

文章编号: 0253-2239(2010)10-2912-06

# 探测器大小与散焦对无透镜鬼衍射的影响

林 洁<sup>1,2</sup> 程 静<sup>3</sup>

(<sup>1</sup>华南理工大学电子与信息学院, 广东 广州 510641; <sup>2</sup>广东工业大学物理与光电工程学院, 广东 广州 510006)

<sup>3</sup>华南理工大学物理系, 广东 广州 510641

**摘要** 近年来,基于热光场的鬼成像在理论和实验上得到了广泛的关注。研究了探测器尺寸大小以及探测光路距离不相等(即散焦)对无透镜鬼衍射成像的影响。在以前的理论工作基础上,对无透镜鬼衍射成像的强度关联函数做了进一步的分析,发现散焦的效果相当于使物体的透射函数在相位上有一个啁啾调制,而有限大小的探测器则使得无透镜鬼衍射系统等价于一个部分相干成像系统,两者都会引起成像质量的降低。通过计算不同条件下的成像相关度,定量分析了不同参数下的无透镜鬼衍射的成像质量,为具体的实验设计提供定量的帮助。

**关键词** 鬼成像;傅里叶变换;散焦;相关度

中图分类号 O436.1, O438.2 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS20103010.2912

## Effects of Detector Size and Defocusing Length on Lensless Ghost Diffraction

Lin Jie<sup>1,2</sup> Cheng Jing<sup>3</sup>

<sup>1</sup> School of Electronics and Information Engineering, South China University of Technology, Guangzhou, Guangdong 510641, China

<sup>2</sup> School of Physics and Optoelectronic Engineering, Guangdong University of Technology, Guangzhou, Guangdong 510006, China

<sup>3</sup> Department of Physics, South China University of Technology, Guangzhou, Guangdong 510641, China

**Abstract** Recently, ghost imaging with thermal light attracts a lot of attention both theoretically and experimentally. The effects of the detector size and defocusing length on lensless ghost diffraction are investigated. Through analyzing the intensity correlation function of lensless ghost diffraction, the defocusing will lead to a chirp modulation on the phase of the transmission function of the object, while the finite size of the detector makes the lensless ghost diffraction system equivalent to a partially coherent imaging system. These effects lead to the degradation of the imaging quality. Via calculating the correlation of the idealized images and realistic images under different conditions, the dependences of diffraction qualities on different parameters are quantitatively analysed, so that the results may be used to provide quantitative references for realistic experiments.

**Key words** ghost imaging; Fourier transforming; defocusing; correlation

## 1 引 言

作为量子力学的产物之一,纠缠态似乎从没离开过人们的视线。1995年,美国马里兰大学的史视华小组,利用自发参量下转换产生的光子对的纠缠

特性,首次在实验上观察到鬼成像(GI)<sup>[1]</sup>。GI也称为双光子关联成像,指的是由同一个光源发出的两束光,其中一束通过物照射探测器,与另一路的探测器做符合测量,符合测量的结果重现了物。这个方

收稿日期: 2009-09-16; 收到修改稿日期: 2010-03-12

基金项目: 国家自然科学基金(10774047)资助课题。

作者简介: 林 洁(1977—),女,博士研究生。主要从事成像光学方面的研究。E-mail: crystal\_lam@139.com

导师简介: 程 静(1973—),男,博士,研究员,主要从事成像光学,量子光学和冷原子物理等方面的研究。

E-mail: phjcheng@scut.edu.cn

法来源于 1956 年的 Hanbury Brown Twiss 实验<sup>[2]</sup>,其理论基础是光场的二阶量子相干性。

在 2001 年 A. F. Abouraddy 等<sup>[3]</sup>指出量子纠缠是实现量子成像的先决条件,由此引发了人们用经典光源实现鬼成像的实验研究和理论探讨。2002 年 R. S. Bennink 等<sup>[4]</sup>利用随机指向的激光束首次实现了热光的鬼成像,其理论是基于光场的二阶强度关联函数。随后,不少实验组先后用赝热光源实现了鬼成像,如 F. Ferri 等<sup>[5]</sup>把激光照射到旋转着的毛玻璃上获得散斑场来进行实验。而 A. Valencia 等<sup>[6]</sup>则从光子计数法得到了此实验结果与之前二阶量子相干函数的数据之间有一个恒为 1 的本底。

国内在相关领域也开展了大量研究。理论上, Jing Chen 等<sup>[7]</sup>从统计光学和波动光学的角度,证明了在无透镜的情况下,从非相干光源可以得到透射物体的傅里叶变换,从而可以为缺乏硬 X 射线照明等场合提供光源。此后,中国科学院上海光学精密机械研究所<sup>[8~11]</sup>用实验验证了这一理论预言。Yangjian Cai 等<sup>[12]</sup>则对成像的能见度和清晰度进行了定量的研究,比较了相干热光场与纠缠光场成像时的异同,并给出数值模拟的结果。D. Zhang 等<sup>[13]</sup>完成了赝热光源的亚波长干涉实验。L. A. Wu 等<sup>[14,15]</sup>采用真实热光源的实现了鬼成像。这些理论和实验工作证明,利用热光源完全可以代替纠缠光子对来实现鬼成像。

但是,目前大多数的理论研究都没有考虑探测器的大小尺寸对成像质量的影响。在实际的成像系统中,探测器总是有一定的分辨的。因此,基于之前的无透镜鬼衍射的理论和实验工作<sup>[7,8]</sup>,进一步研究有限大小探测器对无透镜鬼衍射会产生怎样的影响。还将讨论两条光路距离不相等(即散焦)的情况下,无透镜鬼衍射的成像效果。通过理论推导和数值模拟,计算不同条件下鬼衍射的成像相关度,还可以定量讨论探测器大小和散焦长度对成像结果的影响。

## 2 理论分析

图 1 是无透镜鬼衍射成像(LGI)系统的光路图。非相干光源被分束器分成 2 束,含有物体的光路称作“物臂”,不含物体的光路称为“参考臂”。 $z_1$ ,  $z_2$  和  $z_0$  分别是光源到透射物体,光源到参考臂探测器和透射物体到物臂探测器的距离。 $x, v, u$  和  $u'$  分别是光源平面,物体平面,参考臂探测器平面以及物臂探测器平面的坐标。其中物臂上放置有透射物体。两个探测器  $D_r$  和  $D_t$  记录着各自的强度分布。后面的相关器用来计算强度波动的相关函数。 $t(v)$  代表着透射物体的强度透射率,其中  $v$  是物体平面的横向坐标。为了简单起见,只使用一个横向变量,而其它变量的结论都可以从这个横向变量的结果得到。

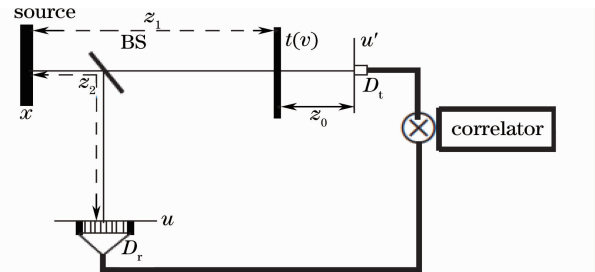


图 1 无透镜鬼衍射成像系统光路图

Fig. 1 Geometry of a lensless ghost imaging (LGI) system

当 2 条光路的长度满足  $z_1 + z_0 = z_2$  时,如果非相干照射光源的面积很大,使得在研究中可以假设光场有均匀分布的光强  $I_0$ ,那么通过强度关联测量得到的关联函数满足<sup>[7~9]</sup>

$$g(u, u') = \frac{I_0^2}{\lambda^4 z_0^4} \left| T \left[ \frac{-2\pi(u' - u)}{\lambda z_0} \right] \right|^2, \quad (1)$$

当无透镜鬼衍射的 2 条光路的长度没有散焦的时候 ( $z_1 + z_0 = z_2$ ),如果物臂上的探测器是一个点状的探测器,关联成像的结果  $g(u, 0)$  将正比于透射物体的傅里叶变换。但是在实际成像系统中,物臂上的探测器都是有一定大小尺寸的,假设物臂上的探测器的尺寸大小可以用一个函数  $d(x)$  来描述,这时的成像结果应该为

$$I(u) = \int g(u, u') d(u') du' = \frac{I_0^2}{\lambda^4 z_0^4} \int dv_1 dv_2 t(v_1) t^*(v_2) \exp \left[ \frac{i2\pi(u' - u)v_1}{\lambda z_0} \right] \exp \left[ -\frac{i2\pi(u' - u)v_2}{\lambda z_0} \right] \times \int d(u') du' = \frac{I_0^2}{\lambda^4 z_0^4} \int dv_1 dv_2 t(v_1) t^*(v_2) \exp \left[ \frac{i2\pi u(v_2 - v_1)}{\lambda z_0} \right] D \left( \frac{v_1 - v_2}{\lambda z_0} \right), \quad (2)$$

式中  $D \left( \frac{v_1 - v_2}{\lambda z_0} \right)$  为探测器函数  $d(x)$  的傅里叶变换。计入物臂探测器分布后,无透镜鬼衍射的结果与通常的部分相干成像公式非常相似<sup>[16]</sup>,因此可以把有限大小探测器的 LGI 系统等效地看作一个部分相干成像系统。

而在实际的实验测量过程中,经常会遇到  $z_1 + z_0 \neq z_2$ , 即无透镜鬼衍射的 2 条光路的存在散焦的情况, 所以必须对原来的成像公式予以推广, 以正确描述散焦效应。从部分相干性理论出发, 两条光路上面强度涨落的关联函数是

$$g(u, u') = \left| \int dv I_0 \frac{\exp[-ik(z_1 - z_2)]}{i\lambda(z_1 - z_2)} \exp\left[\frac{-i\pi}{\lambda(z_1 - z_2)}(u' - v)^2\right] t(v_1) \frac{\exp(-ikz_0)}{i\lambda z_0} \times \exp\left[\frac{-i\pi}{\lambda z_0}(u - v)^2\right] \right|^2 = \frac{I_0^2}{\lambda^4(z_1 - z_2)^2 z_0^2} \int dv_1 \int dv_2 t(v_1) t^*(v_2) \times \exp\left[-\frac{i\pi v_1^2}{\lambda(z_1 - z_2)} + \frac{2i\pi u v_1}{\lambda(z_1 - z_2)} - \frac{i\pi v_1^2}{\lambda z_0} + \frac{2i\pi u' v_1}{\lambda z_0} + \frac{i\pi v_2^2}{\lambda(z_1 - z_2)} - \frac{2i\pi u v_2}{\lambda(z_1 - z_2)} + \frac{i\pi v_2^2}{\lambda z_0} - \frac{2i\pi u' v_2}{\lambda z_0}\right], \quad (3)$$

假设  $z_2 - z_1 = z_0 + \delta$ , 上式整理为

$$g(u, u') = \frac{I_0^2}{\lambda^4(z_1 - z_2)^2 z_0^2} \int dv_1 \int dv_2 t(v_1) \exp\left[-\frac{i\pi v_1^2 \delta}{\lambda z_0(z_0 + \delta)}\right] t^*(v_2) \times \exp\left[\frac{i\pi v_2^2 \delta}{\lambda z_0(z_0 + \delta)}\right] \exp\left[\frac{2i\pi u v_1}{\lambda(z_1 - z_2)} + \frac{2i\pi u' v_1}{\lambda z_0} - \frac{2i\pi u v_2}{\lambda(z_1 - z_2)} - \frac{2i\pi u' v_2}{\lambda z_0}\right]. \quad (4)$$

进一步考虑探测器的尺寸大小得到了同时考虑探测器有限大小和光路散焦情况下的无透镜鬼衍射的成像结果。

$$I = \int g(u, u') d(u') du' = \frac{I_0^2}{\lambda^4(z_1 - z_2)^2 z_0^2} \times \int dv_1 \int dv_2 t(v_1) \exp\left[-\frac{i\pi v_1^2 \delta}{\lambda z_0(z_0 + \delta)}\right] t^*(v_2) \exp\left[\frac{i\pi v_2^2 \delta}{\lambda z_0(z_0 + \delta)}\right] D\left(\frac{v_1 - v_2}{\lambda z_0}\right) \exp\left[\frac{2i\pi u(v_1 - v_2)}{\lambda(z_1 - z_2)}\right], \quad (5)$$

式中  $D[(v_1 - v_2)/\lambda z_0]$  为探测器大小  $d(x)$  的傅里叶变换。(5)式表明, 当两条光路长度不等时, 所引起的散焦的效果相当于物体的透射函数在相位上有一个啁啾调制, 因此, 对于散焦情况下的有限大小探测器的无透镜鬼衍射系统, 也可用部分相干成像系统来分析。

### 3 数值模拟与讨论

光电成像系统的性能评价分析是光电成像系统设计过程中的重要环节。对于特定的成像系统, 选择合理的评价函数来评价系统性能是十分重要的。采用相关度来作为评价无透镜鬼衍射成像质量的度量准则。相关度指的是实际成像系统的输出图像与理想成像系统输出图像的相似程度, 其表达式<sup>[17]</sup>为

$$r(U, U_c) = \frac{\int U(x) dx \int U_c(x') dx'}{\sqrt{\left[\int U(x) dx\right]^2 \left[\int U_c(x') dx'\right]^2}}, \quad (6)$$

式中  $U(x), U_c(x')$  分别表示实际成像系统和理想成像系统的输出图像。 $r(U, U_c) = 1$  表示该成像系统输出信号与理想成像系统完全相同。 $r(U, U_c) = 0$  表示该成像系统输出信号与理想成像系统没有任何相似的部分。

对理论结果进行数值模拟。在无透镜鬼衍射系统中  $a_0$  表示入射光源的大小, 令  $a_0 = 1.58 \text{ mm}$ ,  $\lambda = 632 \text{ nm}$ ,  $z_2 = 484 \text{ mm}$ , 以及  $z_0 = 200 \text{ mm}$ 。在全部的模拟结果中, 衍射图像的强度进行了归一化以使得所有衍射强度的积分都相等。

在模拟计算中, 选择了 3 种不同的探测物体。

a) 振幅型的双缝物体, 其透射函数为

$$f(x) = \begin{cases} 1, & -\frac{a+b}{2} \leq x \leq -\frac{b-a}{2}, \quad \frac{b-a}{2} \leq x \leq \frac{a+b}{2}, \quad b > a, \\ 0, & \text{other} \end{cases}, \quad (7)$$

其实物为一缝宽为  $a$ , 间距为  $b$  的杨氏双缝。取缝宽为  $0.3 \text{ mm}$ , 双缝间距为  $1 \text{ mm}$ 。

b) 振幅分布为高斯函数的物体, 其透射函数为

$$t(x) = \exp(-x^2). \quad (8)$$

c) 相位型的双缝物体, 其透射函数为

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \frac{2k-1}{2}a < x \leq \frac{2k+1}{2}a, & k = -2, 0, 2 \\ -1, & \frac{2k-1}{2}a < x \leq \frac{2k+1}{2}a, & k = -1, 1 \\ 0, & \text{other} \end{cases} \quad (9)$$

首先,研究无透镜鬼衍射系统的 2 条光路的长度相等,  $z_0 + z_1 = z_2$ , 即没有散焦的情况。变化物臂上的探测器大小,从而对几种不同大小的探测器,给出相应的模拟结果。其中,图 2(a)~(c)中由上到下分别是探测器尺寸是 1 mm, 300  $\mu\text{m}$ , 100  $\mu\text{m}$  和 1  $\mu\text{m}$  时,计算得到的无透镜鬼衍射成像的结果。而图 2(d)~(f)则是变化探测器大小时,所得到的无透镜衍射成像结果和理想衍射图像之间的相关度。

从图 2(a)~(c)可以看出,当探测器尺寸越来越大时,无透镜鬼衍射成像的结果变得矮而宽。同时,不同透射物体的相关度计算结果[图 2(d)~(f)],也进一步验证了随着探测器的增大,透射物体

的无透镜鬼成像结果和理想衍射结果之间的相关度下降。说明探测器越大,无透镜鬼衍射的结果和理想衍射图像之间的差别会越大。该现象可以根据(2)式予以说明,由于  $D$  是探测器大小  $d$  的傅里叶变换。随着  $d$  增大, $D$  的带宽会越来越窄,因此鬼成像结果和理想衍射结果之间的差距越来越大。而当  $d$  为无限小时, $D=1$ ,所以鬼成像的结果就是理想衍射结果。需要注意的是,在文献[8]的实验中,探测器的尺寸由 CCD 像素的大小所决定,即在几个到十几个微米的尺度范围内。从图 2 可以知道,当探测器尺寸小于 100  $\mu\text{m}$  时,鬼衍射的效果都能较好地接近理想的衍射图样。所以在文献[8]的实验中,探测器的尺度对成像质量没有负面影响。

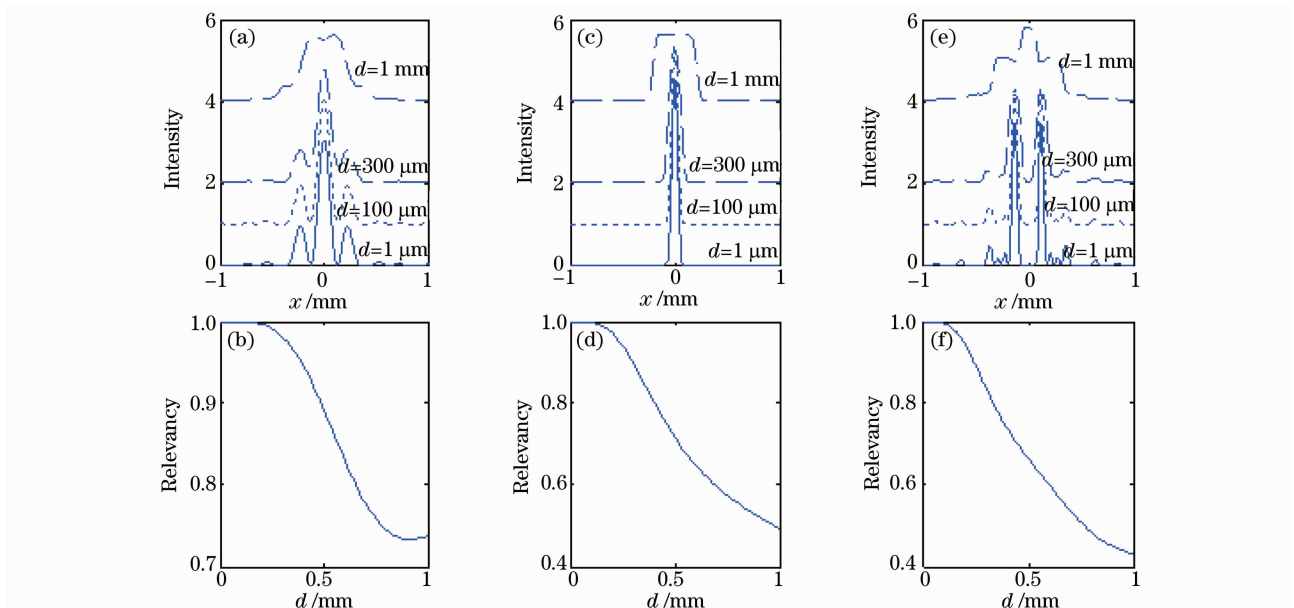


图 2 不同透射物体无透镜鬼衍射成像结果及其相关度。(a), (b)振幅型双缝物体; (c), (d)透射函数是高斯型分布物体; (e), (f)相位型双缝物体

Fig. 2 Lensless ghost diffraction images and the corresponding correlation. (a), (b) The object is a Young double slit;

(c), (d) The object is Gaussian distributed object; (e), (f) The object is a pure phase object

其次,研究当无透镜鬼衍射的 2 条光路的长度发生散焦,即  $z_1 + z_0 \neq z_2$  并为一个固定值的情况。变化探测器大小,在几种不同条件下给出得到的模拟结果,如图 3 所示。

这些结果定性上和图 2 很相似,定量上相关度都有一些不同程度的下降。说明散焦会影响无透镜

鬼衍射的成像质量,使得实际结果和理想衍射图像之间的差别增大。

最后,固定探测器大小为 100  $\mu\text{m}$ ,研究不同的散焦长度对鬼衍射质量的影响,如图 4 所示。对上述三个透射物体即双缝、高斯和相位型物体,逐渐变化散焦距离  $\delta = z_2 - z_1 - z_0$ ,图 4 清楚地显示了计

算得到的鬼衍射结果与理想衍射结果之间的差别。发现只有散焦为零时,才能得到最大的相关度,而无论是正散焦或负散焦,都会降低成像的质量。在(5)式中指出,散焦相当于透射物体多了一个相位上的调制。如果把鬼成像的结果进行傅里叶变换,结果

相当于这一个相位与透射物体函数的卷积。当散焦越厉害即  $\delta$  越大的时候,图象应该越平滑。因此图 4 中有散焦的图象比非散焦情况显得矮而宽。结果说明了在实际实验中,必须恰当地调节探测距离,才能得到高质量的衍射图像。同时当散焦不是特别

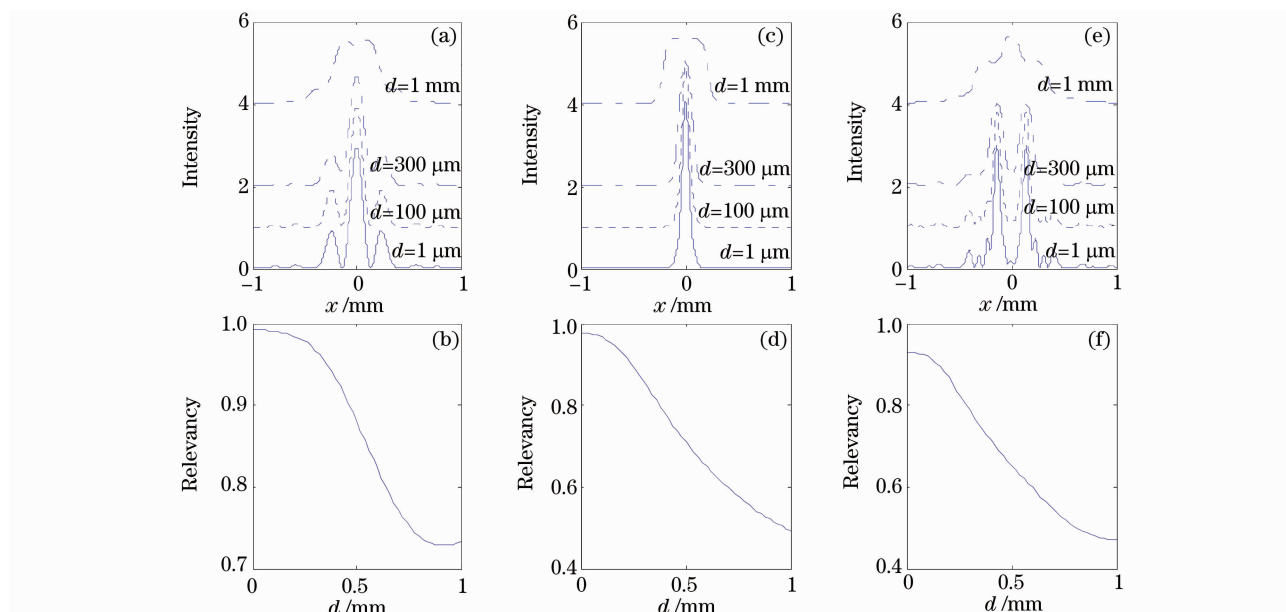


图 3 不同透射物体无透镜鬼衍射成像结果及其相关度,  $z_2 = 500$  mm,  $z_0 + z_1 = 484$  mm。(a), (b)振幅型双缝物体; (c), (d)透射函数是高斯型分布物体; (e), (f)相位型双缝物体

Fig. 3 Lensless ghost diffraction images and the corresponding correlation,  $z_2 = 500$  mm,  $z_0 + z_1 = 484$  mm. (a), (b) the object is a Young double slit; (c), (d) the object is Gaussian distributed object; (e), (f) the object is a pure phase object

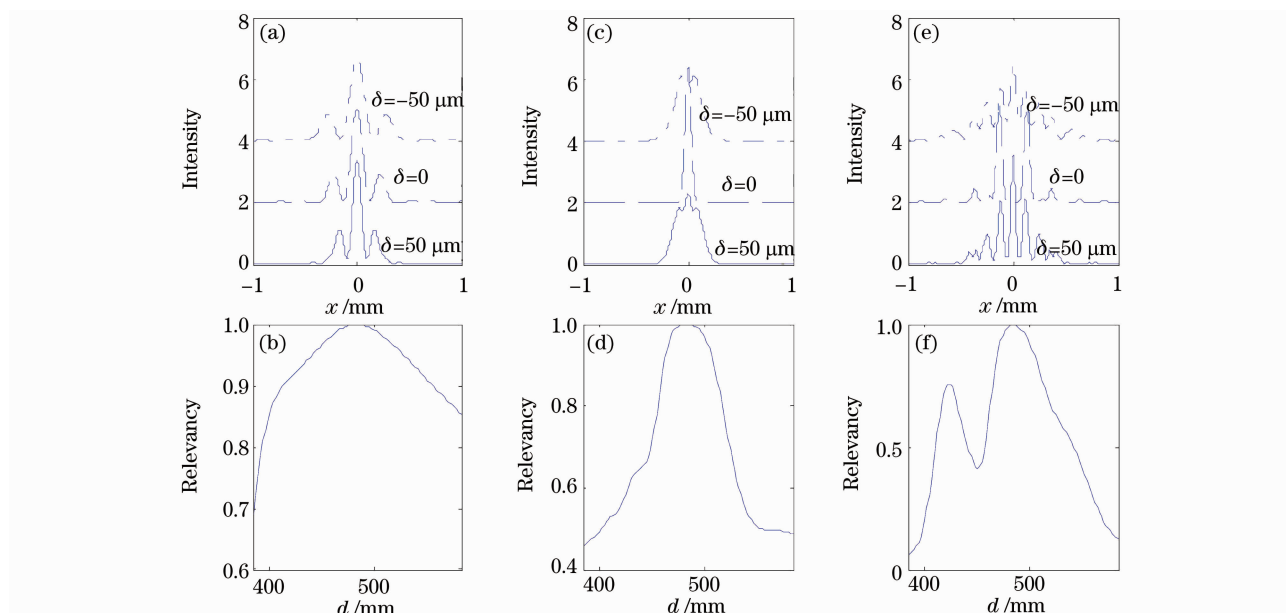


图 4 探测器大小固定为  $100 \mu\text{m}$  的情况,随着  $\delta$  变化的无透镜鬼衍射成像结果及相关度。(a), (b)振幅型双缝物体; (c), (d)透射函数是高斯型分布物体; (e), (f)相位型双缝物体

Fig. 4 Lensless ghost diffraction images and the corresponding correlation as the function of  $\delta$ , the detector size is fixed to be  $100 \mu\text{m}$ . (a), (b) the object is a Young double slit; (c), (d) the object is Gaussian distributed object; (e), (f) the object is a pure phase object

大的时候,例如散焦的数值只有几个毫米到十几个毫米的时候,相关度都大于 0.95,意味着所得到的衍射结果仍然是可以令人满意的。在实际应用中,在一定的质量要求下,可以合理地控制两条光路的精度,适当地简化实验要求。

## 4 结 论

对探测器有限大小下的无透镜鬼衍射成像公式进行了理论推导,无论是非散焦还是散焦的情况,其相应的结果均类似于部分相干成像公式。对具体透射物体的数值模拟结果表明,当探测器变大时,无透镜鬼衍射成像的结果会变得矮而宽,其与理想无透镜鬼衍射的相关度也变小。另外,当散焦长度  $\delta$  的绝对值从零变大时,成像结果也会展宽,而相关度也将变差。研究结果有助于在实际的实验设计当中,合理地选择实验精度和控制实验误差。

## 参 考 文 献

- 1 T. B. Pittman, Y. H. Shih, D. V. St. Rekalov *et al.*. Optical imaging by means of two-photon quantum entanglement [J]. *Phys. Rev. A.*, 1995, **52**(5): R3429~R3432
- 2 R. Hanbury Brown, *The Intensity Interferometer*[M]. London: Taylor and Francis LTD, 1974
- 3 A. F. Abouraddy, B. E. A. Saleh, A. V. Sergienko *et al.*. Role of Entanglement in two-photon imaging[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2001, **87**(12): 123602: 1~4
- 4 R. S. Bennink, S. J. Bentley, R. W. Boyd. "Two-photon" coincidence imaging with a classical source [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2002, **89**(11): 113601: 1~4
- 5 F. Ferri, D. Magatti, A. Gatti *et al.*. High-resolution ghost image and ghost diffraction experiments with thermal light[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2005, **94**(18): 183602: 1~4
- 6 A. Valencia, G. Scarcelli, M. D. Angelo *et al.*. Two-photon imaging with thermal light[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2005, **94**(6): 063601: 1~4
- 7 Jing Cheng, Shensheng Han. Incoherent coincidence imaging and its applicability in X-ray diffraction[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2004, **92**(9): 093903: 1~4
- 8 M. H. Zhang, Q. Wei, X. Shen *et al.*. Lensless Fourier-transform ghost imaging with classical incoherent light[J]. *Phys. Rev. A.*, 2007, **75**: 021803: 1~4 (R)
- 9 Zhang Minghui, Wei Qing, Shen Xia *et al.*. Statistical optics based numerical modeling of ghost imaging and its experimental approval[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(10): 1858~1866
- 张明辉, 魏青, 沈夏等. 基于统计光学的无透镜鬼成像数值模拟和实验验证[J]. *光学学报*, 2007, **27**(10): 1858~1866
- 10 Liu Yongfeng, Zhang Minghui, Shen Xia *et al.*. Application of phase retrieval algorithm to quantum correlated diffraction imaging[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(11): 2075~2081
- 刘永峰, 张明辉, 沈夏等. 相位恢复算法在量子关联衍射成像中的应用研究[J]. *光学学报*, 2007, **27**(11): 2075~2081
- 11 Shen Xia, Bai Yanfeng, Qin Tao *et al.*. Experimental investigation of quality of lensless ghost imaging with pseudo-thermal light [J]. *Chinese Physics Letters*, 2008, **25** (11): 3968~3971
- 12 Yangjian Cai, Shiyao Zhu. Ghost interference with partially coherent radiation[J]. *Opt. Lett.*, 2005, **29**(23): 2716~2718
- 13 D. Zhang, Y. H. Zha, J. Xiong *et al.*. Experimental observation of classical subwavelength interference with a pseudothermal light source [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2005, **94**(17): 173601: 1~4
- 14 L. A. Wu *et al.*. Correlated two-photon imaging with true thermal light[J]. *Opt. Lett.*, 2005, **30**(18): 2354~2356
- 15 Y. H. Zhai, X. H. Chen, D. Zhang *et al.*. Two-photon interference with true thermal light[J]. *Phys. Rev. A.*, 2005, **72**(4): 043805: 1~4
- 16 Z. J. Wang. *Imaging Optics*[M]. Beijing: Science Press, 1991
- 王之江, *成像光学*[M]. 北京: 科学出版社, 1991
- 17 F. M. Hu, X. R. Wang, J. Q. Zhang *et al.*. Analysis and comparison of typical objective measure criteria of electro-optical image quality[J]. *Infrared Technology*, 2005, **27**(2): 129~134
- 胡方明, 王晓蕊, 张建奇. 光电图像质量客观度量准则的分析与比较[J]. *红外技术*, 2005, **27**(2): 129~134