

文章编号: 0253-2239(2010)01-0180-06

Lindhard 势与弯晶摆动场辐射的动力学稳定性

王善进¹ 吴木营¹ 罗诗裕¹ 张伟风¹ 罗晓华^{2,3} 邵明珠¹

(¹ 东莞理工学院电子工程学院, 广东 东莞 523106; ² 重庆交通大学图书馆, 重庆 400074)

³ 重庆大学电气工程学院, 重庆 400044

摘要 在经典力学框架内和偶极近似下, 引入 Lindhard 势, 把粒子运动方程转化为具有硬弹簧特性的达芬 (Duffing) 方程, 利用多尺度法分析了系统的主共振和超共振; 讨论了粒子在共振线附近运动的非线性行为; 导出了系统的临界参数 a_c 及满足系统稳定的条件。由于系统的临界条件与它的物理参数有关, 只需这些参数适当, 系统的不稳定性就可以原则上避免, 从而保证系统能够稳定地输出晶体摆动场辐射, 为寻找 X 激光或 γ 激光提供进一步理论分析。

关键词 非线性光学; 晶体摆动场辐射; 沟道辐射; 达芬 (Duffing) 方程; 多尺度法; 稳定性

中图分类号 TN241; O434.1

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS20103001.0180

Lindhard Potential and Dynamic Stabilities for Bent Crystalline Undulator radiation

Wang Shanjin¹ Wu Muying¹ Luo Shiyu¹ Zhang Weifeng¹ Luo Xiaohua^{2,3} Shao Mingzhu¹

¹ College of Electronic Engineering, Dongguan University of Technology, Dongguan, Guangdong 523106, China
² Library, Chongqing University of Communications, Chongqing 400074, China
³ College of Electric Engineering, Chongqing University, Chongqing 400044, China

Abstract Introducing Lindhard potential to describe crystalline undulator radiation, the particle motion equation is reduced to the Duffing equation with a hard-spring properties in the classical mechanics frame and the dipole approximation. The main resonance and the super-harmonic resonance are analysed by the multi-scale technique; the nonlinear behaviours on a particle motion are discussed near resonance line; the critical parameter a_c and system stable condition are derived. Because the critical condition is related to the parameters of the system, then these parameters are regulated suitably, an instability can be avoided in principle. Thus the effective output of X-laser or γ -laser can be assured. The theoretical analysis is provided to obtain the short wavelength laser.

Key words nonlinear optics; crystalline undulator radiation; channeling radiation; Duffing equation; multi-scale technique; stability

1 引 言

自由电子激光器的发展方向之一就是如何获得短波长、大功率的自由电子激光。但是, 要用传统的方法把自由电子激光推向更短的波长在技术上遇到了严重挑战。20 世纪 70 年代, 前苏联科学家库马霍夫^[1]发现了沟道辐射; 80 年代以来, 人们预言了可以把自发的沟道辐射改造为相干辐射, 并提出了各种可能的方案。比如, 有人提出如果能在晶体中产生一种稳定的驻波, 则电子同驻波场相互作用, 可

望得到一种相干辐射; 还有人提出将晶体弯曲, 并通过沟道辐射在弯晶中的动力学衍射来获得相干光; 也有人设想, 利用沟道辐射与超晶格多层薄膜结构的动力学衍射来得到^[2]。值得注意的是, 20 世纪 90 年代末, 以 A. V. Korol 为代表的堡科学家们^[3-7]提出了用声学方法使沟道平面周期弯曲, 带电粒子在周期弯曲的晶体中运动时, 除了产生自发的沟道辐射外, 还将产生相干的摆动场辐射。事实上, 在晶体摆动场轨道曲率最大或最小处, 摆动场辐

收稿日期: 2008-12-31; 收到修改稿日期: 2009-04-17

作者简介: 王善进(1966—), 男, 副教授, 主要从事电磁波与物质相互作用等方面的研究。E-mail: bgluoshiy@dgut.edu.cn

射方向与束流方向平行,这一点同自由电子激光类似,而且在轨道曲率相继最大或最小处附近产生的光子基本是相干的,且频率比常规自由电子激光高得多。近年来,A. V. Korol 研究小组就一直在试图寻找这种新的光源。在线性近似下,对沟道辐射和摆动场辐射进行了分析,明确指出利用周期弯曲晶体来获得短波长激光是完全可能的、也是完全可行的,并把注意力集中在实验的改进与技术的实现上。至今,虽然还没有能在实验室成功获得 X 激光或 γ 激光,但在人们寻找新光源的探索中,开辟了一个全新的方向。

影响粒子运动稳定性的因素很多,比如晶体缺陷、运动阻尼、辐射能损^[8]、晶格热振动、电子多重散射和系统非线性等。为此,要求选择的晶体应尽量完整,把缺陷的影响减至最小。即使这样,由于其他因素的影响,沟道粒子还可能跑到沟道外面,这个效应称为退道效应。而退道效应正是摆动场辐射的一大杀手,也是同自由电子激光器的重大差别之一。这就是说,自由电子激光器原则上可以做得很长,而周期弯曲的晶体摆动器的长度却受到退道效应的限制。本文进一步考虑运动阻尼和非线性的影响。在经典力学框架内和偶极近似下^[9],把粒子的运动方程化为了具有硬弹簧特性的达芬(Duffing)方程,利用多尺度法分析了系统的主共振和超共振;讨论了粒子在共振线附近运动的非线性行为;导出了系统的临界参数。

2 运动方程与晶体摆动场辐射

用声学方法将晶体周期弯曲,可望得到短波长

的 X 激光或 γ 激光。假设已经用声振动方法获得了这样的系统。整个实验装置由两部分组成,一部分是周期弯曲晶体,另一部分是高能粒子加速器。晶体的周期性,被沟道俘获的粒子在周期晶格场中运动将产生沟道辐射;晶体周期弯曲还将产生另外一种频率较低的辐射,因为这种辐射同自由电子激光摆动场辐射类似,即所谓晶体摆动场辐射。

设 xz 平面是直沟道(未弯曲)情况下系统的横截面,相邻晶面间距为 d ,粒子运动方向为 z 。选择沟道中心为坐标原点,过原点作一平面与晶面平行,这个平面就是沟道中心平面(如图 1 所示)。在直角坐标系中, x 轴垂直中心平面向上, y 轴和 z 轴位于中心平面内,且 z 轴沿着束流方向, y 轴与晶面平行(图中未画出)。严格说来,沟道粒子的运动问题是一个三维问题,考虑到晶体的平移对称性,坐标 y 将不出现;如果粒子在 x 方向的能量不是太大(即可以略去晶格热振动和电子多重散射的影响),则粒子在 z 方向的运动可以看作是守恒的,这时粒子的行为完全由 x 方向的运动决定,从而把三维问题化为一维问题。

如果用声学方法将晶体做

$$x(z) = a \sin(2\pi z/\lambda_u), \quad (1)$$

弯曲(如图 1 所示),则晶面和沟道中心平面均按同样形式弯曲。式中 a 为“振幅”, λ_u 为周期变化的晶体摆动场“波长”。图中两组黑点表示晶体周期弯曲后相邻两个晶面呈周期变化的格点排列。注意到粒子沿 z 方向运动时,在晶格场作用下将在 x 方向做横向振动,在晶格场中做这种运动的带电粒子将不断向外辐射能量,这种辐射即所谓的沟道辐射;同时,由于周期弯曲,粒子还将产生晶体摆动场辐射。

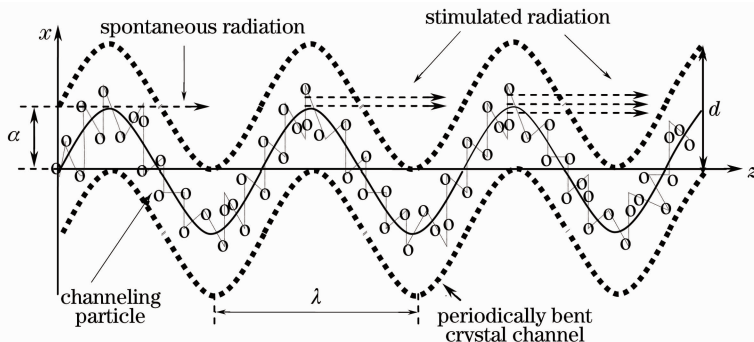


图 1 周期弯曲晶体及晶体摆动场辐射与沟道辐射示意图^[3]

Fig. 1 Schematic diagram of periodically bent crystal and the crystalline undulator radiation and the channeling radiation schematically^[3]

在偶极近似下,粒子的横向运动可以用经典方法来描述。在弯晶沟道中运动的粒子,除了受到晶格场作用外,还要受到阻尼力和晶体弯曲产生的离心力作用。根据牛顿第二定律,粒子运动方程可以

表示为

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} + 2m\mu_0 \frac{dx}{dt} + \frac{d}{dx} V(x) = p v \kappa(z), \quad (2)$$

式中 $V(x)$ 为粒子 - 晶体相互作用势; p 为粒子动

量; v 为粒子速度, 在超相对论情况下有 $v \approx c$; μ_0 为阻尼系数, 物理意义由文献[10]给出; $m = m_0 \gamma$, m_0 为粒子静止质量, γ 为相对论因子。而弯晶曲率为

$$\kappa(z) = \kappa_0 \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda_u}\right)z, \quad (3)$$

由(1)式的二阶导数给出, 式中 $\kappa_0 = \Omega_u^2 a$, 而 $z \approx ct$ 。

3 Lindhard 势与非线性 Duffing 方程

一般说来, 相互作用势 $V(x)$ 可以取不同形式(比如 Lindhard 势, Moliere 势和正弦平方势等)。A. L. Korol 等采用了 Lindhard 势, 并在线性近似下分析了系统的稳定性, 明确指出利用周期弯曲晶体来获得短波长激光是完全可能的、也是完全可行的。从 Lindhard 势出发, 进一步讨论系统的运动阻尼和非线性行为。

20 世纪 60 年代, Lindhard 导出了具有如下形式的粒子-晶体相互作用势

$$V(X) = K_1 W(X) = K_1 [(1+X)^2 + D]^{1/2} + [(1-X)^2 + D]^{1/2} - 2, \quad (4)$$

式中

$$X = 2x/d, \quad K_1 = \pi Z_1 Z_2 e^2 N d^2, \\ D = 4c^2 a^2 / d^2, \quad c \approx \sqrt{3}, \quad (5)$$

而 d 为相邻晶面间距, a 为托马斯-费米屏蔽距离, Z_1 和 Z_2 为入射粒子和晶体的原子序数, e 为电子电荷, Nd^2 为晶体原子面密度。

将(4)式代入(2)式, 可以看出(2)式是一个复杂的二阶非线性微分方程, 不存在严格的解析解。将(4)式在原点附近展开, 并取到四次项。由于(4)式的偶对称性, 在展开式中不会出现奇次项, 可将(4)式具体表示为

$$V(x) = K_1 [a_0 + a_1 X^2 + a_2 X^4 + O(\epsilon^6)], \quad (6)$$

式中 ϵ 为小量, $O(\epsilon^6)$ 表示与 ϵ^6 同阶的小量, 而

$$a_0 = 2[(1+D)^{1/2} - 1], \\ a_1 = \frac{D}{(1+D)^{3/2}}, a_2 = \frac{D(4-D)}{4(1+D)^{7/2}}, \quad (7)$$

将(6)式代入(2)式, 并令

$$\xi = 2\pi x/d, \quad \tau = \delta^{1/2} t, \quad \delta = \frac{8a_1 K_1}{md^2}, \quad (8)$$

$$\mu = \mu_0 / \delta^{1/2}, \quad \Omega = \frac{\pi}{2} + \frac{2\pi c}{\delta^{1/2} \lambda_u}, \quad (9)$$

略去与 ϵ^6 同阶的小量, (2)式可化为如下形式的 Duffing 方程

$$\frac{d^2 \xi}{d\tau^2} + \omega_0^2 \xi = -2\mu \frac{d\xi}{d\tau} - \alpha \xi^3 + K \cos \Omega \tau, \quad (10)$$

式中

$$\omega_0 = 1, K = \frac{2\pi p v \kappa_0}{m_0 \gamma d \delta}, \quad (11)$$

(10)式是一个具有硬弹簧特性的 Duffing 方程。下面用摄动法求出系统的近似解, 并讨论系统的稳定性, 特别是在共振超共振附近粒子的运动行为。

4 系统的稳定性

4.1 主共振 ($\Omega \approx \omega_0 = 1$)

为了表示(10)式中各项的大小, 再次引入小参数 ϵ 。如果(10)式中的受迫项大小为 $O(\epsilon)$ 量级时, 系统将存在 $\Omega = \omega_0 = 1$ 的主共振。为此, 假设(10)式中的 $2\mu \frac{d\xi}{d\tau}$, $\alpha \xi^3$ 和 $K \cos \Omega \tau$ 项的大小是 $O(\epsilon)$ 数量级, 其他项是 $O(1)$ 数量级, 则形式上可将(10)式改写为

$$\frac{d^2 \xi}{d\tau^2} + \omega_0^2 \xi = -2\epsilon \mu \frac{d\xi}{d\tau} - \epsilon \alpha \xi^3 + \epsilon K \cos \Omega \tau, \quad (12)$$

(式中 ϵ 只表示该项大小, 只需在结果中令 $\epsilon = 1$ 即可回到原来状态)。

4.1.1 摄动解

引入解谐因子 σ 来描写粒子离开共振线的程度。于是 Ω 可表示为 $\Omega = \omega_0 + \epsilon \sigma$, 式中 $\sigma = O(1)$, 而 $\Omega \tau = \omega_0 T_0 + \sigma T_1$ 。利用多重尺度法^[11], 可以把(10)式的解表示为

$$\xi = a \cos(\omega_0 \tau + \sigma T_1 - \gamma) + O(\epsilon), \quad (13)$$

式中 a 和 γ 由方程

$$a' = \mu a + \frac{1}{2} \frac{K}{\omega_0} \sin \gamma, \\ a \gamma' = \sigma a - \frac{3}{8} \frac{\alpha}{\omega_0} a^3 + \frac{1}{2} \frac{K}{\omega_0} \cos \gamma, \quad (14)$$

给出。从(12)式, (13)式和(14)式可以看出, 求二阶微分(12)式的问题转化为求两个一阶微分方程(14)的问题。但是, 由于方程(14)的右边既是 a 的函数, 又是 γ 的函数, 要把它积分到最终形式仍然是很困难的。不过, 根据庞加莱(Poincaré)定理, 不积分方程(14)也可得到若干重要结果。比如, 它的静态($a' = \gamma' = 0$)解就十分重要。

4.1.2 静态解

当 $a' = \gamma' = 0$ 时, (14)式化为

$$\mu a = \frac{1}{2} \frac{K}{\omega_0} \sin \gamma, \quad (15)$$

$$\sigma a - \frac{3}{8} \frac{\alpha}{\omega_0} a^3 = -\frac{1}{2} \frac{K}{\omega_0} \cos \gamma, \quad (16)$$

于是静态解可表示为

$$\xi = a \cos(\Omega \tau - \gamma) + O(\epsilon), \quad (17)$$

式中 a 和 γ 由(14)式给出。由(14)式可得系统的非线性频率响应曲线(共振曲线):

$$\sigma = \frac{3}{8} \frac{\alpha}{\omega_0} a^2 \pm \left(\frac{K^2}{4\omega_0^2 a^2} - \mu^2 \right)^{1/2}. \quad (18)$$

数值分析表明,共振曲线向右弯曲;同时,当频率从大到小或从小到大变化时,系统出现跳跃现象,如图2所示。图中纵坐标是无量纲振幅,横坐标是无量纲的解谐因子。

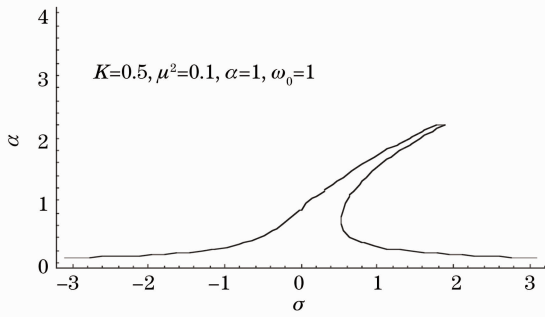


图2 系统的非线性频率响应曲线

Fig. 2 Response curve of the frequency for the non linear system

4.1.3 稳定性

为了讨论静态解的稳定性,令

$$a = a_0 + a_1, \gamma = \gamma_0 + \gamma_1, \quad (19)$$

式中 a_0 和 γ_0 是系统的静态解,满足(15)式和(16)式,而 a_1 和 γ_1 是离开静态解的任意小量。把(19)式代入(14)式,按小量 a_1 和 γ_1 展开,保留线性项可得

$$\begin{aligned} a_1' &= -\mu a_1 + \left(\frac{K}{2\omega_0} \cos \gamma_0 \right) \gamma_1, \\ \gamma_1' &= - \left(\frac{3\alpha a_0}{4\omega_0} + \frac{K}{2\omega_0 a_0^2} \cos \gamma_0 \right) a_1 - \left(\frac{K}{2\omega_0 a_0} \sin \gamma_0 \right) \gamma_1. \end{aligned} \quad (20)$$

系统的稳定性与下列本征方程的本征值有关:

$$\lambda^2 + 2\mu\lambda + \Gamma = 0, \quad (21)$$

式中

$$\Gamma = \left(\sigma - \frac{3\alpha a_0^3}{8\omega_0} \right) \left(\sigma - \frac{9\alpha a_0^2}{8\omega_0} \right) + \mu^2, \quad (22)$$

当 $\Gamma > 0$ 时系统是稳定的;当 $\Gamma < 0$ 时系统是不稳定的;当 $\Gamma = 0$ 时系统处于临界状态。

4.2 超共振 ($\Omega_1 \approx \frac{1}{3}\omega_0$)

如果(10)式中的受迫项不是小量,而是 $O(1)$ 量级时,系统将存在超共振 $\Omega = \frac{1}{3}\omega_0$ 和子共振 $\Omega = 3\omega_0$ 。只讨论超共振。

注意到(10)式中的 $K = O(1)$, 利用类似的方法可以导出超共振的一阶近似解

$$\xi = a \cos[3(\Omega\tau - \gamma)] + \frac{K}{\omega_0^2 - \Omega^2} \cos \Omega\tau + O(\epsilon), \quad (23)$$

相应的频率响应曲线由方程

$$\sigma = \alpha \left(\frac{3\Lambda^2}{\omega_0^2} + \frac{3a^2}{8\omega_0} \right) \pm \left(\frac{\alpha^2 \Lambda^6}{\omega_0^2 a^2} - \mu^2 \right)^{1/2}, \quad (24)$$

给出,式中

$$\Lambda = \frac{K}{2} (\omega_0^2 - \Omega^2)^{-1}, \quad (25)$$

而系统的临界参数则可表示为

$$K_c = \frac{2}{\sqrt{3}} (\omega_0^2 - \Omega^2) \left(\frac{\sigma \omega_0}{\alpha} - \frac{9a_0^2}{16} \right)^{1/2}, \quad (26)$$

上式表明,系统的临界值与它的参数有关。

5 讨论

5.1 辐射频率

沟道辐射频率由公式^[12~17]

$$\omega_c \approx 2\gamma^2 \Omega, \quad (27)$$

给出,式中 Ω 是实验室坐标中的粒子振动频率,而摆动场辐射频率可以表示为

$$\omega_u \approx 4\gamma^2 \Omega_u / (2 + p^2), \quad (28)$$

式中

$$p = 2\pi\gamma a / \lambda \quad (29)$$

是摆动场参数, a 是摆动场振幅,而 $\Omega_u \approx 2\pi c / \lambda$ 是摆动场“频率”。通常情况下,沟道辐射频率 $\omega_c \gg \omega_u$, 系统不会出现主共振,当然,也不会出现子共振,但超共振是有可能出现的,一旦出现系统就不稳定。下面对这一共振进行讨论。

从(26)式可以看出,仅当参数小于临界值时,系统才是稳定的。由(11)式和(3)式,并注意到 $\kappa_0 = \Omega_u^2 a$, 可导出系统的临界条件为

$$a_c = \frac{m_0 \gamma d \delta \Omega_u^2 K_c}{4\pi E}, \quad (30)$$

式中 $E = m\omega^2/2$ 是粒子能量, K_c 由(26)式给出。当 $a_c < \frac{m_0 \gamma d \delta \Omega_u^2 K_c}{4\pi E}$ 系统是稳定的,当 $a_c > \frac{m_0 \gamma d \delta \Omega_u^2 K_c}{4\pi E}$ 时,系统是不稳定的。这就是说,当摆动场振幅 a 太大时,系统就可能不稳定。

5.2 可能方案

注意到自由电子激光器的发展方向之一是如何获得短波长、大功率的自由电子激光。但是,要用传统的方法把自由电子激光推向更短的波长在技术上遇到了严重挑战。如果能将自由电子激光器同晶体摆动场辐射的理念相结合,可望获得新的短波长激光光源。假设已经用声振动方法获得了这样的系

统。整个实验装置由两部分组成,一部分是周期弯曲晶体,另一部分是高能粒子加速器。由于晶体的周期性,被沟道俘获的粒子在周期晶格场中运动将产生沟道辐射(CR);由于晶体周期弯曲还将产生另外一种频率较低晶体摆动场辐射(CUR)。但是,不管是沟道辐射还是晶体摆动场辐射都是自发辐射,如何将它们改造为相干辐射是寻找短波长激光光源的关键之一。A. V. Kolor 等指出将晶体弯曲(常曲率弯晶和周期弯曲),并通过自发的沟道辐射或晶体摆动场辐射在弯晶中的动力学衍射来获得相干光。下面就以参数 X 射线辐射(PXR)为例来说明如何把自发的 PXR 改造为相干的 PXR。注意到我们关心的 PXR 实际上就是 X 波段的沟道辐射或晶体摆动场辐射,而 PXR 在弯晶中的反射、折射、聚焦或衍射等行为实际上就是 CUR 或 CR 在弯晶中的类似行为。文献[19]对此作过详细讨论,这里,只做简要描述。

将一板状晶体做圆柱形弯曲[见文献[18]的图 1(a)]。设曲率半径为 R ,对称轴为 f ,并假设带电粒子在倒格矢 \mathbf{g} 标记的沟道中运动。如果倒格矢 \mathbf{g}_1 与粒子轨迹成 45° 角,当 PXR 同 \mathbf{g}_1 描述的这一族晶面相互作用时,将被这一族晶面反射,并沿着半径聚焦到 f 轴上的点 F_1 和 F_2 [见文献[18]的图 1(b)]。如果能够将它收集,就可获得聚焦的 PXR 源。如果用倒格矢 \mathbf{g}_3 表示另一族与粒子运动轨迹垂直的晶面(沿径向),当 PXR 与这一族晶面相互作用时,将被这一族晶面垂直反射,并沿着粒子运动相反的方向传播。当 PXR 的频率(或 CUR,CR 中的某一频率) $\omega = \omega_B$,且符合布拉格衍射条件时,将被另一族晶面(比如用倒格矢 \mathbf{g}_2 表示的晶面)衍射,并沿半径聚焦到 f 轴上的点 F_3 [见文献[18]的图 1(b)]。如果能够将它收集,就可获得聚焦的衍射 PXR 源,当然,也就可望获得聚焦的衍射 CUR 光源或 CR 光源。由于这种光源具有相干性,可望成为新的短波长激光光源。

6 结 论

本文进一步考虑了运动阻尼和非线性的影响。在经典力学框架内和偶极近似下,把粒子的运动方程化为了具有阻尼项和受迫项的 Duffing 摆方程。利用多尺度法分析了系统的主共振和超共振;分析了粒子在共振线附近运动的非线性行为;导出了系统的临界参数,讨论了系统的临界性质。结果表明,系统的临界条件与它的物理参数有关,适当调节这

些参数,系统的不稳定性就可以原则上避免,从而提高系统稳定输出晶体摆动场辐射的可能性,为寻找 X 激光或 γ 激光提供进一步理论分析。

参 考 文 献

- 1 M. A. Kumakhov. On the theory of electromagnetic radiation of charged particle in a crystal[J]. *Phys. Lett. A*, 1976, **57**(1): 17~18
- 2 S. Y. Luo, Shao Mingzhu. Possibility of refoyming the electron axial channeling radiation as the γ -laser [J]. *High Energy Physics and Nuclear Physics*, 2005, **29**(2): 193~196
罗诗裕,邵明珠. 电子的轴沟道辐射作为 γ -激光的可能性[J]. *高能物理与核物理*, 2005, **29**(2): 193~196
- 3 A. V. Korol, A. V. Solovyov, W. Greiner *et al.*. Photon emission in crystalline undulator[J]. *Nucl. Inst. and Methods Phys. Res. B*, 2008, **266**(8): 1173~1176
- 4 H. Wiedemann. *Advanced Radiation Sources and Applications* [M]. Springer, 2006, 165~189
- 5 M. Tabrizi, A V. Korol, A. V. Solovyov *et al.*. Feasibility of an electron-based crystalline undulator[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2007, **98**: 164801
- 6 A. V. Korol, A. V. Solovyov, W. Greiner. Channeling of positrons through periodically bent crystals; on feasibility of crystalline undulator and Gamma-laser[J]. *Int. J. Mod. Phys. E*, 2004, **13**: 867~916
- 7 H. Wiedemann. *Advance Radiation Sources and Application* [M]. Springer, 2006, 191~200
- 8 Luo Shiyu, Shao Mingzhu. Radiation energy loss and cooling of 1-dimensional crystallization beams[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2003, **15**(5): 513~518
罗诗裕,邵明珠. 一维晶化束的辐射能损与束流冷却[J]. *强激光与粒子束*, 2003, **15**(5): 513~518
- 9 L. D. Landau. *The Classical Theory of Fields*[M]. Oxford: Pergamon Press, 1975
- 10 Luo Shiyu, Shao Mingzhu. Dislocation model for strained superlattice and dechanneling effects of a particles[J]. *Chinese J. Semiconductors*, 2003, **24**(5): 485~489
罗诗裕,邵明珠. 形变超晶格的位错模型与粒子的退道效应[J]. *半导体学报*, 2003, **24**(5): 485~489
- 11 A. H. Nayfeh. *Introduction to Perturbation Techniques*[M]. John Wiley & Sons, 1981
- 12 M. Z. Shao, S. Y. Luo. The $\tan^2 x$ potential and the eigenvalue and eigenfunction for planar channeling radiation [J]. *Acta Physica Sinica*, 2005, **54**(9): 4092~4096
邵明珠, 罗诗裕. 正切平方势与平面沟道系统的本征值和本征函数[J]. *物理学报*, 2005, **54**(9): 4092~4096
- 13 Luo Shiyu, Shao Mingzhu. The sine-squared potential and the general properties of planar channeling radiation for positron[J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(3): 1324~1327
罗诗裕, 邵明珠. 正弦平方势与正电子面沟道辐射的一般特征[J]. *物理学报*, 2006, **55**(3): 1324~1327
- 14 Luo Shiyu, Shao Mingzhu. Sine-squared potential and chaotic behaviour of strained superlattice [J]. *Chinese J. Semiconductors*, 2005, **26**(2): 294~297
罗诗裕,邵明珠. 正弦平方势与形变超晶格系统的混沌行为[J]. *半导体学报*, 2005, **26**(2): 294~297
- 15 Wu Huijun, Wu Wuming, Chen Jinbao *et al.*. Simulation of effect of 100 kW solid-state laser delay mirror system on 1 km altitude target [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28** (10): 1967~1970
吴慧云,吴武明,陈金宝等. 100 kW 功率固体激光器中继镜系统对 1 km 高度目标作用效果模拟[J]. *光学学报*, 2008, **28**(10): 1967~1970

- 16 Wu Bilin, Rao Changhui. Effect of outer scale of atmospheric turbulence on tracking precision of tilted tracking system [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(6): 967~970
吴碧琳, 饶长辉. 大气湍流外尺度对倾斜跟踪系统跟踪精度的影响[J]. *光学学报*, 2007, **27**(6): 967~970
- 17 Rao Ruizhong. Strehl ratios and sharpness of collimated laser beam in a turbulent atmosphere [J]. *Chinese J. Lasers*, 2005, **32**(1): 54~58
饶瑞中. 湍流大气中准直激光束的 Strehl 比锐度[J]. *中国激光*, 2005, **32**(1): 54~58
- 18 Wang Yaxun, Shao Mingzhu, Luo Shiyu. The coherent parametric X-ray radiation and dechanneling effects in bent crystal [J]. *Semiconductor Optoelectronics*, 2009, **30**(2): 223~226