[8]

$$I_i(x) = \left| \int_{-\infty}^{\infty} U_o(\xi) a \text{sinc} \left[\frac{\pi a(x + m\xi)}{(1+m)\lambda f} \right] d\xi \right|^2, \quad (8)$$

式中 $U_o(\xi)$ 是物面上的复振幅分布, a 是系统的孔径大小, m 是系统的放大率, λ 是入射光的波长, f 是系统的焦距。

由于非相干成像系统的脉冲响应 $h_i(x, y)$ 是相干成像系统脉冲响应 $h_c(x, y)$ 的模的平方

$$h_i(x, y) = |h_c(x, y)|^2. \quad (9)$$

因此,当物面采用非相干光照明时,像面上的强度分布为^[9]

$$I_i(x) = \int_{-\infty}^{\infty} I_o(\xi) a^2 \text{sinc}^2 \left[\frac{\pi a(x + m\xi)}{(1+m)\lambda f} \right] d\xi, \quad (10)$$

式中 $I_o(\xi)$ 是物面上的强度分布, λ 是入射光的平均波长。

当成像物体是一平行于 y 轴的线光源时,像面上的强度分布为

$$F_{\text{LSF}}(x, k) = \frac{\cos(Akx) - 1}{Akx^2}, \quad (11)$$

式中 $A = \frac{a}{(1+m)f}$ 为一常数, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ 为波数。

一般光源(包括激光)发出的光,都不是严格意义上的单色光。当物面采用复色光照明时,像面上实际获得的 LSF 是其包含的所有单色 LSF 的叠加^[10]。

$$F_{\text{LSF}}(x) = \int S(\lambda) D(\lambda) F_{\text{LSF}}(x, \lambda) d\lambda, \quad (12)$$

式中 $S(\lambda)$ 是入射光的能量谱, $D(\lambda)$ 是传感器的响应度。

假设成像系统的入射光具有均一的能量谱,并且传感器对不同波长的入射光具有相同的响应度。将(11)式代入(12)式,考虑可见光光谱(380~780 nm):

$$F_{\text{LSF}}(x) = \int_{\lambda_2}^{\lambda_1} F_{\text{LSF}}(x, \lambda) d\lambda = \int_{k_2}^{k_1} F_{\text{LSF}}(x, k) dk = -2\pi \left[\frac{1 - \cos(Akx)}{2Ak^2x^2} - \frac{AC_i(Akx)}{2} + \frac{\sin(Akx)}{2kx} \right] \Big|_{k_2}^{k_1}, \quad (13)$$

式中 $\lambda_1 = 780 \text{ nm}$ 和 $\lambda_2 = 380 \text{ nm}$, $k_1 = 2\pi/\lambda_1$ 和 $k_2 = 2\pi/\lambda_2$ 分别对应于可见光光谱的上下限,

$$C_i(x) = - \int_x^{\infty} \frac{\cos t}{t} dt.$$

由于大多数的 LSF 并不一定关于中心对称,使用单个 LSF 函数很难得到令人满意的拟合效果,故使用若干个 LSF 函数的线性组合来对 LSF 数据进行拟合^[11]。实验结果表明,3 个 LSF 函数的线性组合就能够提供足够的拟合精度:

$$L(x) = d + \sum_{i=1}^3 a_i F_{\text{LSF}} \left(\frac{x - b_i}{c_i} \right), \quad (14)$$

式中 d, a_i, b_i 和 c_i 都为常数。

从图像中提取得到的上采样 LSF 数据可以使用非线性最小二乘法进行拟合。函数模型中的各个参数可以通过最小化均方误差的办法得到。一组合适的初始值有助于找到每个参数的局部最优值。因此,使用单个 LSF 函数对 LSF 数据进行拟合,可以得到一组粗略的参数估计值。然后,将这组估计值作为初始值,使用两个 LSF 函数的线性组合来对 LSF 数据进行拟合,可以得到一组更为精确的参数估计值。对于模型函数为 3 个 LSF 函数的线性组合的情况,重复以上步骤,最终得到一组更为精确的参数估计值。

根据采样定理,为了避免离散傅里叶变换(DFT)过程中可能产生的频谱混叠,对拟合后的 LSF 的采样频率必须高于其最高频率的两倍^[12]。LSF 采样值的一维 DFT 对应于过二维 OTF 中心的截面,该截面的方向垂直于线光源。

3 实验结果

3.1 仿真结果

Bentzen^[2]提出了一种基于高斯分布的函数模型用于对 LSF 数据进行拟合

$$F_{\text{LSF}}(x) = a \exp\{-[(x - b)/c]^2\} + d, \quad (15)$$

该函数模型对那些 LSF 具有负旁瓣的成像系统并不适用,例如 CT 等。

Yin 等^[4]也提出了一种组合函数模型用于对 LSF 数据进行拟合。该函数模型由两部分组成,第一部分为高斯函数,对应于 LSF 的中心部分,第二部分为指数函数,对应于 LSF 的两边部分(尾部):

$$F_{\text{LSF}}(x) = a \exp\{-[(x - b)/c]^2\} + d \exp[-|(x - e)/f|] + g, \quad (16)$$

为了避免在对 ESF 做有限元差分放大噪声,Tzannes 等^[6]提出了一种基于 Fermi 函数的函数模型用于对 LSF 数据进行拟合。实验结果表明,3 个 Fermi 函数的线性组合就能够提供足够的拟合精度

$$F_{\text{LSF}}(x) = d + \sum_{i=1}^3 \frac{a_i \exp[(x - b_i)/c_i]}{\{\exp[(x - b_i)/c_i] + 1\}^2}. \quad (17)$$

为了能够将本文提出的函数模型与上述 3 种已有的函数模型做个比较,设计并加工了一个双胶合物镜。镜头的焦距为 387.7 mm, F 数为 15。镜头的 LSF 和 MTF 设计值可以直接由 Zemax 软件得到,并作为衡量各种函数模型拟合精度的标准,本文(包含所有图表)均用 reference 加以表示。

分别使用上述 4 种函数模型对 LSF 设计值进行拟合,拟合结果如图 1(a)所示。各种拟合结果彼此之间差别不大,表明各种函数模型彼此之间性能相近。LSF 的尾部拟合结果如图 1(b)所示。基于 Bentzen 的函数模型的拟合结果与 LSF 设计值的差别最大,基于提出的函数模型的拟合结果与设计值的差别最小。基于图 1(a)中的各个函数模型的拟合结果,分别计算得到了相应的 MTF 值,如图 1(c)所示。为了能够清楚分辨各个 MTF 计算值和参考值之间的微小差别,分别计算了两者之间的误差值,如图 1(d)所示。误差值均落在 $-0.035 \sim 0.025$ 之间,并且会随着频率的变化而产生上下波动。在表 1 中,分别计算了各个函数模型的误差的最大值,平均值和均方根值。上述三种分析指标均表明,基于 Bentzen 的函数模型的 MTF 计算结果与参考值相差最大,基于本文提出的函数模型的 MTF 计算结果与参考值相差最小,这与图 1(b)中显示的拟合结果一致。实验结果表明,对 LSF 数据的拟合精度越高,相应的 MTF 的计算精度也越高。

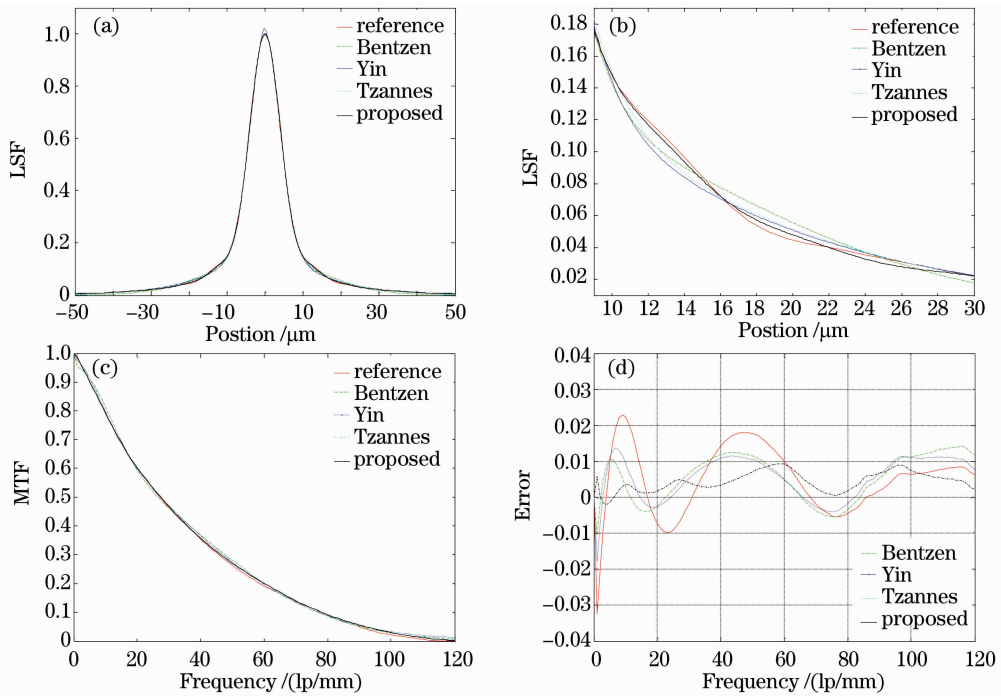


图 1 (a)不同函数模型对 LSF 的拟合结果; (b)尾部拟合结果; (c)MTF 计算值; (d)计算值与参考值之间的误差

Fig. 1 (a) LSF fitting results by different function models; (b) details of the tail portion; (c) the result of MTF estimates; (d) errors between the estimates and the reference

表 1 计算值与参考值之间误差的最大值, 平均值和均方根值(RMS)

Table 1 Max, mean, RMS error between the estimates and the reference

	Max error	Mean error	RMS error
Bentzen	0.0325	0.0085	0.0093
Yin	0.0141	0.0073	0.0064
Tzannes	0.0179	0.0068	0.0059
Proposed	0.0094	0.0045	0.0027

噪声能够污染图片,降低成像质量,决定图像传感器的灵敏度。数字图像中的噪声主要来源于图像的获取和传输过程。影响传感器性能的诸多因素包括图像获取时候的环境条件和传感器元件的自身特性。例如,当使用 CCD 相机采集图像时,光照度和传感器温度是影响图像中噪声量的两个主要因素。在光照不足或者温度较高的情况下,电子电路噪声和传感器噪声服从高斯分布^[13]。高斯分布的概率密度函数(PDF)为

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right], \quad (18)$$

式中 μ 为均值, σ 为标准差。标准差 σ 可以用来作为衡量高斯噪声大小的指标。高斯噪声是数字图像中最常见的一类噪声。

为了比较各种函数模型在图像含有噪声时的性能表现,在 LSF 设计值中加入了均值为 0, 标准差为

0.01(图像灰度最大值的 1%)的高斯噪声,然后分别使用上述四种函数模型对含有噪声的 LSF 数据进行拟合,拟合结果如图 2(a)所示。LSF 的尾部拟合结果如图 2(b)所示。由于噪声的影响,LSF 的尾部不再平滑,存在明显的上下波动。基于图 2(a)中的各个函数模型的拟合结果,分别计算得到了相应的 MTF 值,如图 2(c)所示。各个 MTF 计算值和参考值之间的误差值如图 2(d)所示。在表 2 中,分别计算了各个函数模型的误差的最大值,平均值和均方根值。上述三种分析指标均表明,基于 Bentzen 的函数模型的 MTF 计算结果与参考值相差最大,基于本文提出的函数模型的 MTF 计算结果与参考值相差最小,这与未加入噪声前的计算结果一致。

表 2 存在高斯噪声($\mu=0, \sigma=0.01$)时,计算值与参考值之间误差的最大值,平均值和均方根值

Table 2 Max, mean, RMS error between the estimates and the reference in the presence of Gaussian noise ($\mu=0, \sigma=0.01$)

	Max error	Mean error	RMS error
Bentzen	0.0250	0.0088	0.0098
Yin	0.0156	0.0077	0.0071
Tzannes	0.0170	0.0074	0.0067
Proposed	0.0137	0.0046	0.0036

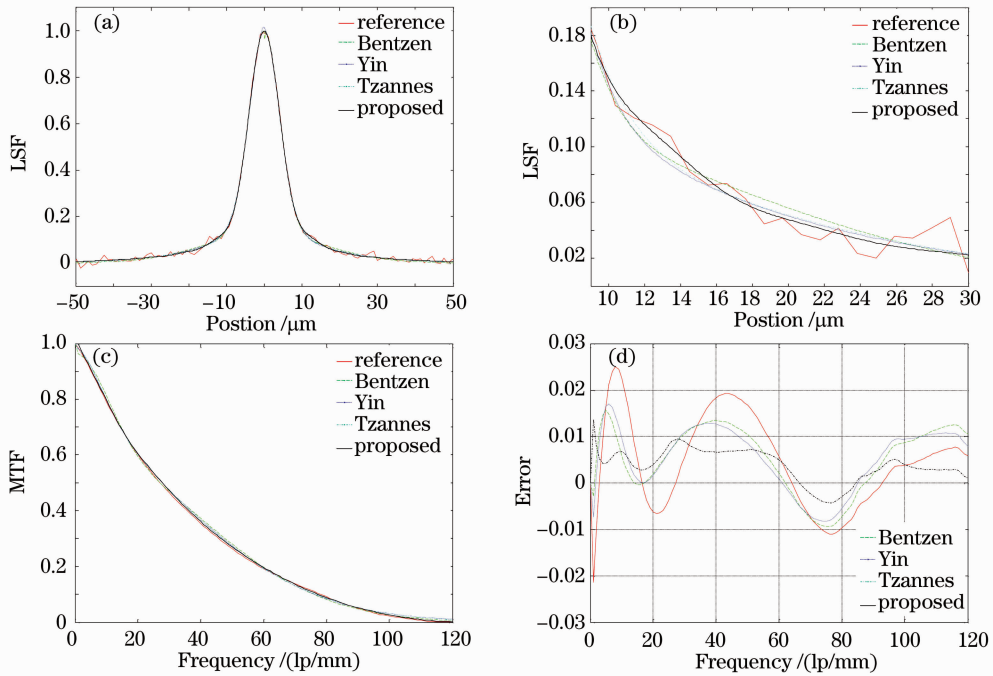


图 2 (a)存在高斯噪声($\mu=0, \sigma=0.01$)时,不同函数模型对 LSF 的拟合结果;(b)尾部拟合结果;
(c)MTF 计算值;(d)计算值与参考值之间的误差

Fig. 2 (a) LSF fitting results by different function models in the presence of Gaussian noise ($\mu=0, \sigma=0.01$); (b) details of the tail portion; (c) the result of MTF estimates; (d) errors between the estimates and the reference

为了继续深入分析和比较各种函数模型在图像含有噪声时的性能表现,在 LSF 设计值中加入了均值为 0,标准差为 0.02(图像灰度最大值的 2%)的高斯噪声,然后分别使用上述四种函数模型对含有噪声的 LSF 数据进行拟合。基于此拟合结果,可以计算得到相应的 MTF 值及其与参考值之间的误差值,如图 3 所示。在表 3 中,分别计算了各个函数模型的误差的最大值,平均值和均方根值。

实验结果表明,无论在何种噪声条件下,基于 Bentzen 的函数模型的 MTF 计算结果与参考值相差最大;基于本文提出的函数模型的 MTF 计算结果与参考值相差最小;基于 Yin 和 Tzannes 的函数模型的 MTF 计算结果相近,它们与参考值的误差介于 Bentzen 和本文提出的函数模型之间。

表 3 存在高斯噪声($\mu=0, \sigma=0.02$)时,计算值与参考值之间误差的最大值,平均值和均方根值

Table 3 Max, mean, RMS error between the estimates and the reference in the presence of Gaussian noise ($\mu=0, \sigma=0.02$)

	Max error	Mean error	RMS error
Bentzen	0.0726	0.0172	0.0205
Yin	0.0443	0.0141	0.0129
Tzannes	0.0556	0.0147	0.0153
Proposed	0.0362	0.0101	0.0124

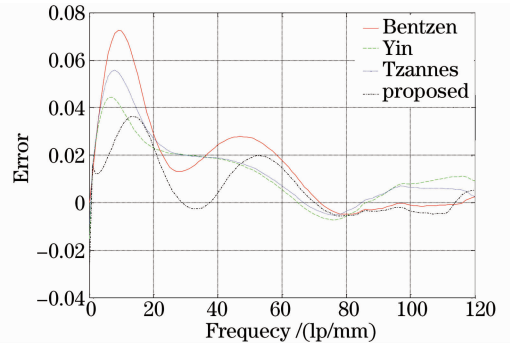


图 3 存在高斯噪声($\mu=0, \sigma=0.02$)时,计算值与参考值之间的误差

Fig. 3 Errors between the estimates and the reference in the presence of Gaussian noise ($\mu=0, \sigma=0.02$)

3 种不同噪声条件下,基于本文提出的函数模型的 MTF 计算结果与参考值的误差如图 4 所示。当噪声不太大($\sigma=0.01$)时,误差值与无噪声时的误差值相差不大,并随着频率的变化而产生平稳波动。随着噪声的不断增加($\sigma=0.02$),误差值也随之增加,且在中、低频率处产生剧烈波动。

3.2 实验结果

一张遥感图被用作目标物体。图 5(a)是由 CCD 相机获取得到的遥感图像。使用本文提出的函数模型计算退化图像的 MTF,并基于该计算值对退化图像进行 MTF 补偿^[14~16],实验证明能够有效

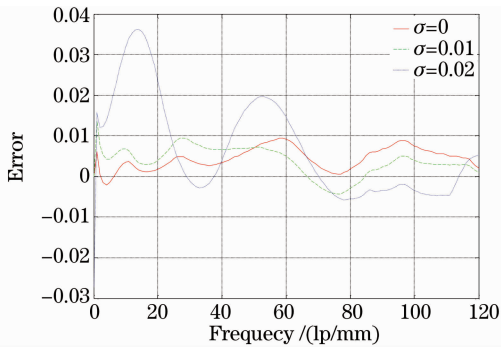


图 4 不同噪声条件下,基于本文函数模型的计算值与参考值之间的误差

Fig. 4 Errors between the estimates based on our model and the reference in the presence of different Gaussian noise

提高降质图像的质量。图 5(b)是基于 MTF 计算值的复原结果,与复原前相比,在细节(对应图像中高频成分)表现上有了有一定程度的提升。

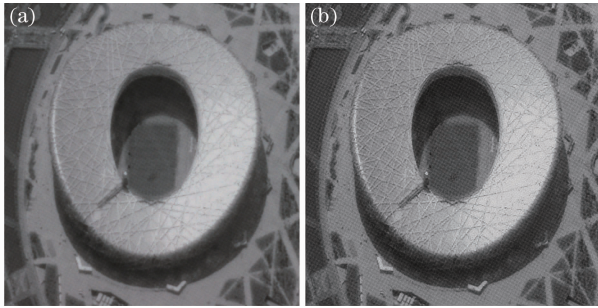


图 5 (a)由 CCD 相机获取到的遥感图像;
(b)基于 MTF 计算值的复原结果

Fig. 5 (a) Remote sensing image acquired from the CCD camera; (b) restoration result of the blurred remote sensing image

4 结 论

提出了一种新的函数模型用于对 LSF 数据进行拟合并最终得到系统的 MTF。与前人的函数模型不同,该函数模型是由标量衍射理论推导而出的。不论在何种噪声条件下,基于该函数模型的 MTF 计算结果总与参考值最为接近。实验结果表明,使用该函数模型计算退化图像的调制传递函数,并将

其用于降质图像的复原,能够有效地提升降质图像中的细节程度。结果证明了计算值的可靠性和用于图像复原时的有效性。

参 考 文 献

- 1 Jeffrey T. Olson, Richard L. Espinola, Eddie L. Jacobs. Comparison of tilted slit and tilted edge superresolution modulation transfer function techniques[J]. *Opt. Engng.*, 2007, **46**(1): 016403
 - 2 S. M. Bentzen. Evaluation of the spatial resolution of a CT scanner by direct analysis of the edge response function[J]. *Med. Phys.*, 1983, **10**(5): 579~581
 - 3 Hiroshi Fujita, Kunio Doi, Maryellen Lissak Giger. Investigation of basic imaging properties in digital radiography. 6. MTFs of II-TV digital imaging systems[J]. *Med. Phys.*, 1985, **12**(6): 713~720
 - 4 Fangfang Yin, Maryellen L. Giger, Kunio Doi. Measurement of the presampling modulation transfer function of film digitizers using a curve fitting technique[J]. *Med. Phys.*, 1990, **17**(6): 962~966
 - 5 I. A. Cunningham, A. Fenster. A method for modulation transfer function determination from edge profiles with correction for finite-element differentiation[J]. *Med. Phys.*, 1987, **14**(4): 533~537
 - 6 Alexis P. Tzannes, Jonathan M. Mooney. Measurement of the modulation transfer function of infrared cameras [J]. *Opt. Engng.*, 1995, **34**(6): 1808~1817
 - 7 Joseph W. Goodman. Introduction to Fourier Optics[M]. New York: McGraw-Hill, 1996
 - 8 T. J. Skinner. Surface texture effects in coherent imaging[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1963, **53**(11): 1350A
 - 9 Philips S. Considine. Effects of coherence on imaging systems [J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1966, **56**(8): 1001~1007
 - 10 O. P. Nijhawan, S. K. Gupta, R. Hradaynath. Polychromatic MTF of electrostatic point symmetric electron lenses[J]. *Appl. Opt.*, 1983, **22**(16): 2453~2455
 - 11 Tiecheng Li, Huajun Feng, Zhihai Xu *et al.*. Comparison of different analytical edge spread function models for MTF calculation using curve-fitting[C]. *SPIE*, 2009, **7498**: 74981H
 - 12 Ronald N. Bracewell. The Fourier Transform and Its Applications[M]. New York: McGraw-Hill, 1999
 - 13 Junichi Nakamura. Image Sensors and Signal Processing for Digital Still Cameras[M]. Boca Raton: CRC Press, 2006
 - 14 James J. Shea. Lunar limb knife-edge optical transfer function measurements[J]. *J. Electron. Imaging*, 1999, **8**(2): 196~208
 - 15 Hyundeok Hwang, Youngwan Choi, Sunghee Kwak *et al.*. MTF assessment of high resolution satellite images using ISO 12233 slanted-edge method[C]. *SPIE*, 2008, **7109**: 710905
 - 16 Li Tiecheng, Tao Xiaoping, Feng Huajun *et al.*. MTF calculation and image restoration based on slanted-edge method [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(10): 2891~2897
- 李铁成, 陶小平, 冯华君等. 基于倾斜刃边法的调制传递函数计算及图像复原[J]. *光学学报*, 2010, **30**(10): 2891~2897