

文章编号: 0253-2239(2010)11-3295-05

径向偏振光三维超分辨衍射光学元件设计

程 侃 谭峭峰 周哲海 金国藩

(清华大学精密测试技术与仪器国家重点实验室, 北京 100084)

摘要 针对径向偏振光入射, 设计了三维超分辨衍射光学元件。对径向偏振光大数值孔径聚焦特性的分析表明, 纵向分量是影响聚焦主瓣的三维光强分布的主要因素。仅考虑径向偏振光聚焦场的纵向分量, 沿用线偏振光入射时三维超分辨衍射光学元件的全局优化方法, 利用线性规划设计了三维超分辨的 $0, \pi$ 结构的纯相位元件。考虑径向偏振光聚焦场的径向和纵向分量, 计算了三维超分辨性能。与线偏振光的性能对比表明, 尽管仅考虑聚焦场纵向分量设计的衍射光学元件不是全局最优解, 但其三维超分辨性能明显优于线偏振光, 证明了仅考虑径向偏振光聚焦场的纵向分量进行三维超分辨衍射光学元件优化的有效性。

关键词 衍射光学元件; 径向偏振光; 三维超分辨; 线性规划

中图分类号 O436 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS20103011.3295

Design of Three-Dimensional Superresolution Diffractive Optical Elements for Radially Polarized Beam

Cheng Kan Tan Qiaofeng Zhou Zhehai Jin Guofan

(State Key Laboratory of Precision Measurement Technology and Instruments, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract Three-dimensional superresolution diffractive optical elements (DOE) are designed for incidences of radially polarized light. The analysis of focusing properties of the radially polarized beam in the high numerical aperture focusing system shows that the longitudinal component of the focused radially polarized light dominates the three-dimensional intensity distribution of main lobe. Based on the global optimization method, three-dimensional superresolution DOE for the linearly polarized beam with 0 and π binary phase distribution are designed by linear programming method. Three-dimensional superresolution performances are calculated considering both transverse and longitudinal components of the focused radially polarized light. Although the optimized DOE may not be globally optimal for the radially polarized light, simulation results show that the radially polarized beam can realize better superresolution performances than the linearly polarized light, which also validates the optimization method for three-dimensional superresolution DOE considering only the longitudinal component of the focused radially polarized beam.

Key words diffractive optical element; radially polarized beam; three-dimensional superresolution; linear programming

1 引 言

轴对称偏振光束, 例如径向偏振光和切向偏振光, 其偏振态空间分布不均匀, 与线偏振光相比具有许多显著不同的性质, 这些特性在显微术^[1~3]、表面

等离子体激发^[4,5]、数据存储^[6]以及生物分子操纵^[7~8]等方面表现出较大的应用潜力, 并得到充分关注, 特别是径向偏振光在大数值孔径聚焦的条件下, 可实现二维光学超分辨, 已在理论^[1,9~11]和实

收稿日期: 2009-12-30; 收到修改稿日期: 2010-02-25

基金项目: 国家 973 计划(2007CB935303)资助课题。

作者简介: 程 侃(1983—), 男, 硕士研究生, 主要从事衍射光学方面的研究。

E-mail: chengk08@mails.tsinghua.edu.cn

导师简介: 谭峭峰(1974—), 男, 副教授, 主要从事衍射光学和光学信息处理方面的研究。

E-mail: tanqf@mail.tsinghua.edu.cn

验^[3]上进行了广泛研究。为了进一步提高径向偏振光大数值孔径聚焦时的超分辨性能,减小主瓣尺寸,可对入射光瞳进行调制^[12~15]。

衍射光学元件(DOE)因其纯相位特性,已成为一类应用广泛的光瞳滤波器。对于线偏振光,利用线性规划方法^[16]可设计二维和三维超分辨衍射光学元件,并且可以证明,全局最优解是 $0, \pi$ 二值相位元件^[17~19]。目前径向偏振光超分辨性能的研究集中在二维超分辨上,缺乏对径向偏振光聚焦场轴向超分辨性能的优化,本文利用衍射光学元件实现径向偏振光入射时的三维超分辨。

本文分析了大数值孔径下径向偏振光聚焦场径向分量和纵向分量的特性,由于此时聚焦场纵向分量的强度大于径向分量的强度,并且轴上径向分量强度为零,因此仅选取聚焦场纵向分量进行优化。

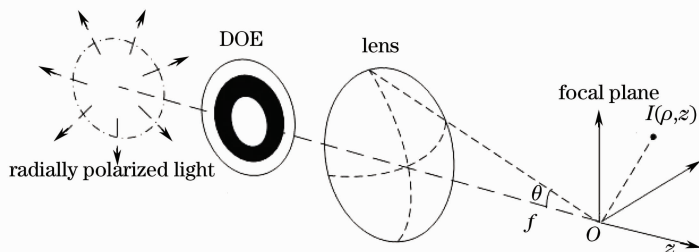


图1 系统结构图
Fig. 1 System layout

大数值孔径下径向偏振光焦点区域光场强度分布的计算公式为^[9]

$$I(\rho, z) = |e_r(\rho, z)|^2 + |e_z(\rho, z)|^2, \quad (1)$$

式中 e_r 为径向分量, e_z 为纵向分量, 计算公式为

$$e_r(\rho, z) = C \int_0^\alpha U(\theta) \cos^{1/2} \theta \sin 2\theta l_0(\theta) J_1(k\rho \sin \theta) \exp(i2kz \cos \theta) d\theta, \quad (2)$$

$$e_z(\rho, z) = 2iC \int_0^\alpha U(\theta) \cos^{1/2} \theta \sin^2 \theta l_0(\theta) J_0(k\rho \sin \theta) \exp(i2kz \cos \theta) d\theta, \quad (3)$$

式中 I 为焦点附近区域光场强度, C 为常数, $U(\theta)$ 为衍射光学元件透射率函数, J_1 和 J_0 分别为一阶和零阶第一类贝塞尔函数, $l_0(\theta)$ 为入射光的光瞳函数, 在贝塞尔-高斯光束入射时,

$$l_0(\theta) = \exp\left[-\beta_0^2 \left(\frac{\sin \theta}{\sin \alpha}\right)^2\right] J_1\left(2\beta_0 \frac{\sin \theta}{\sin \alpha}\right), \quad (4)$$

式中 β_0 是入瞳半径和入射光束束腰之比, 本文取为 1。根据(1)~(4)式, 计算了数值孔径为 0.95 时焦面上的强度分布, 如图 2(a) 所示。由图可知, 纵向

沿用线偏振光的优化方法, 设计出了能够实现三维超分辨且性能良好的 $0, \pi$ 结构的衍射光学元件, 明显优于线偏振光入射时的情形, 这也表明仅考虑径向偏振光大数值孔径聚焦场纵向分量优化三维超分辨衍射光学元件的方法是有效的。

2 衍射光学元件优化设计

2.1 径向偏振光聚焦特性分析

高数值孔径聚焦系统如图 1 所示, 原点 O 为透镜焦点, ρ 为与光轴垂直平面上的径向坐标, z 为以焦点为原点的光轴方向, θ 为出瞳面相对于焦面的汇聚角, 其最大值为 $\alpha = \arcsin(NA/n)$, NA 为聚焦透镜的数值孔径, n 为折射率, 空气中 $n=1$, f 为透镜的焦距, λ 为入射波长。

分量决定了焦斑中心点强度, 径向分量只影响中心主瓣的半径和旁瓣的强度。图 2(b) 显示了不同数值孔径下, 纵向分量中心点强度最大值与径向分量强度最大值的比值, 在大数值孔径情况下 ($NA > 0.7$), 纵向分量中心点强度大于径向分量强度最大值。此外, 由于 $J_1(0) = 0$, 径向分量的强度在光轴上始终为 0, 轴向超分辨能力由纵向分量决定。因此, 为简化起见, 在三维超分辨衍射光学元件的优化过程中只考虑纵向分量。

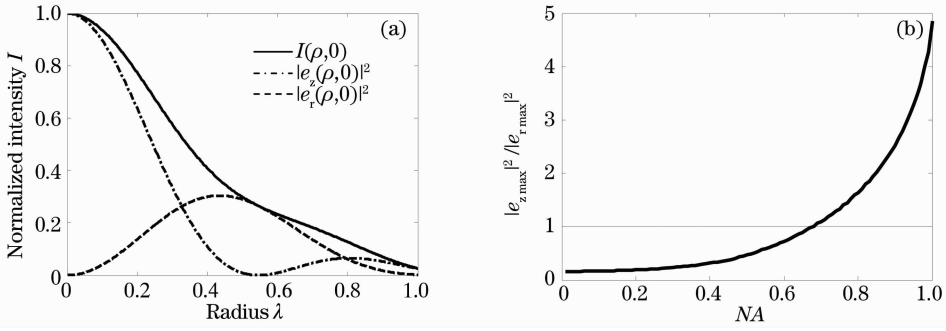


图 2 径向偏振光的聚焦特性。(a) $NA=0.95$ 时焦点上的强度分布, (b) 纵向分量中心点强度与径向分量强度最大值比值与数值孔径的关系

Fig.2 Focusing properties of the radially polarized light. (a) Intensity distribution of the longitudinal component, the transverse component and the overall distribution at the focal plane on condition of $NA=0.95$. (b) ratio of maximum intensities of two components at different numerical apertures

2.2 衍射光学元件优化

三维超分辨是指聚焦场主瓣的尺寸在轴向和径向上都小于线偏振光大数值孔径下直接聚焦的情况^[10], 三维超分辨性能参数主要考虑中心强度和中心主瓣在径向和轴向上的尺寸。施特雷尔(Strehl)比 S 为超分辨中心强度与线偏振光直接聚焦中心强度的比。考虑径向分量时, 径向偏振光大数值孔径聚焦场的强度分布没有零点, 为此定义径向分辨率 G_T 为焦平面上超分辨光场强度降为中心强度一

半时的直径与线偏振光直接聚焦时相应直径的比值, 定义轴向分辨率 G_A 为在轴向上超分辨光场强度降为中心强度一半时的两个位置的轴向距离与线偏振光直接聚焦时相应距离的比值^[19]。衍射光学元件的优化目标是在降低 G_T 和 G_A 的同时获得最大的中心强度 $I(0,0)$ 或 S 。

只考虑径向偏振光聚焦场的纵向分量, 对中心强度 $I(0,0)$ 进行优化, 目标函数及对应的约束条件为^[19]

$$\max_{U(\theta)} I(0,0) = \left| \int_0^\alpha D_2(\theta)U(\theta) d\theta \right|^2, \tag{5}$$

$$I(\xi,0) = \left| \int_0^\alpha D_2(\theta)U(\theta)J_0(k\xi \sin \theta) d\theta \right|^2 \leq \epsilon I(0,0), \tag{6}$$

$$I(0,\psi) = \left[\int_0^\alpha D_2(\theta)U(\theta) \cos(2k\psi \cos \theta) d\theta \right]^2 + \left[\int_0^\alpha D_2(\theta)U(\theta) \sin(2k\psi \cos \theta) d\theta \right]^2 \leq \omega I(0,0), \tag{7}$$

$$|U(\theta)| \leq 1, \tag{8}$$

式中 $D_2(\theta) = \cos^{1/2}\theta \sin^2\theta l_0(\theta)$ 为实函数, ξ 和 ψ 约束径向和轴向主瓣的三维尺寸, ϵ 和 ω 为对应位置的强度约束。限定衍射光学元件为 $0, \pi$ 结构的二值相位元件, 则 $U(\theta) \in \{-1, 1\}$ 也为实函数, 则优化问题可以转化为

$$\max_{U(\theta)} E(0,0) = \int_0^\alpha D_2(\theta)U(\theta) d\theta, \tag{9}$$

将约束条件线性化为

$$-\sqrt{\epsilon}E(0,0) \leq \int_0^\alpha D_2(\theta)U(\theta)J_0(k\xi \sin \theta) d\theta \leq \sqrt{\epsilon}E(0,0), \tag{10}$$

$$\begin{aligned} (-1)^m \left[\int_0^\alpha D_2(\theta)U(\theta) \cos(2k\psi \cos \theta) d\theta \right] \cos \gamma(p) + (-1)^n \left[\int_0^\alpha D_2(\theta)U(\theta) \sin(2k\psi \cos \theta) d\theta \right] \sin \gamma(p) \leq \\ \sqrt{\omega}E(0,0) \cos \frac{\pi}{4P}, \end{aligned} \tag{11}$$

如图 3 所示, 非线性约束(7)式对应半径为 $\sqrt{\omega}E(0,0)$ 圆内部区域, 可用该圆内接正多边形加以近似, $4P$ 为

正多边形边数, $P \gg 1, m, n \in \{0, 1\}$, 使得(11)式分别对应四个象限, $\gamma(p) = (p - 0.5)\pi / (2P)$, $p = 1, 2, \dots, P$.

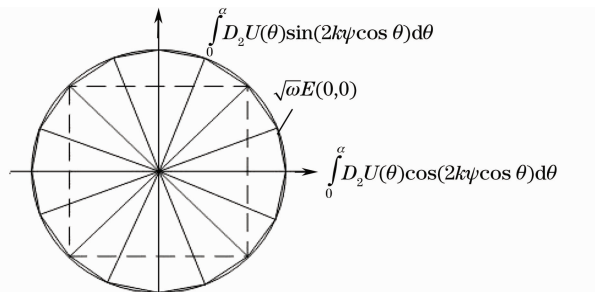


图 3 非线性约束的线性化

Fig. 3 Transformation from nonlinear restriction to linear restriction

进一步将衍射光学元件沿径向离散化为 K 个环带, 其中第 j 环带的透射率函数 $U(\theta_j) = t_j$, $t_j \in \{-1, 1\}$, 则优化问题转化为

$$\max_{A(\theta)} E(0, 0) = \sum_{j=1}^K t_j \int_{\theta_j}^{\theta_{j+1}} D_2(\theta) d\theta, \tag{12}$$

$$-\sqrt{\epsilon} E(0, 0) \leq \sum_{j=1}^K t_j \int_{\theta_j}^{\theta_{j+1}} D_2(\theta) \times J_0(k\xi \sin \theta) d\theta \leq \sqrt{\epsilon} E(0, 0), \tag{13}$$

$$\begin{aligned} & (-1)^m \left[\sum_{j=1}^K t_j \int_{\theta_j}^{\theta_{j+1}} D_2(\theta) \cos(2k\psi \cos \theta) d\theta \right] \times \\ & \cos[\gamma(p)] + (-1)^n \left[\sum_{j=1}^K t_j \int_{\theta_j}^{\theta_{j+1}} D_2(\theta) \times \sin(2k\psi \cos \theta) d\theta \right] \\ & \sin[\gamma(p)] \leq \sqrt{\omega} E(0, 0) \cos \frac{\pi}{4P}, \tag{14} \end{aligned}$$

式中 $\theta_1 = 0, \theta_{K+1} = \alpha$, 利用线性规划方法可以获得上述问题的解。在径向和轴向都只对中心主瓣的尺寸进行约束的情况下, 获得的是四环带 $0, \pi$ 结构的衍射光学元件。

3 设计结果

为了对线偏振光和径向偏振光三维超分辨的性能进行对比, 首先, 选取相同的径向约束 ξ , 并且使轴向约束 ψ 尽量接近。对于线偏振光, 优化结果也是四环带 $0, \pi$ 结构衍射光学元件, 线偏振优化结果(LO)相位突变点的归一化径向坐标为 0.14, 0.5 和 0.78^[19], G_T, G_A 和 S 分别为 0.80, 0.80 和 0.06; 对于径向偏振光, 优化结果 1(RO1)的相位突变点的归一化坐标为 0.07, 0.58 和 0.7, G_T, G_A 和 S 分别为 0.80, 0.77 和 0.20。此时需注意的是, 对于径向偏振光, 焦点附近的强度分布考虑了纵向分量和径向分量, 虽然优化的时候, 为了简化优化过程, 仅考虑纵向分量。经相应的三维超分辨衍射光学元件调制后, 径向偏振光和线偏振光聚焦光场的径向和轴向的强度分布如图 4 所示。径向偏振光入射时的径向分辨率和线偏振光相同, 轴向分辨率比线偏振光提高了 3.7%, 而中心强度 $I(0, 0)$ 提高了 3 倍多, 并且旁瓣强度明显减小。

为了获得与线偏振光相同的 S , 改变 ξ 和 ψ 取值, 得到的径向偏振优化结果 2(RO2), 其相位突变点的归一化坐标为 0.26, 0.57 和 0.76, G_T, G_A 和 S 分别为 0.69, 0.66 和 0.06, 相对于线偏振光, G_T 减小了 13.7%, G_A 减小了 17.5%, 此时经相应的三维超分辨衍射光学元件调制后, 径向偏振光和线偏振光聚焦光场的径向和轴向的强度分布如图 5 所示。

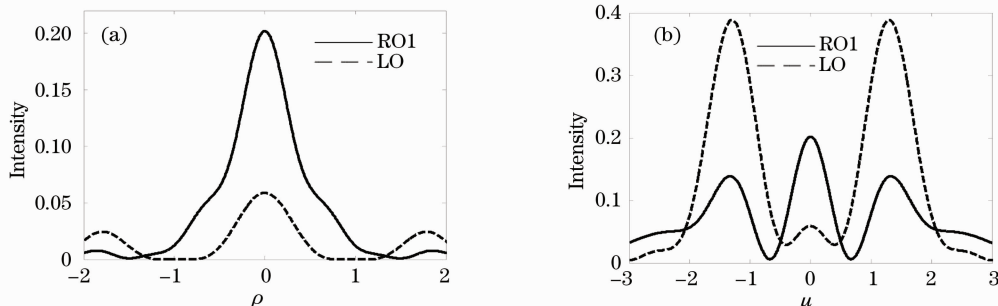


图 4 具有相同 G_T 和相近 G_A 的衍射光学元件三维超分辨性能。(a) RO1 与 LO 径向强度分布, (b) RO1 与 LO 轴向强度分布

Fig. 4 Intensity distributions of three-dimensional diffractive superresolution elements at the focal plane or along optical axis with the same G_T and very close G_A . (a) Radial intensity distribution of RO1 and LO at focal plane, (b) intensity distribution of RO1 and LO along optical axis

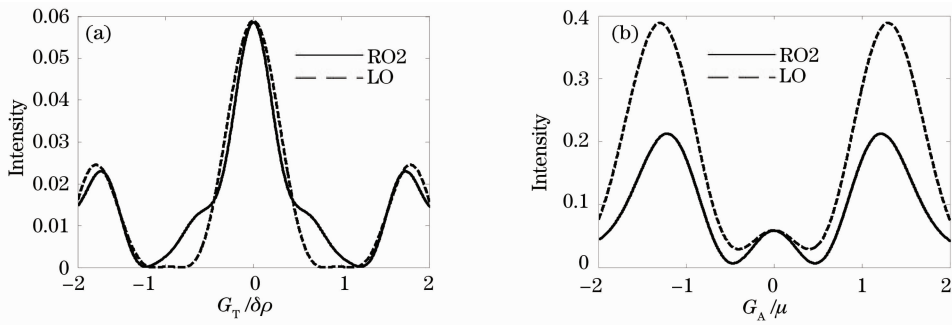


图 5 具有相同中心强度的衍射光学元件三维超分辨性能。(a) RO2 与 LO 径向强度分布,(b) RO2 与 LO 轴向强度分布
Fig. 5 Intensity distributions of three-dimensional diffractive superresolution elements at the focal plane or along optical axis with same central intensity. (a)Radial intensity distributions of RO2 and LO at focal plane,(b) intensity distribution of RO2 and LO along optical axis

模拟计算结果表明,虽然仅针对聚焦光场纵向分量进行优化设计得到的三维超分辨衍射光学元件并不能确保是最优解,但按照(12)~(14)式优化得到的衍射光学元件具有良好的优于线偏振光入射的三维超分辨性能。

4 结 论

本文针对径向偏振光入射,在分析了径向偏振光大数值孔径条件下聚焦特性的基础上,仅考虑聚焦场的纵向分量,设计了用于实现三维超分辨的 $0, \pi$ 结构的衍射光学元件。模拟计算结果表明,通过该方法优化的衍射光学元件可以获得优于线偏振光入射下的三维超分辨性能。 $0, \pi$ 结构的三维超分辨衍射光学元件对于线偏振光是全局最优的,但对径向偏振光尚无法证明是全局最优。本文优化中仅考虑聚焦场的纵向分量,但模拟结果显示优化的衍射光学元件可以得到良好的三维超分辨性能,充分表明了该方法的有效性。对于其他类型的入射光束,例如理想平面波、高斯光束等,以及其他大数值孔径的情况,可以采用相同的过程进行优化,得到良好的三维超分辨性能。

参 考 文 献

- 1 C. J. R. Sheppard, A. Choudhury. Annular pupils, radial polarization, and superresolution [J]. *Appl. Opt.*, 2004, **43**(22): 4322~4327
- 2 K. B. Rajesh, P. M. Anbarasan. Generation of sub-wavelength super-resolution longitudinally polarized non-diffraction beam using lens axicon [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2008, **6**(10): 785~787
- 3 J. Kim, D. C. Kim, S. H. Back. Demonstration of high lateral resolution in laser confocal microscopy using annular and radially polarized light [J]. *Microscopy Research and Technique*, 2009, **72**(6): 441~446
- 4 N. M. Mojarad, M. Agio. Tailoring the excitation of localized surface plasmon-polariton resonances by focusing radially-polarized beams [J]. *Opt. Express* 2009, **17**(1):

- 117~122
- 5 W. B. Chen, Q. W. Zhan. Field enhancement analysis of an apertureless near field scanning optical microscope probe with finite element method [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2007, **5**(12): 709~711
- 6 Y. J. Zhang, J. P. Bai. Improving the recording ability of a near-field optical storage system by higher-order radially polarized beams [J]. *Opt. Express*, 2009, **17**(5): 3698~3706
- 7 Yanli Zhang, Yiqiong Zhao, Qiwen Zhan *et al.*. Study of 3D optical chain with highly focused vector beam [J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(3): 1253~1258
- 张艳丽, 赵逸琼, 詹其文 等. 高数值孔径聚焦三维光链的研究 [J]. *物理学报*, 2006, **55**(3): 1253~1258
- 8 Z. H. Zhou, Q. F. Tan, G. F. Jin. Focusing of high polarization order axially-symmetric polarized beams [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2009, **7**(10): 938~940
- 9 K. S. Youngworth, T. G. Brown. Focusing of high numerical aperture cylindrical-vector beams [J]. *Opt. Express*, 2000, **7**(2): 77~87
- 10 B. Richards, E. Wolf. Electromagnetic diffraction in optical systems II. Structure of the image field in an aplanatic system [C]. *Proc. R. Soc. London*, 1959, **253**(1274): 358~379
- 11 L. Z. Rao, J. X. Pu, Z. Y. Chen *et al.*. Focus shaping of cylindrically polarized vortex beams by a high numerical-aperture lens [J]. *Opt. Laser Technol.*, 2009, **41**(3): 241~246
- 12 R. Dorn, S. Quabis, G. Leuchs. Sharper focus for a radially polarized light beam [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2003, **91**(23): 233901
- 13 Y. Kozawa, S. Sato. Focusing property of a double-ring-shaped radially polarized beam [J]. *Opt. Lett.*, 2006, **31**(6): 820~822
- 14 M. T. Caballero, C. I. L. M. Martinez-Corral. Shaded-mask filtering: novel strategy for improvement of resolution in radial-polarization scanning microscopy [J]. *Opt. Engng.*, 2006, **45**(9): 098003
- 15 H. Wang, L. Shi, B. Lukyanchuk *et al.*. Creation of a needle of longitudinally polarized light in vacuum using binary optics [J]. *Nature Photon.*, 2008, **2**(8): 501~505
- 16 J. K. Strayer. Linear Programming and Its Applications [M]. Berlin Springer-Verlag, 1989, Chap. 2
- 17 H. Liu, Y. Yan, Q. Tan *et al.*. Theories for the design of diffractive superresolution elements and limits of optical superresolution [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2002, **19**(11): 2185~2193
- 18 H. Liu, Y. Yan, D. Yi *et al.*. Theories for the design of a hybrid refractive-diffractive superresolution lens with high numerical aperture [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2003, **20**(5): 913~924
- 19 H. Liu, Y. Yan, D. Yi *et al.*. Design of three-dimensional superresolution filters and limits of axial optical superresolution [J]. *Appl. Opt.*, 2003, **42**(8): 1463~1476