文章编号: 0253-2239(2010)10-2972-06

任意传播方向下铌酸锂晶体的横向电光效应研究

苏世达1 万玲玉1 周 煜2 孙建锋2 刘立人2

1 广西大学物理科学与工程技术学院, 广西 南宁 530004

(2) 中国科学院上海光学精密机械研究所中国科学院空间激光通信及检验技术重点实验室,上海 201800/

摘要 根据折射率椭球方程,研究了光沿任意方向传播时铌酸锂晶体的横向电光效应,分析了不同传播方向下的 感应折射率特性。沿 y 方向加电场时,除沿光轴方向传播外,当入射波矢在 cy 平面或者 c-x 平面内时,感应折射 率与所加电场呈线性变化关系,但线性特性和光轴方向相关;在其它传播方向上,感应折射率与所加电场以不同的 非线性规律变化。沿 x 方向加电场的感应折射率特性和沿 y 方向加电场时的性质类似,但相同特性对应的传播方 向绕 c 轴转动了 45°。研究结果对铌酸锂晶体横向电光效应的拓展应用有实际意义。

关键词 物理光学;铌酸锂晶体;电光效应;感应折射率

中图分类号 O436.4 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS20103010.2972

Transversal Electro-Optic Effect of Light Propagating in Arbitrary Direction in LiNbO₃

Su Shida¹ Wan Lingyu¹ Zhou Yu² Sun Jianfeng² Liu Liren²

 ¹ College of Physics Science and Technology, Guangxi University, Nanning, Guangxi 530004, China
 ² Key Laboratory of Space Laser Communication and Testing Technology, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China

Abstract Transversal electro-optic effect of light propagating in arbitrary direction in LiNbO₃ is studied based on the index ellipsoid equation. The characteristics of inductive refractive index of crystal in different directions are investigated. When the electric field is applied along y axis, besides light propagating along the c axis, for the cases of light propagating in the c-y or c-x plane, the inductive refractive index is linearly proportional to the applied electric field and the linear curves are different in different propagation directions. In other cases, the inductive refractive index and the applied electric field have different curves of nonlinear variation in different directions. When the electric field is applied along x axis, the inductive refractive index has the similar characteristics. But the propagating directions holding linear relation are related to the c axis by a 45° rotation. The results will be helpful to the new applications of electro-optic effect of LiNbO₃ crystal.

Key words physical optics; LiNbO₃ crystal; electro-optical effect; inductive refractive index

1 引 言

铌酸锂晶体是性能优良的电光晶体,其电光效 应在光通信,光信息处理和光学三维集成等领域有 广泛应用。常用的铌酸锂电光器件大多在沿光轴传 播时无自然双折射的特性下工作,尽管光束沿晶体 光轴传输的电光特性已被充分认识并且应用成 熟^[1~8],同时光束沿近光轴方向传输的电光效应也 有一些研究^[9~11],但是在存在晶体自然双折射现象 时,光与晶体光轴方向成任意角度传输的电光调制 特性并没有深入的分析,而这些特性对既需要利用

收稿日期: 2009-11-20; 收到修改稿日期: 2010-03-26

基金项目:国家自然科学基金(10964001)、广西省自然科学基金(0728009)和中国科学院空间激光通信及检验技术重点 实验室开放课题资助项目。

作者简介:苏世达(1977—),男,硕士研究生,主要从事晶体光学方面的研究。E-mail: sustar@126.com

导师简介:万玲玉(1975—),女,博士,副教授,主要从事晶体光学和空间光通信等方面的研究。

E-mail: wanlingyu75@126.com(通信联系人)

晶体双折射效应进行分束或者合束,又需要利用其 电光效应产生附加相移的新型电光器件^[12]来说是 至关重要的。因此,本文根据折射率椭球方程,利用 坐标变换的方法,研究入射光与晶体光轴成任意角 度传输时的横向电光效应。给出了沿铌酸锂晶体 y 方向和 x 方向加电场时,光波沿任意方向传输的感 应折射率分布公式,利用该公式分析了不同传输方 向的横向电光调制特性,讨论了线性电光效应的条 件和线性特征,数值计算分析了感应折射率随入射 光和光轴方向的变化呈现的不同变化。

- 2 任意传播方向下沿y方向加电场的 电光特性
- 2.1 沿 y方向加电场时任意传播方向的感应折射率 对于铌酸锂晶体,当沿 y方向加电场时,其感 应折射率椭球可表示为

$$\left(\frac{1}{n_{o}^{2}}-\gamma_{22} E_{y}\right)x^{2}+\left(\frac{1}{n_{o}^{2}}+\gamma_{22} E_{y}\right)y^{2}+\frac{1}{n_{e}^{2}}z^{2}=1,$$
(1)

(1)式在折射率椭球主轴和晶体光轴重合的主轴坐标系中使用,当光波在晶体中不沿光轴方向传输时, 为求出相应的感应折射率大小需进行坐标变换。如 图 1 所示,设光束沿任意方向入射,其波矢为 $k(\theta, \varphi)$, θ 为波矢与 z 轴(光轴)正半轴的夹角, φ 为波矢 在 xoy 平面的投影与 x 轴正半轴的夹角,对图中的 xyz 坐标系作如下的坐标变换:





Fig. 1 Index ellipsoid and wave vector coordinates $\mathbf{k}(\theta, \varphi)$ when the parallels to electric field is applied along y-axis

1) 先将 xyz 坐标系绕 z 轴旋转 φ 角

将 xyz 坐标系绕 z 轴旋转 φ 角,得到新坐标系 x'y'z',如图 2(a)所示。新老坐标之间的关系为





图 2 坐标变换

Fig. 2 Transformation of coordinates

2)再将
$$x'y'z'$$
坐标系绕 y' 轴旋转 θ 角

将 x'y'z'坐标系绕 y'轴旋转 θ 角,得到新坐标 系 x''y'z'',如图 2(b)所示。新老坐标之间的关系为

$$\begin{bmatrix} x'\\y'\\z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta\\ 0 & 1 & 0\\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x''\\y''\\z'' \end{bmatrix}, \quad (3)$$

综合(2),(3)式,得到

$$x = x'' \cos \varphi \cos \theta - y'' \sin \varphi + z'' \cos \varphi \sin \theta$$

$$y = x'' \sin \varphi \cos \theta + y'' \cos \varphi + z'' \sin \varphi \sin \theta$$

$$z = -x'' \sin \theta + z'' \cos \theta,$$
(4)

将(4)式代入(1)式,整理可得沿波矢 k(θ,φ)方向传 播时,在其正交截面上的折射率椭圆表达式为

$$\left(\frac{\cos^2\theta}{n_o^2} + \frac{\sin^2\theta}{n_e^2} - \gamma_{22} E_y \cos^2\theta \cos 2\varphi\right) x''^2 + \left(\frac{1}{n_o^2} + \gamma_{22} E_y \cos 2\varphi\right) y''^2 + 2\gamma_{22} E_y \cos \theta \sin 2\varphi x'' y'' = 1,$$
(5)

将(5)式主轴化即可求得快慢光的折射率和偏振方向, 为此,将 x''y''z''坐标系绕 $z''轴旋转 \alpha$ 角,得到新坐标系 x'''y''z''',如图 2(c)所示。新老坐标之间的关系为

$$\begin{bmatrix} x''\\y''\\z'' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\alpha & -\sin\alpha & 0\\ \sin\alpha & \cos\alpha & 0\\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x'''\\y'''\\z''' \end{bmatrix},$$
(6)

报

将(6)式代入(5)式,令交叉项为零,并化简得

$$x'''^{2} \left[\frac{1}{n_{o}^{2}} - \gamma_{22} E_{y} \cos 2\varphi (\cos^{2}\theta \cos^{2}\alpha - \sin^{2}\alpha) + \left(\frac{1}{n_{e}^{2}} - \frac{1}{n_{o}^{2}}\right) \sin^{2}\theta \cos^{2}\alpha + \gamma_{22} E_{y} \cos \theta \sin 2\varphi \sin 2\alpha \right] + y''' \left[\frac{1}{n_{o}^{2}} + \gamma_{22} E_{y} \cos 2\varphi (\cos^{2}\alpha - \cos^{2}\theta \sin^{2}\alpha) + \right],$$
(7)
$$\left(\frac{1}{n_{e}^{2}} - \frac{1}{n_{o}^{2}} \right) \sin^{2}\theta \sin^{2}\alpha - \gamma_{22} E_{y} \cos \theta \sin 2\varphi \sin 2\alpha \right] = 1$$
$$\vec{x} \oplus \tan 2\alpha = \frac{2\gamma_{22} E_{y} \cos \theta \sin 2\varphi}{\left(\frac{1}{n_{e}^{2}} - \frac{1}{n_{o}^{2}} \right) \sin^{2}\theta - \gamma_{22} E_{y} (1 + \cos^{2}\theta) \cos 2\varphi}$$
$$(17) \vec{x} \oplus \vec{x} \oplus \vec{x} \oplus \vec{x} \oplus n_{y'} \oplus \vec{x} \oplus \vec{x}$$

 (8),(9)式即为光沿任意传播方向时,铌酸锂晶体沿 y方向加电场的感应折射率分布的函数表达式,只 要光束的传播方向 k(θ,φ)确定,即可由它们确定感 应折射率的大小和性质。

2.2 沿 y 方向加电场的感应折射率特性

分析(8),(9)式,铌酸锂晶体沿 y方向加电场的感应折射率具有如下特性:

1)当 $\theta=0, \varphi=0$ 时

此为光束沿光轴入射的情况,容易验证(8),(9) 式可化简为

$$n_{x^{*}} = n_{o} + \frac{1}{2} \gamma_{22} n_{o}^{3} E_{y}, \qquad (10)$$

$$n_{y''} = n_{o} - \frac{1}{2} \gamma_{22} n_{o}^{3} E_{y},$$
 (11)

即沿光轴方向传输的横向线性电光效应。

2) 当 $\varphi = 0, \theta$ 为任意值时

此时入射波矢在 *xoy* 平面的投影与 *x* 轴正半 轴重合,(8)式简化为

$$n_{x^{*}} = \left[\frac{1}{n_{\circ}^{2}} - \gamma_{22} E_{y} \cos^{2}\theta + \left(\frac{1}{n_{\circ}^{2}} - \frac{1}{n_{\circ}^{2}}\right) \sin^{2}\theta\right]^{-1/2}.$$
(12)

实际应用中,如入射光的方向确定,则 θ 确定, 式中的 $\cos^2\theta$ 和 $(1/n_e^2 - 1/n_o^2)\sin^2\theta$ 均为常数,因为 $\gamma_{22} E_y \cos^2\theta \ll [1/n_o^2 + (1/n_e^2 - 1/n_o^2)\sin^2\theta]$,可把 (12)式化简为

$$n_{x''} = \left[\frac{1}{n_{o}^{2}} + \left(\frac{1}{n_{e}^{2}} - \frac{1}{n_{o}^{2}}\right)\sin^{2}\theta\right]^{-1/2} + \frac{\gamma_{22}\cos^{2}\theta}{2\left[\frac{1}{n_{o}^{2}} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{n_{e}^{2}} - \frac{1}{n_{o}^{2}}\right)\sin^{2}\theta\right]^{3/2}}E_{y}.$$
 (13)

可见, $\varphi=0,\theta$ 为定值时,感应折射率 $n_{x'}$ 与所加 的电场成线性递增关系,但其线性增加特性和 θ 有 关。图 3 给出了 $\varphi=0$,不同 θ 角情况下,折射率 $n_{x'}$ 随电场 E_y 变化关系,在 0~90°内,线性增加系数随 θ 的增加而增大, $\theta>60°$ 时,所加电场 E_y 对感应折射 率 $n_{x'}$ 的影响不大, $\theta<30°$ 后逐渐增加。



图 3 $\varphi=0$,不同 θ 角时,电场 E_y 与折射率 $n_{x''}$ 的关系 Fig. 3 Relations between electric field E_y and refractive index $n_{x''}$ when $\varphi=0$ and different angles of θ

当
$$\varphi=0$$
 而 θ 为任意值时,(9)式变为

$$n_{y''} = n_{o} - \frac{1}{2} n_{o}^{3} \gamma_{22} E_{y},$$
 (14)

此时感应折射率 *n_y*,与沿光轴入射时的情况一样,而 且与 θ 角无关。

 $3)\varphi = 90^{\circ}, \theta$ 为任意值

此时入射波矢在 *xoy* 平面的投影与 *y* 轴正半 轴重合,(8),(9)式可整理为

$$n_{x''} = n_{o} + \frac{1}{2} \gamma_{22} n_{o}^{3} E_{y}, \qquad (15)$$

$$n_{y''} = \left[\frac{1}{n_{o}^{2}} + \gamma_{22} E_{y} \cos^{2}\theta + \left(\frac{1}{n_{e}^{2}} - \frac{1}{n_{o}^{2}}\right) \sin^{2}\theta\right]^{-1/2}, \qquad (16)$$

可见感应折射率 n_x"与沿光轴入射时的情况一样,与 θ角无关, m n_y"可化简为

$$n_{y''} = \left[\frac{1}{n_o^2} + \left(\frac{1}{n_e^2} - \frac{1}{n_o^2}\right)\sin^2\theta\right]^{-1/2} - \frac{\gamma_{22}E_y\cos^2\theta}{2\left[\frac{1}{n_o^2} + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{n_e^2} - \frac{1}{n_o^2}\right)\sin^2\theta\right]^{3/2}}.$$
 (17)

当 θ 为定值时,感应折射率 $n_{x'}$ 与所加的电场成线性 递减关系,其线性递减特性也和 θ 有关。图 4 给出 了 $\varphi=90^{\circ}$,不同 θ 角情况下,折射率 $n_{y'}$ 随电场 E_{y} 变 化关系,在0~90°内,线性减小系数随 θ 的增加而 减小, $\theta > 60$ °时,所加电场 E_y 对感应折射率 $n_{y'}$ 的影响不大, $\theta < 30$ °后递减性逐渐增加。



图 4 $\varphi = 90^{\circ}$ 不同 θ 角时,电场 E_y 与折射率 $n_{y'}$ 的关系 Fig. 4 Relations between electric-field E_y and refractive index $n_{y'}$ when $\varphi = 90^{\circ}$ and different angles of θ 4) φ 任意, θ 任意

当光以其它任意方向入射, $\theta \ \pi \varphi$ 都为其它任 意角时,感应折射率随所加电场以不同的非线性规 律变化。图 5,6,7 分别给出了 $\varphi = 30^{\circ},45^{\circ},60^{\circ}, \pi \theta$ 取不同值的情况。图中可看出,感应折射率 $n_{x'}$ 和 $n_{y'}$ 随电场的变化已失去线性关系,其中 $n_{x'}$ 随电场 E_{y} 的增加以不同的方式减少, $n_{y'}$ 则以不同的方式 增加。但总体趋势是在 $0 \sim 90^{\circ}$ 的范围内, φ 为定值 时,随 θ 的增加感应折射率的变化幅度减小, θ 越接 近 90°,电场引起的电光效应越弱。



图 5 $\varphi = 30^{\circ}$ 不同角 θ 时,电场 E_y 与折射率 $n_{x''}(a)$, $n_{y''}(b)$ 的关系

Fig. 5 Relations between electric field E_y and refractive index $n_{x''}(a)$, $n_{y''}(b)$ when $\varphi = 30^{\circ}$ and different angles of θ



图 6 $\varphi = 45^{\circ}$ 不同角 θ 时,电场 E_y 与折射率 $n_{x''}(a)$, $n_{y''}(b)$ 的关系

Fig. 6 Relations between electric field E_y and refractive index $n_{x'}$ (a), $n_{y'}$ (b) when $\varphi = 45^{\circ}$ and different angles of θ



图 7 $\varphi = 60^{\circ}$ 不同角 θ 时,电场 E_y 与折射率 $n_{x''}$ (a), $n_{y''}$ (b)的关系

Fig. 7 Relations between electric field E_{y} and refractive index $n_{x'}$ (a), $n_{y'}$ (b) when $\varphi = 60^{\circ}$ and different angles of θ

3 沿x方向加电场的感应折射率特性

当沿 x 方向加电场时, 铌酸锂的感应折射率椭 球方程为

$$\frac{1}{n_o^2}(x^2 + y^2) + \frac{1}{n_e^2}z^2 + 2\gamma_{51} E_x zx - 2\gamma_{22} E_x xy = 1.$$

外电场使铌酸锂晶体的折射率椭球的主轴绕 z 轴旋转了 45°,将 xyz 坐标系绕 z 轴旋转 45°,得到新坐标系 x'y'z'中的感应折射率椭球表达式为

$$\left(\frac{1}{n_{o}^{2}}-\gamma_{22} E_{y}\right) x^{\prime 2}+\left(\frac{1}{n_{o}^{2}}+\gamma_{22} E_{y}\right) y^{\prime 2}+\frac{1}{n^{2}} z^{\prime 2}=1.$$
(18)

光束沿任意方向入射时,波矢 $k(\theta, \varphi)$ 与 x'轴正半轴 的夹角变为 $\varphi' = \varphi - 45^\circ$,如图 8 所示。在此条件下, 重 复2.1节的推导,可得任意传播方向下沿x方向加

电场时的感应折射率分布为



图 8 沿 x 方向加电场时的折射率椭球和波矢 k(θ,φ)坐标

Fig. 8 Index ellipsoid and wave vector coordinates $\mathbf{k}(\theta, \varphi)$ when the parallels to electric field is applied along x axis

$$n_{x^{*}} = \left\{ \frac{1}{n_{o}^{2}} - \gamma_{22} E_{y} (\cos^{2}\theta \cos^{2}\alpha - \sin^{2}\alpha) \cos[2(\varphi - 45^{\circ})] + \left(\frac{1}{n_{e}^{2}} - \frac{1}{n_{o}^{2}} \right) \sin^{2}\theta \cos^{2}\alpha + \gamma_{22} E_{y} \cos^{2}\theta \sin 2\alpha \sin[\varphi - 45^{\circ}] \right\}^{-1/2},$$
(19)

$$n_{y^{*}} = \left\{ \frac{1}{n_{o}^{2}} - \gamma_{22} E_{y} (\cos^{2}\alpha - \cos^{2}\theta \sin^{2}\alpha) \cos[2(\varphi - 45^{\circ})] + \left(\frac{1}{n_{e}^{2}} - \frac{1}{n_{o}^{2}} \right) \sin^{2}\theta \sin^{2}\alpha - \gamma_{22} E_{y} \cos\theta \sin 2\alpha \sin[\varphi - 45^{\circ}] \right\}^{-1/2},$$
(20)

$$\vec{x} \oplus \tan 2\alpha = \frac{2\gamma_{22} E_{y} \cos \theta \sin[2(\varphi - 45^{\circ})]}{\left(\frac{1}{n_{e}^{2}} - \frac{1}{n_{o}^{2}} \right) \sin^{2}\theta - \gamma_{22} E_{y} (1 + \cos^{2}\theta) \cos[2(\varphi - 45^{\circ})]}.$$

比较(8)式和(19)式,(9)式和(20)式可看出,沿 y方向加电场的感应折射率分布与沿x方向加电场 的感应折射率分布在形式上完全相同,只要把沿y方向加电场的折射率分布式中的 φ 改为(φ -45°)即 得到沿x方向加电场的折射率分布式。因此可知, 光束沿 $\varphi = 45^{\circ}$ 或 $\varphi = 135^{\circ}$ 方向入射时,感应折射率 与所加的电场呈线性关系,其中一个感应折射率的 变化和沿光轴传输时的情况一样,且和 θ 无关,另一 个其线性递增或递减特性和 θ 有关,不同的 θ 线性 关系不一样。光束沿其它方向入射,感应折射率与 所加电场呈现不同的非线性关系。

4 结 论

晶体的电光效应是以其为基材的电光器件的工 作基础,分析了锂酸铌晶体不同传播方向的横向电 光调制特性。除沿光轴方向传播外,沿 y 方向加电 场时,只有当入射波矢在垂直 c 轴平面上的投影和 y 轴或者 x 轴重合,即传播方向在 cy 平面或者 c-x 平面内时,感应折射率与所加电场仍呈线性变化关 系,但其线性特性随光波矢和光轴方向之间的夹角 变化;在其它传播方向上,感应折射率随所加电场呈 不同规律的非线性变化,变化特性和波矢与三个主 轴之间的夹角有关。当沿 x 方向加电场时,感应折 射率有和沿 y 方向加电场相类似的规律,但由于感 应主轴的变化,相同变化规律所对应的波矢方向绕 光轴旋转了 45°。实际应用中,可根据具体情况选 用文中相应公式计算不同传播方向上的感应折射率 和所加电场的大小关系。

参考文献

 S. Bhagavantam. Crystal Symmetry and Physical Properties [M]. New York: Academic Press, 1966

- 2 R. S. Adhav. Linear electro-optic effects in tetragonal phosphates and arsenates [J]. J. Opt. Soc. Am., 1969, 59(4): 414~418
- 3 A. Yariv, P. Yeh. Optical Waves in Crystals [M]. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1983
- 4 I. P. Kaminow, W. M. Sharpless. Performance of LiTaO₃ and LiNbO₃ light modulators at 4 GHz [J]. *Appl. Opt.*, 1967, 6(2): 351~352
- 5 Li Mingqiu, Li Hongzuo, Jiang Huilin *et al.*. High-speed outermodulation technology of high-power laser [J]. *Chinese J*.

Lasers, 2008, 35(s2): 46~49

李明秋,李洪祚,姜会林 等.高功率激光器的高速率外调制技术 [J].中国激光,2008,**35**(s2):46~49

6 Li Mi, Yu Siyuan, Ma Jing *et al.*. Research on the design of LiNbO₃ waveguide intensity modulator with a new back slot structure[J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(3): 410~413
李 密,于思源,马 晶等.新型衬底开槽结构的 LiNbO₃ 波导

强度调制器设计分析[J]. 中国激光, 2008, **35**(3): 410~413

7 Chen Fushen, Li Qicong. Integrated electrooptic M-Z modulator with ridge structure in X-cut LiNbO₃ [J]. *Chinese J. Lasers*, 2002, **29**(3): 209~212

陈福深,李其聪.X切LiNbO3 脊形结构集成电光 M-Z型调制器 [J].中国激光,2002,29(3):209~212

8 Zhou Huijuan, Meng Zhou, Liao Yi. Frequency shift characteristics analysis of LiNbO₃ waveguide electro-optic intensity modulator [J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36** (4): 901~905

周会娟, 孟 洲, 廖 毅. 铌酸锂波导电光强度调制器的移频特性[J]. 中国激光, 2009, **36**(4): 901~905

- 9 H. Fay. Eelctro-optic modulation of light propagating near the optic axis in LiNbO₃ [J]. J. Opt. Soc. Am., 1969, 59(11): 1399~1404
- 10 Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, the Chinese Academy of Sciences, Group of Crystal Modulation. Electro-optic modulation of light propagating near the optic axis and laser Q switch in a single block of crystal [J]. *Chinese J. Lasers*, 1975, $2(2): 8 \sim 19$

中国科学院上海光机所晶体调制组.近光轴电光调制和单块晶体 激光 Q 开关[J]. 中国激光, 1975, 2(2): 8~19

11 Song Zhe, Liu Liren, Zhou Yu et al.. Effect of the polarization direction of incident light on electro-optic modulator for light propagating near the optic axis in LiNbO₃[J]. Chinese J. Lasers, 2005, **32**(3): 319~322

宋 哲,刘立人,周 煜等.人射光偏振方向对 LiNbO₃ 晶体近 光轴电光调制的影响[J].中国激光,2005,**32**(3):319~322

12 Wan Lingyu, Su shida, Liu Liren *et al.*. Design of a new 90° 2×
4 hybrid based on the birefringence and the electro-optic effect of crystal [J]. *Chinese J. Lasers*, 2009, **36**(9): 2358~2361
万玲玉,苏世达,刘立人等. 基于晶体双折射和电光效应设计的 90° 2×4 空间光桥接器[J]. 中国激光,2009, **36**(9): 2358~2361