

文章编号: 0253-2239(2010)11-3323-05

光学涡旋横向线动量密度的传输演化特性

杨德兴 任小元 何东升 崔 勇 甘雪涛

(西北工业大学理学院光信息科学与技术研究所陕西省光信息技术重点实验室, 陕西 西安 710072)

摘要 对于光学涡旋特别是具有复杂拓扑结构的光学涡旋,可以通过数值计算的方法获得实验上难以准确测量的角动量分布及其传输演化特性。在略去线偏振光场线动量密度中的轴向分量的情况下可获得涡旋光场的横向线动量密度,其在光束截面上的角向分量表征了涡旋角动量的分布。通过数值模拟,研究了单束拉盖尔-高斯光束和拓扑荷不同的两束拉盖尔-高斯光束同轴叠加后在自由空间中的传播过程,获得了强度分布、相位分布和横向线动量密度在瑞利长度内的分布特征。通过分析光束横截面上强度分布和线动量密度的演化特性表明,在远离束腰处光束的衍射效应不仅降低了横向线动量密度,还会增加径向分量,因而增强了径向力学特性,减弱了角向力学特性,因此在具体实施微操控时不宜在距离束腰面较远的横截面内进行。

关键词 物理光学;光学涡旋;横向线动量密度;角动量;拉盖尔-高斯光束

中图分类号 O438 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS20103011.3323

Propagation and Evaluation of Lateral Linear Momentum of Optical Vortices

Yang Dexing Ren Xiaoyuan He Dongsheng Cui Yong Gan Xuetao

(Shaanxi Key Laboratory of Optical Information Technology, Institute of Optical Information Science and Technology, School of Science, Northwestern Polytechnical University, Xi'an, Shaanxi 710072, China)

Abstract The angular momentum distributions and their propagation evaluation characteristics of optical vortices, especially vortices with the complicated topological structure, which are difficult to measure accurately through an experiment, can be obtained by numerical computation. The lateral linear momentum density of optical vortices is obtainable by neglecting the longitudinal component of linear momentum density of linearly polarized optical field, and the angular momentum distribution is characterized by the azimuth component of lateral linear momentum density. The propagations of a single Laguerre-Gaussian beam and a vortex beam superimposed by two Laguerre-Gaussian beams with different topological charges are numerically simulated in free space. Through the simulation, the transverse profiles of intensities, phases, and lateral linear momentum density in Rayleigh range are obtained. It is shown that the lateral linear momentum density is reduced, and that simultaneously the radial component of linear momentum is increased due to the beam diffraction. Consequently, the radial mechanics is enhanced and the azimuth one is abated. Therefore, the beam cross sections which are far away from the beam waist are not suitable to be utilized for the manipulation of microparticles.

Key words physical optics; optical vortex; lateral linear momentum density; angular momentum; Laguerre-Gaussian (LG) beam

1 引 言

L. Allen 等^[1]于1992年在理论上证明由于涡旋光束的波阵面为螺旋状,光场中存在角动量。处于涡旋光场中的微粒将受到旋转力的作用,因而可

实现对微粒旋转和螺旋运动等操控,这在微粒的光学导引、光学镊子和光学扳手等方面可获得广泛应用^[2~8]。2002年M. P. Macdonald 等^[9]将两束涡旋光干涉后用于微操控,成功地实现了变动量操控和

收稿日期: 2010-01-18; 收到修改稿日期: 2010-03-01

基金项目: 瞬态光学与光子技术国家重点实验室开放基金(SKLST200911)和西北工业大学基础研究基金资助课题。

作者简介: 杨德兴(1966—),男,博士,副教授,主要从事光纤技术和光电子器件等方面的研究。

E-mail: dxyang@nwpu.edu.cn(中国光学学会会员号:S040111432S)

多个微粒的束缚与旋转。由于两束涡旋光干涉后的光场发生了复杂的变化,不再是简单的单个空心光束,其复杂的拓扑结构使角动量的分布也变得十分复杂。近年来,国内王涛等^[10~12]对光学涡旋的传播演化进行了相应的研究;杨德兴等^[13~15]对多个相干光学涡旋的错位叠加和同轴叠加以及实验实现方法进行了研究,获得了丰富的涡旋态,其中许多涡旋态的拓扑结构十分复杂。在将具有复杂拓扑结构的光学涡旋应用于微操控时,其角动量的空间分布对于复杂操纵的控制具有重要意义。然而,对于一个实际涡旋特别是具有复杂拓扑结构的涡旋,要通过实验方法准确测出其横向线动量的空间分布是非常困难的。因此,通过数值计算来获得角动量的空间分布特征将有助于对涡旋力学特性的认识。本文利用涡旋场中各点的横向线动量密度来表征其角动量分布特征,通过对单个环形光学涡旋和两个环形光学涡旋干涉后的传输和演化进行数值模拟,研究角动量分布及其在传播过程中的演化特征。

2 理论基础

光波从本质上来说是电磁波。L. Allen 等^[1]推导出了光场的线动量密度,即 $\epsilon_0 \mathbf{E} \times \mathbf{B}$ 实部的时间平均值:

$$\frac{\epsilon_0}{2} (\mathbf{E}^* \times \mathbf{B} + \mathbf{E} \times \mathbf{B}^*) = i\omega \frac{\epsilon_0}{2} (\mathbf{u}^* \nabla \mathbf{u} - \mathbf{u} \nabla \mathbf{u}^*) + \omega k \epsilon_0 |\mathbf{u}|^2 \mathbf{e}_z, \quad (1)$$

式中 \mathbf{e}_z 代表 z 方向的单位矢量, ω 为光波的圆频率, ϵ_0 为介电常数, \mathbf{E} 和 \mathbf{B} 分别为光波场中的电场和磁场分量, \mathbf{u} 和 \mathbf{u}^* 分别为光波的复振幅及其复共轭, u 和 u^* 分别为它们的模, k 为波数。对于平面波,其波阵面法线平行于传播同轴,线动量与传播方向轴,因而无横向分量;对涡旋光束,其波阵面法线不再与传播轴平行,因此对于准直涡旋光束,不仅在传播轴上存在线动量,在横向同样具有线动量分量。由于涡旋具有环形拓扑结构,因此横向线动量实际上可表征角动量的大小。假如涡旋光束沿 z 轴传播,将(1)式中的纵向分量略去即可得到横向线动量密度。在直角坐标系下,任一截面 z 处的线动量密度可表示成

$$P(x, y, z) = \frac{i\omega \epsilon_0}{2} \left[\left(u^* \frac{\partial u}{\partial x} - u \frac{\partial u^*}{\partial x} \right) \mathbf{e}_x + \left(u^* \frac{\partial u}{\partial y} - u \frac{\partial u^*}{\partial y} \right) \mathbf{e}_y \right], \quad (2)$$

式中 u 和 u^* 为光波复振幅及其复共轭的标量形式。

由于涡旋大多具有圆对称结构,因此,柱坐标系用得更多。在柱坐标系下,(2)式可以表示成

$$P(r, \theta, z) = \frac{i\omega \epsilon_0}{2} \left[\left(u^* \frac{\partial u}{\partial r} - u \frac{\partial u^*}{\partial r} \right) \mathbf{e}_r + \frac{1}{r} \left(u^* \frac{\partial u}{\partial \theta} - u \frac{\partial u^*}{\partial \theta} \right) \mathbf{e}_\theta \right]. \quad (3)$$

3 数值模拟

在柱坐标系中,光学涡旋可表示为

$$\psi_l(r, \theta, z) = u(r, \theta, z) \exp(-ikz), \quad (4)$$

式中 $u(r, \theta, z) = u(r, z) \exp(im\theta)$, 表征涡旋振幅的拓扑结构, θ 为方位角, 整数 m 为拓扑荷值, $u(r, z)$ 为 z 处的光场径向分布, $m\theta$ 为螺旋相位。不同的背景光场可构造出不同的涡旋光束, 如平面涡旋光^[11]、点涡旋光^[11] 和环形涡旋光^[7] 等。

3.1 环形光学涡旋线动量密度的数值模拟

在光学微操控中应用最多的是环形涡旋光束, 典型的如拉盖尔-高斯(LG)光束^[9]。这种环形涡旋光束可以直接由激光器输出, 其振幅表达式可以简写为

$$u(r, \theta, z) = \frac{C}{(1 + z^2/z_R^2)^{1/2}} \left[\frac{r\sqrt{2}}{\omega(z)} \right]^m \times \exp\left[\frac{-r^2}{\omega^2(z)} \right] \exp\left[\frac{-ikr^2 z}{2(z^2 + z_R^2)} \right] \times \exp(-im\theta) \exp\left[i(|m| + 1) \arctan \frac{z}{z_R} \right], \quad (5)$$

式中 z_R 为瑞利长度, $\omega(z)$ 为光束在距离 z 处的半径, C 为常数。

将(5)式代入(3)式即可计算出距离束腰不同位置处 LG 光束的横向线动量密度分布, 图 1 分别给出了在束腰(即 $z=0$ 处)和距束腰 0.3, 0.6, 0.9 倍瑞利长度处的数值模拟结果, 所用涡旋的拓扑荷值为 1, 其中图 1(a1)~(a5)为相应位置处的强度分布, 图 1(b1)~(b5)为相应的线动量密度, 其中每一点处的箭头方向代表该点起点处的动量方向, 箭头的长度代表该点起点处的光场线动量密度(或能流密度)的相对大小, 图 1 中的 (a5) 给出了与图 1(a1)~(a4)对应的各横截面中沿 x 轴的强度分布, 图中纵轴 I 表示强度。从图 1(a1)~(a5)所示的强度分布看, 虽然因为衍射使强度分布在远离束腰处沿径向展宽, 但并不影响光束的圆对称分布, 因此, 仅凭强度分布的变化只能判断出在远离束腰时, 横向线动量密度将变小, 而无法判断截面上各点的线动量方向。从图 1(b1)~(b5)可以看出, 在束腰处, 线动量的方向与光束的径向垂直, 也就是说, 横

向线动量完全贡献给角动量；在瑞利长度之内远离束腰处，线动量与径向不再垂直，而且离束腰越远与径向的夹角越小。图 1(b5) 给出了沿 x 轴横向线动量在角向的分量，图中纵轴 P_A 表示线动量的角向分量，图示表明，离束腰越远，横向线动量在角向的分量越小，对角动量的贡献越小，同时从图 1(b1)~(b4) 可以看出，离心分量变得越来越大。而且，在远离束腰处的同一个截面上，距光束中心越远，横向

线动量与径向的夹角越小，其在角向的分量越小，在径向的分量越大。因此，在远离束腰处不仅会因为衍射致强度分布变得平缓而使环形涡旋的角动量减小，随着光束的传播，光束横截面的曲率半径会逐渐减小，从而也导致横向线动量方向偏离角向而减小对角动量的贡献，而且距光束中心越远角向分量越小。由以上模拟分析可知，在进行微操控时，涡旋光束的束腰面应该是最理想的捕获平面。

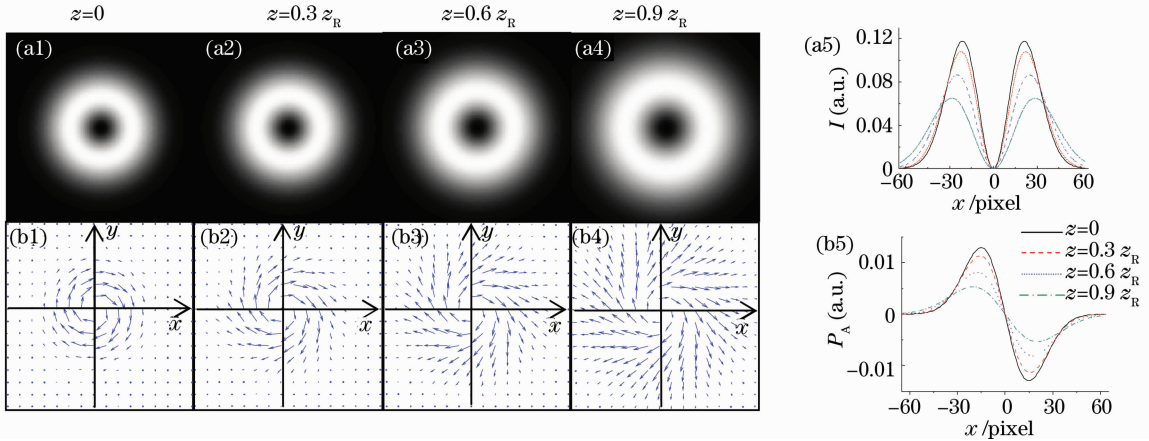


图 1 拓扑荷值 $m=1$ 时环形涡旋光在自由空间中传播和演化。(a1)~(a4) 强度分布图，(a5) 沿 x 轴的强度分布，(b1)~(b4) 线动量密度分布图，(b5) 沿 x 轴线动量的角向分量

Fig. 1 Propagation and evolution of the single ring vortex with $m=1$ in free space. (a1)~(a4) intensity, (a5) intensity distribution on x axis, (b1)~(b4) linear momentum density, (b5) azimuthal component of linear momentum density on x axis

3.2 复合光学涡旋的传输演化及其线动量密度数值模拟

复合光学涡旋是一种复杂的涡旋态，可以通过多个单涡旋的相干叠加等方法产生，因此可以获得

非常丰富光学涡旋态，本文仅对其中一个特例进行计算分析。对于背景光束参数完全相同，拓扑荷值分别为 1 和 4 的 LG 光束，当它们作同轴相干叠加时，其振幅表达式为

$$u_1(r, \theta, z) = \frac{C}{(1 + z^2/z_R^2)^{1/2}} \frac{r\sqrt{2}}{\omega(z)} \exp\left[\frac{-r^2}{\omega^2(z)}\right] \exp\left[\frac{-ikr^2z}{2(z^2 + z_R^2)}\right] \left\{ \exp(-i\theta) \exp\left(i2\arctan\frac{z}{z_R}\right) + \left[\frac{r\sqrt{2}}{\omega(z)}\right]^3 \exp(-i4\theta) \exp\left(i5\arctan\frac{z}{z_R}\right) \right\}. \quad (6)$$

将(6)式代入(3)式可计算出这一复合光学涡旋的横向线动量密度分布，图 2 分别给出了在束腰和距束腰 0.3, 0.6, 0.9 倍瑞利长度处其强度分布、相位分布、与平面波干涉形成的条纹图、横向线动量密度分布和线动量模值分布的数值模拟结果。

从图 2(a1)~(a4) 的强度分布可以看出，与单个涡旋的情况相似，相干叠加形成的复合涡旋的强度分布也会随着远离束腰而沿径向展宽，因此，角动量密度也会逐渐减小；由图 2(b1)~(b4) 的相位分布可知，在远离束腰时，复合涡旋中的各个子涡旋的

螺旋相位会发生畸变，而且距束腰越远畸变越严重；从强度分布和相位分布可以看出，各子涡旋的相对位置也会在传播过程中发生旋转；图 2(c1)~(c4) 的干涉条纹图表明，两个叠加的涡旋裂解为 4 个拓扑荷为 1 的涡旋，其中一个位于原中心点处，另外 3 个环绕中心涡旋对称分布；通过对线动量密度的计算模拟得到图 2(d1)~(d4)，相干叠加后整个光场横截面内的线动量主要集中于 3 个亮斑处；图 2(e1)~(e4) 则给出了在束腰和距束腰 0.3, 0.6, 0.9 倍瑞利长度处横向线动量的模值，最大值分别

为0.1175, 0.1081, 0.0872 和 0.0660, 与单个涡旋光束相似, 在瑞利长度范围内, 复合涡旋在传播过程中随着传播距离的增加, 由于衍射使光束扩展和背景光场曲率半径的逐渐减小, 线动量在横截面内的分布逐渐趋于平缓, 且径向分量越来越大, 因此角向分

量会变得越来越小, 横向线动量对角动量的贡献变得越来越小。因此, 通过涡旋光束的干涉叠加不仅可以达到改变角动量分布的目的, 而且还为实现复杂的微操控提供了一种切实可行方法。

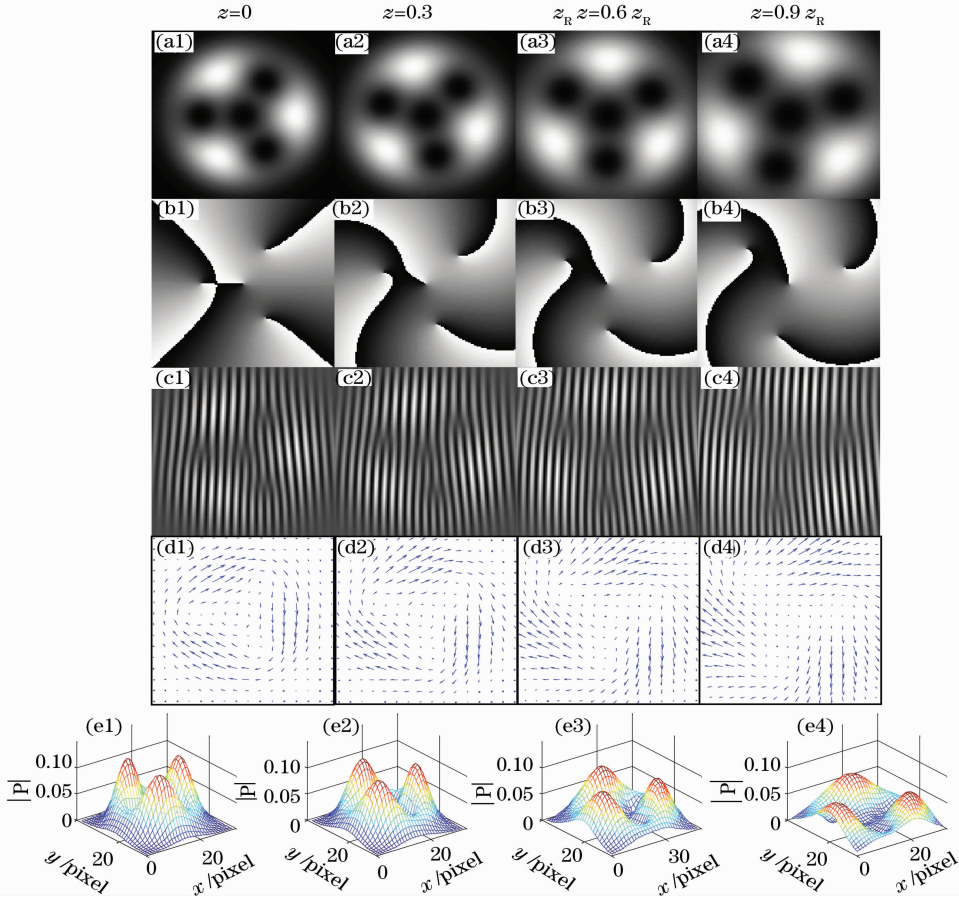


图2 拓扑荷分别为1和4时的环形涡旋光同轴叠加。(a1)~(a4)强度分布图,(b1)~(b4)相位分布图,(c1)~(c4)干涉条纹图,(d1)~(d4)线动量密度分布图,(e1)~(e4)线动量模值分布图

Fig. 2 Coaxial superposition of the ring vortices with $m=1$ and 4. (a1)~(a4): intensity; (b1)~(b4): phase; (c1)~(c4): interferograms; (d1)~(d4): linear momentum density; (e1)~(e4): mode values of the linear momentum density

4 结 论

光学涡旋用于微操控时主要利用其横向角动量特性, 虽然已知其角动量与其强度和拓扑荷成正比, 但是对于畸变的光学涡旋和复杂光学涡旋, 却很难从强度分布和拓扑荷大小直接得出其角动量分布。在将光学涡旋用于一些复杂的微操控时, 会用到一些复杂涡旋态, 其角动量分布特征对于实际应用十分必要。本文通过将理论推导得到的光场线动量密度应用到光学涡旋上, 得到了线偏振光学涡旋的线动量密度表达式, 并应用于单束光学涡旋以及复合光学涡旋在自由空间传播过程中线动量密度演化特性的数值模拟。模拟计算结果可以清晰直观地显示

出横向线动量的角向和径向分布演化特性。结果表明, 在远离束腰处光束的衍射效应不仅降低了横向线动量密度, 还会增加径向分量, 因而增强了径向力学特性, 减弱了角向力学特性。因此, 可通过改变束腰与操控对象的距离来改变横向线动量的空间分布, 从而控制作用对象所受的横向作用力的大小和方向。通过控制或者改变参与干涉叠加的涡旋光束数量、拓扑荷以及涡旋类型, 可以得到不同的复合涡旋态(比如多核涡旋等)^[13~15]。因此, 有可能实现对多微粒的变动量操控和束缚等。

参 考 文 献

1 L. Allen, M. W. Beijersbergen, R. J. C. Spreeuw *et al.*.

- Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes [J]. *Phys. Rev. A*, 1992, **45**(11): 8185~8189
- 2 H. He, M. E. J. Friese, N. R. Heckenberg *et al.*. Direct observation of transfer of angular momentum to absorptive particles from a laser beam with a phase singularity[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1995, **75**(5): 826~829
- 3 Jennifer E. Curtis, David G. Grier. Modulated optical vortices [J]. *Opt. Lett.*, 2003, **28**(11): 872~874
- 4 W. M. Lee, B. P. S. Ahluwalia, X. C. Yuan *et al.*. Optical steering of high and low index microparticles by manipulating an off-axis optical vortex[J]. *J. Opt. A: Pure Appl.*, 2005, **7**(1): 1~6
- 5 N. B. Simpson, K. Dholakia, L. Allen *et al.*. Mechanical equivalence of spin and orbital angular momentum of light: an optical spanner[J]. *Opt. Lett.*, 1997, **22**(1): 52~54
- 6 M. E. J. Friese, T. A. Nieminen, N. R. Heckenberg *et al.*. Optical alignment and spinning of laser-trapped microscopic particles[J]. *Nature*, 1998, **394**(621): 348~350
- 7 Jennifer E. Curtis, David G. Grier. Structure of optical vortices [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2003, **90**(13): 133901
- 8 Jennifer E. Curtis, Brian A. Koss, David G. Grier. Dynamic holographic optical tweezers [J]. *Opt. Commun.*, 2002, **207**(1-6): 169~175
- 9 M. P. MacDonald, L. Paterson, K. Volk-Sepulveda *et al.*. Creation and manipulation of three-dimensional optically trapped structures[J]. *Science*, 2002, **296**(5570): 1101~1103
- 10 Wang Tao, Pu Jixiong, Chen Ziyang. Propagation of vortex beams in a turbulent atmosphere[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(s2): 82~86
- 王涛, 蒲继雄, 陈子阳. 涡旋光束在湍流大气中的传输特性[J]. *光学学报*, 2008, **28**(s2): 82~86
- 11 He De, Yan Hongwei, Lü Baida. Evolution and composite optical vortices of Hermite-Gaussian vortex beams[J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(8): 2023~2029
- 何德, 闫红卫, 吕百达. 厄米-高斯涡旋光束形成的合成光涡旋及演化[J]. *中国激光*, 2009, **36**(8): 2023~2029
- 12 Fu Wenyu, Li Gaoqing, Liu Xiaojun. Propagation of partially coherent vortex beams in the turbulent atmosphere [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(11): 2958~2962
- 付文羽, 李高清, 刘小军. 部分相干涡旋光束在大气湍流中的远场传输特性[J]. *光学学报*, 2009, **29**(11): 2958~2962
- 13 Yang Dexing, Wang Hao, He Dongsheng *et al.*. Complex vortices formed by coaxial superposition of circular and planar vortices[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2009, **38**(7): 1683~1686
- 杨德兴, 王浩, 何东升等. 环形与平面光学涡旋共线叠加的复合涡旋[J]. *光子学报*, 2009, **38**(7): 1683~1686
- 14 Wang Hao, Yang Dexing, Gan Xuetao *et al.*. Analysis of interference of planar vortex beams [J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(2): 517~522
- 王浩, 杨德兴, 甘雪涛等. 平面涡旋光干涉的分析[J]. *光学学报*, 2009, **29**(2): 517~522
- 15 Li Hailian, Yang Dexing, Ren Xiaoyuan *et al.*. Experimental investigation of optical vortex generated by volume holography [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, **30**(2): 503~507
- 李海莲, 杨德兴, 任小元等. 体全息产生光学涡旋的实验研究[J]. *光学学报*, 2010, **30**(2): 503~507