

文章编号: 0253-2239(2010)10-2941-06

# 模牵引效应对双频 He-Ne 激光器拍频稳定性的影响

汪之国 龙兴武 梁晶 王飞

(国防科学技术大学光电科学与工程学院光电工程系, 湖南长沙 410073)

**摘要** 为了提高利用压电元件稳频的双频激光器的拍频稳定度,分析了各种误差因素尤其是模牵引效应的影响。考虑模牵引效应后,拍频稳定度的理论值主要由程长、增益和温度的稳定度决定。在恒温室内,同一激光器使用普通电源时拍频稳定度为  $4.5 \times 10^{-8}$ ,使用高稳定度电源时为  $1.2 \times 10^{-9}$ 。测量了拍频与电流和温度的关系,证明增益和温度对拍频稳定度有较大影响。因此对采用压电元件稳频的双频激光器,除了稳频精度要高,还必须采用高稳定度电源并消除温度的影响,才能达到较高的拍频稳定度。

**关键词** 测量;拍频;模牵引效应;环形激光器

中图分类号 TN248 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS20103010.2941

## Influence of Mode Pulling Effect on Beat Frequency in Dual-Frequency He-Ne Laser

Wang Zhiguo Long Xingwu Liang Jing Wang Fei

(Department of Opto-Electronic Engineering, College of Opto-Electronic Science and Engineering,

National University of Defense Technology, Changsha, Hunan 410073, China)

**Abstract** In order to improve beat frequency stability in the dual-frequency laser with piezoelectric transducer for frequency stability, various error factors were analyzed, and with special attention on mode pulling effect. Due to mode pulling effect, beat frequency stability was influenced by path length, gain and temperature. When an ordinary power supply was used, the beat frequency stability of the laser was  $4.5 \times 10^{-8}$  in a constant temperature room. When a high-stability power supply was used, the beat frequency stability was  $1.2 \times 10^{-9}$ . Beat frequency has relation between current and temperature was obtained, which also showed gain and temperature had important influence on beat frequency. Therefore, in order to obtain high beat-frequency stability in the dual-frequency lasers, variations of path length, current and temperature should be reduced.

**Key words** measurement; beat frequency; mode pulling effect; ring laser

## 1 引言

双频 He-Ne 激光器在精密位移、速度测量等方面具有广泛应用<sup>[1~7]</sup>,在某些应用如距离测量<sup>[8]</sup>中拍频稳定性对测量精度有较大的影响。文献[4,5]认为双纵模拍频稳定度与任一单纵模频率稳定度相同,文献[9]在考虑模牵引效应的条件下得到拍频稳定度比任一纵模频率稳定度低 3 个数量级的结论。为了解决上述问题,推导了考虑模牵引效应时拍频稳定性的表达式,分析了影响拍频稳定性的各种误

差因素,并进行了实验验证。发现模牵引效应确实对拍频稳定性有较大的影响,其影响机理主要是增益和温度的变化,但可以采取一些措施消除。所得结论对提高双频激光器的拍频稳定性具有一定的参考价值。

## 2 理论分析

### 2.1 四频环形激光器与双频激光器的比较

由于实验用的是四频环形激光器(即激光陀

收稿日期: 2009-12-30; 收到修改稿日期: 2010-01-26

作者简介: 汪之国(1982—),男,博士研究生,主要从事激光与光电子技术等方面的研究。E-mail: maxborn@163.com

导师简介: 龙兴武(1958—),男,教授,博士生导师,主要从事激光与光电子技术等方面的研究。

E-mail: xwlong110@sina.com

螺)<sup>[10~13]</sup>,所以首先要证明用它代表双频激光器进行实验的可行性。

四频环形激光器的构成与空腔模式谱如图 1 所示,插入互易旋光器后,环形腔本征模为圆偏振,而且同一纵模分裂为间隔  $\nu_R$  的左旋偏振(LCP)模和右旋偏振(RCP)模。再插入非互易旋光器使同偏振的模式产生大小都为  $\nu_F$  而方向相反的频率分裂,结

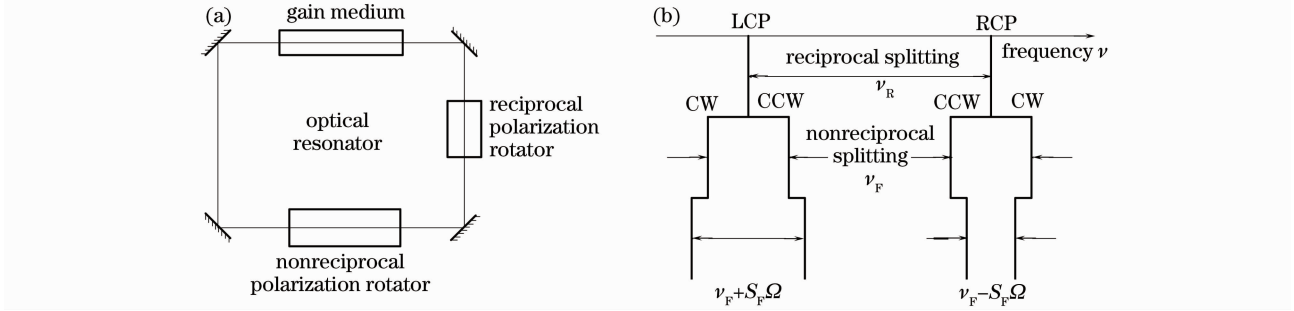


图 1 (a) 四频环形激光器构成;(b) 四频环形激光器的频谱

Fig. 1 (a) Composition of a four-frequency ring laser; (b) frequency spectrum in a four-frequency ring laser

逆时针模式的频率间隔  $\nu_{CC}$  为

$$\nu_{CC} = \nu_R - \nu_F, \quad (2)$$

实际上  $\nu_F$  是可以精确测量的,因此修正之后可以得到  $\nu_R$ , 而外界角速度对它没有影响(考虑到模牵引效应,400 kHz 的 Sagnac 频移也只有不到 1 Hz 的影响)。对常用的  $90^\circ$ 互易旋光有

$$\nu_R = \frac{c}{2nL}, \quad (3)$$

式中  $c$  为真空光速, $n$  为环形腔平均折射率, $L$  为环形腔周长。

消除  $\nu_F$  的影响后,四频环形激光器和直管激光器的空腔频率分布如图 2 所示,可见二者具有相似的频率分布,直管激光器  $nL$  表示单程程长。将 2 个模分别标记为 1 和 2,增益介质中心发光频率记为  $\nu_0$ 。

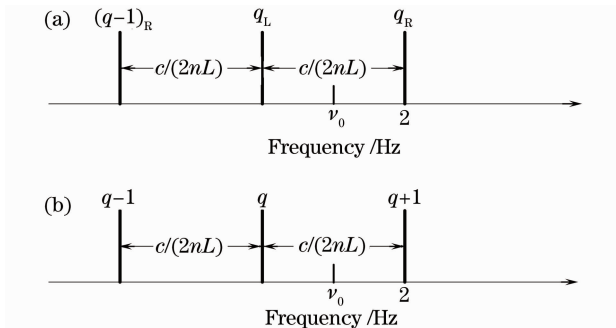


图 2 (a) 四频环形激光器和(b)直管激光器的空腔频率

Fig. 2 Empty-cavity frequencies in (a) a four-frequency ring laser and (b) in a linear laser

## 2.2 模牵引效应对拍频的影响

激光器增益介质的增益曲线和色散曲线及模牵

果腔内有 4 个圆偏振行波模运行。当外界角速度输入为  $\Omega$  时,顺时针(CW)模式向低频位移  $S_F \Omega/2$ ,逆时针(CCW)模式向高频位移  $S_F \Omega/2$ ,其中  $S_F$  表示环形激光器的几何比例因子。顺时针运行模式的频率间隔  $\nu_C$  为

$$\nu_C = \nu_R + \nu_F, \quad (1)$$

引效应如图 3 所示,频率为  $\nu$  光强为  $I$  的谱线的增益和色散分别为  $G(\nu, I)$  和  $\Delta n(\nu, I)$ ,二者之间的关系为<sup>[14]</sup>

$$\Delta n(\nu, I) = \frac{c(\nu - \nu_0)}{\pi^{3/2} \nu \Delta \nu_D} G(\nu, I), \quad (4)$$

式中  $\Delta \nu_D$  为多普勒加宽。

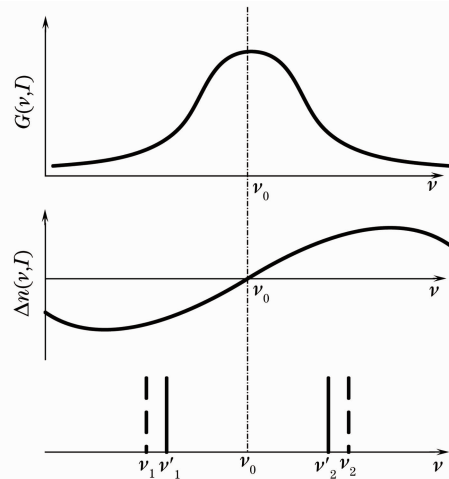


图 3 增益曲线、色散曲线及模牵引效应

Fig. 3 Gain curve, dispersion curve and mode pulling effect

以直管双纵模激光器为例分析  $\Delta n(\nu, I)$  对拍频的影响。由于增益介质的色散效应,第  $q$  阶纵模的激发频率为

$$\nu'_1 = \frac{qc}{2[n_0 + \Delta n(\nu'_1, I)]L} \approx \nu_1 - \nu_1 \frac{\Delta n(\nu'_1, I)}{n_0}, \quad (5)$$

式中  $n_0$  为无增益介质时激光腔的平均折射率。

将(4)式代入(5)式可得

$$\nu'_1 = \nu_1 - \frac{c \sqrt{\ln 2G(\nu'_1, I)}}{\pi^{3/2} n_0 \Delta\nu_D} (\nu'_1 - \nu_0),$$

当激光器稳态工作时

$$\nu'_1 = \nu_1 - \frac{c \sqrt{\ln 2\delta}}{\pi^{3/2} n_0 L \Delta\nu_D} \sqrt{1 + \frac{I}{I_s}} (\nu'_1 - \nu_0). \quad (6)$$

式中  $\delta$  为单程损耗,  $I_s$  为饱和光强参量。

引入模牵引系数

$$\sigma = \frac{c \sqrt{\ln 2\delta}}{\pi^{3/2} n_0 L \Delta\nu_D} \sqrt{1 + \frac{I}{I_s}},$$

于是(6)式成为

$$\nu'_1 = \nu_1 - \sigma(\nu'_1 - \nu_0). \quad (7)$$

同理可得第  $q+1$  阶纵模的激发频率为

$$\nu'_2 = \nu_2 - \sigma(\nu'_2 - \nu_0), \quad (8)$$

由(7)式和(8)两式可得模 1 和 2 的拍频为

$$\begin{aligned} \Delta\nu &= \nu'_2 - \nu'_1 = \nu_2 - \nu_1 - \sigma(\nu'_2 - \nu_0) + \\ &\quad \sigma(\nu'_1 - \nu_0) = \frac{c}{2n_0 L} - \sigma(\nu'_2 - \nu'_1), \end{aligned} \quad (9)$$

由于  $\sigma$  大小在  $10^{-3}$  量级, 由(9)式得

$$\Delta\nu = \frac{1}{(1+\sigma)} \frac{c}{2n_0 L} \approx \frac{c}{2n_0 L} (1-\sigma), \quad (10)$$

可见模牵引效应对拍频大小的影响在  $10^{-3}$  量级,  $\Delta\nu$  只与模 1 和 2 的空腔频率间隔和  $\sigma$  有关。

$\nu_1$  和  $\nu_2$  的频率稳定度可表示为

$$\frac{d\nu_1}{\nu_1} = \frac{d\nu_2}{\nu_2} = -\frac{d(n_0 L)}{n_0 L}, \quad (11)$$

由(10)式可得拍频稳定度为

$$\begin{aligned} \frac{d(\Delta\nu)}{\Delta\nu} &= \frac{-\frac{c}{2n_0 L} \frac{d(n_0 L)}{n_0 L} (1-\sigma) - \frac{c}{2n_0 L} d\sigma}{\frac{c}{2n_0 L} (1-\sigma)} = \\ &= -\frac{d(n_0 L)}{n_0 L} - \frac{d\sigma}{1-\sigma} \approx -\frac{d(n_0 L)}{n_0 L} - d\sigma, \end{aligned} \quad (12)$$

上式表明拍频稳定度由单纵模频率稳定性和模牵引效应共同决定。

在阈值附近腔内光强  $I \ll I_s$ , 对  $\sigma$  可展开到  $I$  的一级近似

$$\sigma = \frac{c \sqrt{\ln 2\delta}}{\pi^{3/2} n_0 L \Delta\nu_D} \left(1 + \frac{I}{2I_s}\right),$$

对  $\sigma$  求微分得

$$d\sigma = \sigma \left[ -\frac{d(n_0 L)}{n_0 L} - \frac{1}{2} \frac{dT}{T} \right] + \frac{c \sqrt{\ln 2\delta}}{\pi^{3/2} n_0 L \Delta\nu_D} \frac{I}{2I_s} \frac{dI}{I}, \quad (13)$$

推导中利用了  $\Delta\nu_D$  正比于  $T^{1/2}$  的条件, 其中  $T$  为绝

对温度。可见影响  $d\sigma$  的因素有程长、增益和温度。在激光器主动稳频的条件下,  $\left| \frac{d(n_0 L)}{n_0 L} \right|$  优于  $10^{-6}$ , 因此可将(13)式简化为

$$d\sigma = -\frac{1}{2} \frac{dT}{T} \sigma + \frac{c \sqrt{\ln 2\delta}}{\pi^{3/2} n_0 L \Delta\nu_D} \frac{I}{2I_s} \frac{dI}{I}, \quad (14)$$

将(14)式代入(12)式得,

$$\frac{d(\Delta\nu)}{\Delta\nu} = -\frac{d(n_0 L)}{n_0 L} + \frac{1}{2} \sigma \frac{dT}{T} - \frac{c \sqrt{\ln 2\delta}}{\pi^{3/2} n_0 L \Delta\nu_D} \frac{I}{2I_s} \frac{dI}{I}. \quad (15)$$

由于量子噪声(对于 He-Ne 激光器约为  $10^{-3}$  Hz)、电路噪声对拍频的影响远小于 1 Hz, 因此程长、增益和温度的变化是影响拍频稳定度的主要因素。下面分别进行分析:

1) 在良好的环境下,  $\left| \frac{d(n_0 L)}{n_0 L} \right|$  可达  $10^{-9}$ , 这时

其影响可忽略。曾用稳定度为  $10^{-11}$  的碘稳频激光器作为标准<sup>[15]</sup>, 通过拍频对变温时单一模式的频率进行测量, 温度变化 30 °C 时单模频率最大变化约 20 MHz, 由此估算温度变化 30 °C 时  $\left| \frac{d(n_0 L)}{n_0 L} \right|$  的影响小于  $4.2 \times 10^{-8}$ , 因此在变温过程中  $\left| \frac{d(n_0 L)}{n_0 L} \right|$  远小于  $\frac{1}{2} \sigma \frac{dT}{T}$ 。

2) 实验表明  $I$  与放电电流呈线性变化, 设  $\frac{I}{2I_s} = 0.1$ , 普通的激光电源电流稳定度只有  $10^{-3}$ , 按  $\sigma = 10^{-3}$  可估算其影响为  $10^{-7}$  量级。激光陀螺专用电源电流稳定度在  $10^{-5}$  量级<sup>[16]</sup>, 这时其影响在  $10^{-9}$  量级。

3) 在室温下(300 K)温度变化 1K, 按(15)式估计其影响就有  $1.7 \times 10^{-6}$ 。

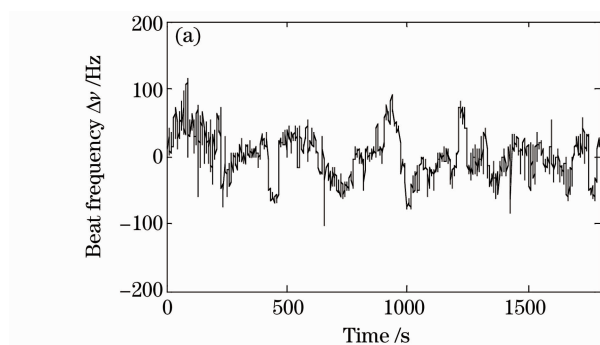
由上述分析可知双频激光器对电源和温度的稳定性要求非常高, 而且只要消除上面两项误差, 达到优于  $10^{-8}$  的频率稳定度是完全可行的。

### 3 实验验证

通过实验对上述分析进行验证, 实验设计如图 4 所示。采用环形激光器进行实验的优点是光电探测器可直接安装在激光器上, 不像直管双纵模激光器那样需要复杂的光路。图 4 中棱镜组件和信号处理电路提供程长控制的误差信号和  $\nu_f$ , 误差信号经压电陶瓷(PZT)驱动电路放大后控制腔平移镜上安装的 PZT 以稳定程长  $n_0 L$ , 从而使模 1 和 2 稳定

工作在增益曲线对称的两侧。光电二极管 1 和 2 接收的光信号经高频放大后送入到 EIP25 微波频率计,通过比较两者拍频的大小确定是靠增益中心的一对模还是另一对模,然后用  $\nu_f$  修正所测频率得到拍频  $\Delta\nu$ 。光电二极管 3 接收的光信号经低频放大后用万用表测量光强电压。

实验 1:在温度变化( $40 \pm 0.1$ ) °C 的恒温室内,对同一激光器分别使用普通激光电源和陀螺电源,测出拍频随时间的变化曲线,数据采样时间为 1 s,测试时间为 30 min。恒温条件下程长和温度不变,因此可分离出电流的影响。使用普通电源和高稳定激光陀螺电源所测拍频变化曲线分别如图 5(a)和



(b)所示,图中拍频都减去了平均值,拍频稳定度分别为  $4.5 \times 10^{-8}$  和  $1.2 \times 10^{-9}$ ,这里稳定度用标准差除以拍频的均值来表示。

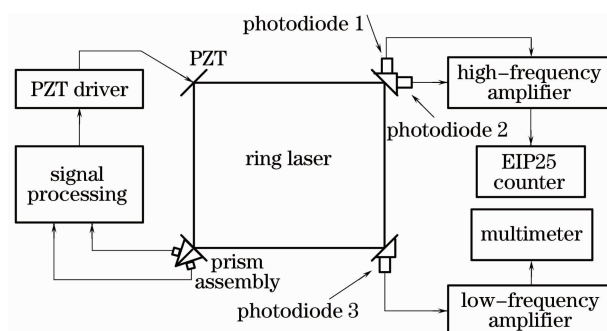


图 4 实验设计原理图

Fig. 4 Schematic diagram of experimental setup

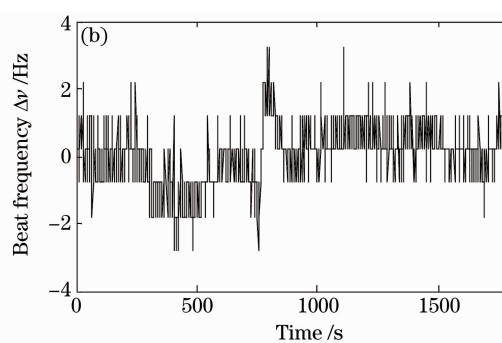


图 5 使用不同激光电源时的拍频测试曲线。(a)普通激光电源;(b)高稳定电源

Fig. 5 Beat frequency test results with different laser power supply. (a) Ordinary laser power supply;

(b) High-stability power supply

实验 2:为了定量研究拍频随电流的变化,在精度为( $40 \pm 0.1$ ) °C 的恒温室内测量拍频和光强随电流的变化,所用电源为高稳定电源,每个数据取

100 s 的平均值。2 个模总光强  $I_A$  (V) 随电流  $i$  (mA) 的变化曲线如图 6 所示,拟合曲线为

$$I_A = 0.22i + 0.03,$$

可见光强基本与电流成正比,因此  $\frac{dI}{I}$  可用  $\frac{di}{i}$  代替。

拍频随电流的变化曲线如图 7 所示,其中图 7(a)为实验数据和拟合曲线,图 7(b)为拟合残差。由实验结果可知,拍频随电流增加而减小,与(15)式一致。根据拟合曲线得到电流增大 1 mA 时拍频减小 4607 Hz,相对变化为  $6.3 \times 10^{-6}$ 。因此为了使电流变化的影响小于 1 Hz,电流变化应小于  $2 \times 10^{-4}$  mA。随着电流增大,拍频随电流的变化有减缓的趋势,这是因为色散的高阶效应如模推斥作用增大得更快<sup>[17]</sup>。

实验 3:为了定量研究拍频随温度的变化,维持电流恒定,改变恒温室温度,实验结果如图 8 所示,其中图 8(a)为实验数据和拟合曲线,图 8(b)为拟合残差,横坐标为使用温度传感器得到的实测温度。由于自发热,实测温度比恒温室设定温度高大约

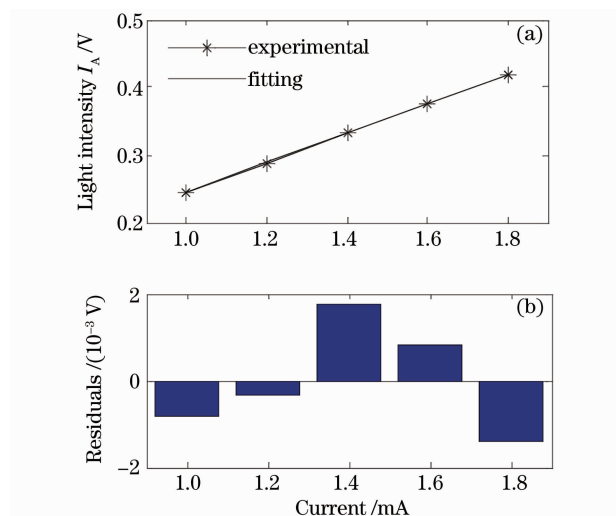


图 6 40 °C 光强随电流的变化与拟合曲线

Fig. 6 Light intensity vs current at 40 °C and its fitting curve

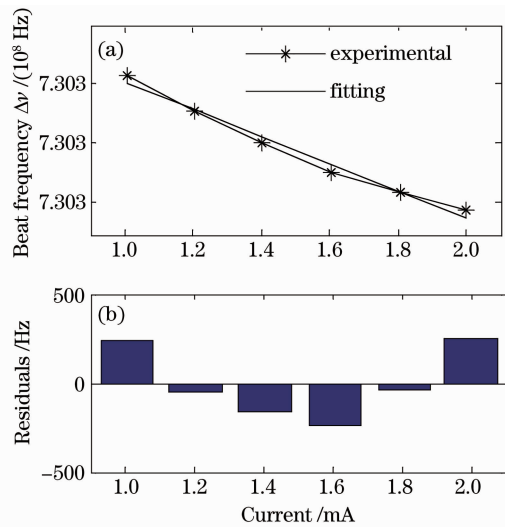


图 7 40 °C 拍频随电流的变化与拟合曲线

Fig. 7 Beat frequency vs current at 40 °C and its fitting curve

5 °C。可见拍频随温度增加而增大,与(15)式一致。根据拟合结果得到温度每变化 1 °C,拍频变化 71 Hz。因此为了使拍频变化小于 1 Hz,温度变化应小于 0.014 °C。

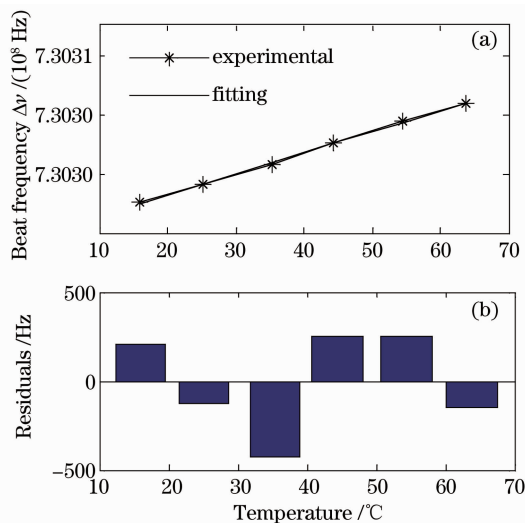


图 8 拍频随温度的变化与拟合曲线

Fig. 8 Beat frequency vs temperature and its fitting curve

根据上述分析可将拍频稳定性表示为

$$\frac{d\Delta\nu}{\Delta\nu} = \frac{c\sqrt{\ln 2}\delta}{2\pi^{3/2}n_0L\Delta\nu_D} \left[ \left(1 + \frac{I}{2I_s}\right) \frac{dT}{T} - \frac{I}{I_s} \frac{di}{i} \right] \approx \frac{c\sqrt{\ln 2}\delta}{2\pi^{3/2}n_0L\Delta\nu_D} \left[ \frac{dT}{T} - \frac{I}{I_s} \frac{di}{i} \right]. \quad (16)$$

由于饱和项  $I/I_s \ll 1$  的影响,电流稳定性对拍频稳定性的影响要小于温度稳定性的影响。电流从 1 mA 增加到 2 mA 时,  $di/i = 1$ , 温度每变化 1 °C,

$dT/T = 0.0033$ , 这里假设  $T$  为 300 K。  $di/i$  的理论值是  $dT/T$  的 300 倍, 但电流变化 1 mA 导致拍频的变化是温度变化 1 °C 所导致的拍频变化的 65 倍, 表明  $I/I_s$  在 0.2 左右。

上述分析表明使用高稳定性电源时, 对所用的各种 PZT 腔长调节激光器来说, 温度成了拍频稳定度最大的影响因素。为了消除温度的影响, 一种方法是进行温度的控制, 对环境要求一般的测量条件, 现在可以很容易做到优于  $\pm 0.01$  °C 的控制精度。另一个方法是进行温度的补偿, 高精度温度传感器测温精度可优于  $\pm 0.01$  °C, 如果模型合适, 达到  $10^{-8}$  的稳定度也是可能的。当然在稳频较好的条件下, 温度和增益对拍频的影响可以得到一定的降低。

## 4 结 论

从理论上推导了模牵引效应影响双频激光器频率稳定度的机理, 表明模牵引效应主要通过增益和温度的变化导致拍频的变化。通过实验研究了拍频随温度、电流的变化规律, 基本证实了理论分析。结果表明, 当考虑模牵引效应后, 除了激光器本身的程长变化外, 激光电源的电流以及增益气体温度也对拍频稳定度有不可忽略的影响。采取稳流和恒温 2 个措施后, 采用压电元件稳频的激光器可以得到优于  $10^{-8}$  的拍频稳定度。

## 参 考 文 献

- Zhang Shulian. Principle of Orthogonally Polarized Lasers[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2005
- 张书练. 正交偏振激光原理[M]. 北京: 清华大学出版社, 2005
- Liang Jing, Long Xingwu, Zhang Bin *et al.*. Spectral selection in He-Ne laser by internal F-P eta-Ion[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(11): 3108~3112
- 梁晶, 龙兴武, 张斌等. 一种内置法布里-珀罗标准具选择 He-Ne 激光器内谱线的方法[J]. *光学学报*, 2009, **29**(11): 3108~3112
- Min-Seok Kim, Seung-Woo Kim. Two-longitudinal-mode He-Ne laser for heterodyne interferometers to measure displacement[J]. *Appl. Opt.*, 2002, **41**(28): 5938~5942
- Zhou Zhaofei, Zhang Tao, Zhu Mucheng *et al.*. Research on the laser beat-wave interferometry[J]. *Chinese J. Lasers*, 2005, **32**(1): 101~104
- 周肇飞, 张涛, 朱目成等. 双纵模激光拍频干涉仪的研究[J]. *中国激光*, 2005, **32**(1): 101~104
- Zhu Mucheng, Zhou Zhaofei, Zhang Tao. Research of the He-Ne laser beat-wave interferometer[J]. *Laser Technology*, 2004, **28**(5): 531~533
- 朱目成, 周肇飞, 张涛. He-Ne 拍波激光干涉仪的研究[J]. *激光技术*, 2004, **28**(5): 531~533
- Jin Guofan, Li Jingzhen. Laser in Metrology[M]. Beijing: Science Press, 1998
- 金国藩, 李景镇. 激光测量学[M]. 北京: 科学出版社, 1998
- Zhang Zhiping, Cheng Zhaogu, Qin Zhaoyu *et al.*. Influence of

- acceleration on the error of laser dual-frequency interferometer [J]. *Chinese J. Lasers*, 2007, **34**(5): 694~698  
 张志平, 程兆谷, 覃兆宇等. 加速度对激光双频干涉仪测量误差的影响[J]. *中国激光*, 2007, **34**(5): 694~698
- 8 Jiao Mingxing, Qi Ruili. Recent progress and developing trend of dual-frequency laser techniques[J]. *Optical Technique*, 2004, **30**(1): 125~128  
 焦明星, 祁瑞利. 双频激光技术研究新进展及发展趋势[J]. *光学技术*, 2004, **30**(1): 125~128
- 9 Liang Jing, Long Xingwu. Stability analysis of beat frequency in double-longitudinal mode He-Ne laser[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(5): 1301~1304  
 梁晶, 龙兴武. 双纵模 He-Ne 激光器的拍频稳定度分析[J]. *光学学报*, 2009, **29**(5): 1301~1304
- 10 W. W. Chow, J. B. Hamblen, T. J. Hutchings *et al.*. Multioscillator laser gyros[J]. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1980, **QE-16**(9): 918~936
- 11 Jiang Yanan. Ring Laser Gyro [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1985, 54~57  
 姜亚南. 环形激光陀螺[M]. 北京: 清华大学出版社, 1985, 54~57
- 12 Wang Zhiguo, Long Xingwu, Wang Fei. Dispersion equalization of four-frequency differential laser gyro-scope with non-planar resonator[J]. *Acta Optica Sinica*, 2009, **29**(10): 2892~2897  
 汪之国, 龙兴武, 王飞. 异面腔四频差动激光陀螺的色散平衡[J]. *光学学报*, 2009, **29**(10): 2892~2897
- 13 Wang Zhiguo, Long Xingwu, Wang Fei *et al.*. Magnetic sensitivity and optimal operating point of four-frequency differential laser gyroscope[J]. *Acta Optica Sinica*, **29**(11): 3202~3206  
 汪之国, 龙兴武, 王飞等. 四频差动激光陀螺的磁敏感性与最佳工作点[J]. *光学学报*, **29**(11): 3202~3206
- 14 Zhou Bingkun, Gao Yizhi, Chen Tirong *et al.* Laser Principle (Fourth edition)[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2000: 183~184  
 周炳琨, 高以智, 陈倜嵘等. 激光原理(第四版)[M]. 北京: 国防工业出版社, 2000: 183~184
- 15 Luo Hui, Guo Shaojun, Hu Shaomin *et al.*. Research and design on high precision frequency-stability measurement system of ring laser gyroscope [J]. *Chinese J. Inertial Technol.*, 2005, **13**(6): 86~89  
 罗晖, 郭少军, 胡绍民等. 激光陀螺仪频率稳定度高精度测量系统的研制[J]. *中国惯性技术学报*, 2005, **13**(6): 86~89
- 16 Wang Fei. High stability digital power supply with current control for laser gyro [D]. Changsha: National University of Defense Technology, 2002  
 王飞. 高稳定度激光陀螺数字稳流电源[D]. 长沙: 国防科学技术大学, 2002
- 17 M. Sargent III, M. O. Scully, W. E. Lamb. Laser Physics [M]. Transl. Yang Shunhua, Peng Fang. Beijing: Science Press, 1982  
 M. Sargent III, M. O. Scully, W. E. Lamb. 激光物理学[M]. 杨顺华, 彭放译. 北京: 科学出版社, 1982