

文章编号: 0253-2239(2010)01-0123-04

单幅载频条纹图的相位恢复新算法

熊六东 贾书海 杜艳芬

(西安交通大学 光信息科学与技术系, 陕西 西安, 710049)

摘要 针对单幅载频变形条纹图的相位重构问题,提出了一种快速、高精度和免解包裹的相位恢复新算法。该算法利用两次希尔伯特(Hilbert)变换法从单幅条纹图中分离出正弦分量和余弦分量,然后由这两个分量计算出相位的斜率,对水平和垂直两个方向上的相位斜率进行积分,最后得到全场相位分布。计算机模拟和实验结果表明,该算法仅需一幅变形条纹图即可很好的恢复全场相位分布。与传统的傅里叶方法相比,该算法不需要解包裹处理,简化了计算量,避免了相位解包裹过程带来的误差,并且对阴影和相位不连续点不敏感。

关键词 光学测量;相位恢复;希尔伯特变换;相位解包裹

中图分类号 O438 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20103001.0123

A Novel Algorithm for Phase Retrieval from a Single Carrier-Frequency Fringe Pattern

Xiong Liudong Jia Shuhai Du Yanfen

(Department of Optical Information Science and Technology, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, Shaanxi 710049, China)

Abstract A rapid and precise algorithm without phase unwrapping for phase retrieval from a single carrier-frequency fringe pattern is proposed. The algorithm first gains sinusoidal component and cosine component of the fringe pattern by Hilbert transform twice, and then phase is retrieved by the line integral of its gradient calculated by the sinusoidal and cosine components. The performance of the proposed method is evaluated by computer simulation and experiment. The phase error from phase unwrapped by Fourier transform is avoided. The algorithm is simple and insensitive to the shadow and discontinuous region.

Key words optical measurement; phase retrieval; Hilbert transform; phase unwrapping

1 引言

光学测量通常利用光干涉法或者投影条纹法测量物体位移、变形、三维形貌和振动等物理量。最后通常得到具有载频的变形条纹图,需要从变形的条纹图中提取代表物理量的相位信息。应用最广泛的相位解调方法有相移法和傅里叶变换法^[1~4]。相移法具有精度高和受背景噪声影响小的特点,但是相移法至少需要3幅以上的条纹图,无法应用于动态和瞬时的情况。而且相移法需要精密的相移装置,相移误差会导致实验结果不理想。傅里叶变换法只需要一幅变形条纹图,可应用于动态测量,但是傅里叶变换法应用于相位剧烈变化的区域时,容易产生误差。此

外,相移法和傅里叶法得到的都是包裹的相位,需要进行复杂的解包裹处理才能得到连续的相位图^[5]。

本文提出的相位恢复算法只需要一幅变形条纹图,应用两次希尔伯特变换提取出条纹图的正弦分量和余弦分量。由正弦和余弦分量可以计算出坐标相邻点的相位变化量的正切值,即相位斜率的正切值。由反正切函数可以计算出相位斜率,然后选择一个初始点作为相位零点,对相位斜率沿水平和垂直两个方向进行积分,得到连续的全场相位分布。该算法避免了解包裹处理,简化了计算量,避免了由解包裹操作带来的误差。选择合适的积分路径和适当的滤波操作,还可以使其对条纹图中的阴影区域

收稿日期: 2009-03-17; 收到修改稿日期: 2009-03-20

基金项目: 国家自然科学基金(10477015)和教育部新世纪优秀人才支持计划(NCET-05-0843)资助课题。

作者简介: 熊六东(1984—),男,硕士研究生,主要从事光学测量方面的研究。E-mail: bear60@stu.xjtu.edu.cn

导师简介: 贾书海(1969—),男,教授,主要从事光电检测方面的研究。E-mail: shjia@mail.xjtu.edu.cn

和相位不连续点不敏感。

2 原 理

2.1 希尔伯特变换

希尔伯特变换广泛应用于数字信号处理技术中。D. A. Zweig 等^[6]提出了将希尔伯特变换应用于条纹图的相位解调,但是这种方法得到的是包裹相位图,需要复杂的解包裹处理才能得到连续相位,本文提出的算法应用两次希尔伯特变换得到相位斜率,利用相位斜率积分得到全场相位,避免了解包裹操作。

对于一个实信号 $x(t)$,其希尔伯特变换 $y(t)$ 可以表示为

$$y(t) = -\frac{1}{\pi t} * x(t), \quad (1)$$

函数 $x(t)$ 的希尔伯特变换是它与 $-1/\pi t$ 的卷积。在频域内,希尔伯特变换可表示为

$$Y(f) = \begin{cases} -jX(f) & f > 0 \\ jX(f) & f < 0 \end{cases}, \quad (2)$$

式中 $Y(f)$ 是 $y(t)$ 的傅里叶变换, $X(f)$ 是 $x(t)$ 的傅里叶变换, j 是虚数符号。由(2)式可知,对一个实信号做希尔伯特变换,就是把它在频域相移 90° 。例如,信号 $\cos(\omega t)$ 的希尔伯特变换就是 $\sin(\omega t)$, 并且

会滤除原信号的直流分量^[7,8]。高成勇等^[7]采用小波变换法去除条纹图的直流分量从而得到余弦分量,并且他们应用希尔伯特变换处理条纹图得到的也是包裹相位图,本文提出了应用两次希尔伯特变换的方法得到余弦分量,简化了计算量,并且由于对相位斜率进行积分,避免了解包裹处理。

2.2 相位斜率

载频条纹图的光强分布一般可表示为

$$I(x, y) = a(x, y) + b(x, y)\cos[2\pi f_0 x + \phi(x, y)], \quad (3)$$

式中 $a(x, y)$ 为背景光强, $b(x, y)$ 为条纹幅值, f_0 为载波频率, $\phi(x, y)$ 为调制相位。 $a(x, y)$ 和 $b(x, y)$ 是缓变函数,可以视为常数。对变形条纹图进行希尔伯特变换得到正弦分量

$$I_1(x, y) = -b\sin[2\pi f_0 x + \phi(x, y)], \quad (4)$$

要得到光强分布 $I(x, y)$ 的余弦分量,需要从 $I(x, y)$ 中去除背景直流成分。应用二次希尔伯特变换去除直流成分,即对正弦分量 I_1 进行再次希尔伯特变换得到余弦分量

$$I_2(x, y) = -b\cos[2\pi f_0 x + \phi(x, y)], \quad (5)$$

得到正弦和余弦分量后,水平和垂直两个方向的相位斜率为^[9]

$$\begin{cases} \varphi_x = \varphi(x+1, y) - \varphi(x, y) = \arctan \frac{\sin \Delta\varphi_x}{\cos \Delta\varphi_x} = \arctan \frac{I_1(x+1, y)I_2(x, y) - I_1(x, y)I_2(x+1, y)}{I_1(x+1, y)I_1(x, y) - I_2(x, y)I_2(x+1, y)}, \\ \varphi_y = \varphi(x, y+1) - \varphi(x, y) = \arctan \frac{\sin \Delta\varphi_y}{\cos \Delta\varphi_y} = \arctan \frac{I_1(x, y+1)I_2(x, y) - I_1(x, y)I_2(x, y+1)}{I_1(x, y+1)I_1(x, y) - I_2(x, y)I_2(x, y+1)} \end{cases}, \quad (6)$$

式中 $\varphi(x, y) = 2\pi f_0 x + \phi(x, y)$, φ_x 和 φ_y 分别为 x 和 y 方向的相位斜率。

2.3 相位恢复

当相位处处连续时,那么相邻点的相位差 $\Delta\varphi$ 远小于 π ,不存在相位包裹的问题。由(6)式得到相位斜率后,沿着 x 和 y 方向对相位斜率进行线性积分,就可以得到全场相位^[10,11]

$$\varphi(x, y) = \varphi(x_0, y_0) + \int_{c(x_0, y_0)}^{c(x, y)} [\varphi_x(x, y)dx + \varphi_y(x, y)dy], \quad (7)$$

(7)式表示从点 (x_0, y_0) 到 (x, y) 的沿 C 的任一线性积分。当相位斜率处处连续时,积分与路径无关。

3 计算机模拟

用计算机产生一幅 $200 \text{ pixel} \times 200 \text{ pixel}$ 大小

的相位图

$$\phi(x, y) = 2\pi \left[1 - \frac{(x-70)^2 + (y-70)^2}{33800} \right], \quad (8)$$

使用每周期 8 pixel 的正弦载波条纹,得到条纹图的强度分布为

$$I(x, y) = 0.5 + 0.5\cos \left[2\pi \times \frac{x}{8} + \phi(x, y) \right]. \quad (9)$$

图 1 是计算机模拟的结果。图 1(a)为相位分布图;图 1(b)是加入载频后的变形条纹图;图 1(c)是使用本文描述的算法处理后得到的连续全场相位分布图;图 1(d)是从图 1(c)的结果中减去载波分量得到的相位图。由计算机模拟结果可见,提出的算法可从单幅载频条纹图中很好地恢复相位分布。

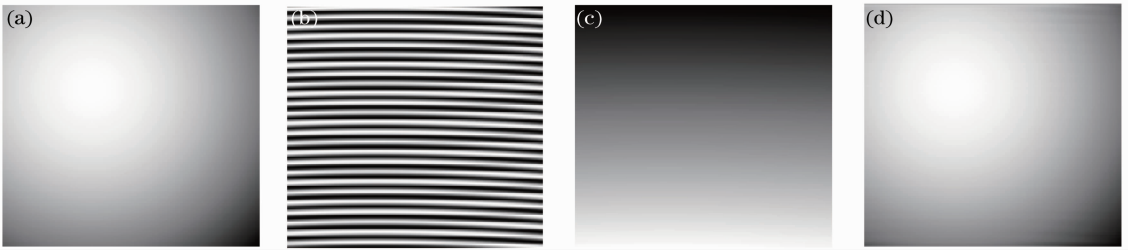


图 1 模拟的相位恢复图

Fig. 1 Diagram of simulated phase retrieval

4 实 验

实验用 DLP 投影仪 (Optoma PV3225) 投影一幅光强呈正弦分布的条纹图到被测物体上, 然后用 CCD 采集受物体高度调制的变形条纹图, 使用提出的相位恢复算法对变形条纹图进行处理。图 2 是一个拱形被测物。图 3 是恢复相位的三维图。图 4 是相位恢复过程的结果图, 由 CCD 采集的图 4(a) 的载频条纹图, 可以看到, 由于被测物的遮挡和本身的

结构特点, 条纹图出现了阴影区域和相位不连续点; 图 4(b) 是对相位斜率进行积分得到的相位分布, 由于在阴影边缘和相位不连续点会导致相位斜率出现误差, 所以对相位斜率进行适度窗口大小的维纳滤波, 使算法对阴影和相位不连续区域不敏感; 图 4(c) 是从图 4(b) 中减去参考栅造成的附加相位得到的真实相位分布, 附加的参考栅相位可由对参考平面采集的条纹图应用本文提出的算法得到。

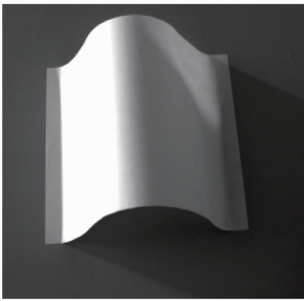


图 2 被测物体

Fig. 2 Object to be measured

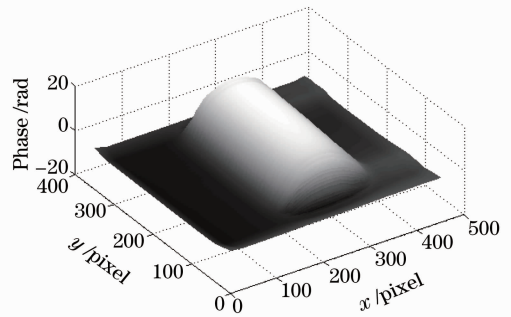


图 3 实验结果

Fig. 3 Experimental results

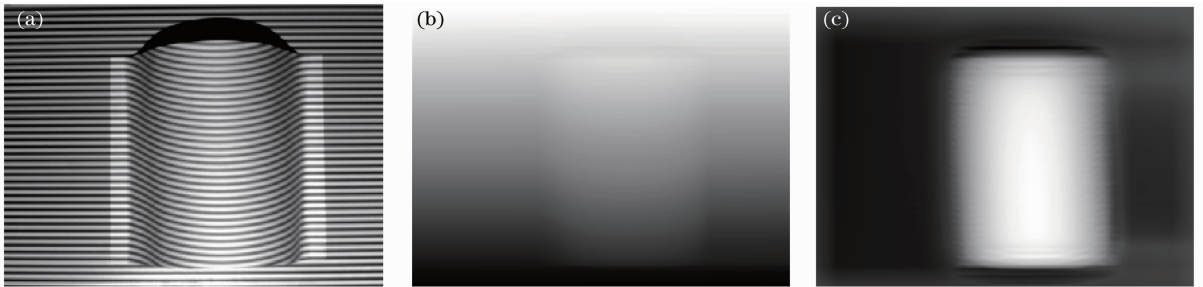


图 4 恢复相位的三维图

Fig. 4 3-D contour of the retrieved phase

5 结 论

基于希尔伯特变换, 提出了一种新的相位恢复算法。该算法通过两次希尔伯特变换得到载频条纹图的正弦和余弦分量, 再由这两个分量分别计算出水平和垂直两个方向上的相位斜率, 最后通过对相位斜率进行线性积分得到连续的全场相位分布图。

该算法避免了相位解包裹处理, 使得计算量减少, 并且避免了由解包裹过程导致的误差。由于积分路径可调, 相位积分可以选择相位斜率可靠度高的路线, 并且可以利用滤波技术避免阴影和相位不连续点造成的误差。计算机模拟和实验结果表明, 该算法具有集成度高、计算量小等特点, 对于单幅载频条纹图

的相位恢复具有积极意义。

参 考 文 献

- 1 Gai Shaoyan, Da Feipeng. A new fast phase unwrapping method [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(2): 259~267
盖绍彦, 达飞鹏. 一种新的快速解相位方法[J]. *光学学报*, 2008, **28**(2): 259~267
- 2 Kang Xin, He Xiaoyuan. Two-step phase-shifting technique for phase measurement profilometry by grating projection[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(1): 75~79
康 新, 何小元. 两步相移实现投影栅相位测量轮廓术[J]. *光学学报*, 2003, **23**(1): 75~79
- 3 Mao Xianfu, Su Xianyu, Chen Wenjing *et al.*. Analysis on measurement method of improved fourier transforms profilometry [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(7): 1291~1295
毛先富, 苏显渝, 陈文静 等. 改进傅里叶变换轮廓术的测量算法研究[J]. *光学学报*, 2008, **28**(7): 1291~1295
- 4 Yang Chuping, Weng Jiawen. Fourier transform profilometry by original grating reconstruction from deformed grating pattern[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(7): 1287~1290
杨初平, 翁嘉文. 基准光栅重构傅里叶变换轮廓术[J]. *光学学报*, 2008, **28**(7): 1287~1290
- 5 Wang Xin, Jia Shuhai. Novel phase unwrapping algorithm for digital speckle pattern interferometry[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(5): 663~667
王 新, 贾书海. 数字散斑相位图去包裹新算法[J]. *光学学报*, 2006, **26**(5): 663~667
- 6 D. A. Zweig, R. E. Hufnagel. A Hilbert transform algorithm for fringe-pattern analysis[C]. *SPIE*, 1990, **1333**: 295~302
- 7 Gao Chengyong, Zhou Canlin. A kind of calibration algorithm of phase-shifting based on Hilbert transform [J]. *Optical Technique*, 2004, **30**(4): 508~512
高成勇, 周灿林. 一种基于希尔伯特变换实施相移的相位解调算法[J]. *光学技术*, 2004, **30**(4): 508~512
- 8 W. O. Wong, K. T. Chan. Quantitative vibration amplitude measurement with time-averaged digital speckle pattern interferometry[J]. *Optics & Laser Technology*, 1998, **30**(5): 317~324
- 9 K. M. Qian, H. S. Seah, A. K. Asundi. Algorithm for directly retrieving the phasedifference; a generalization[J]. *Opt. Eng.*, 2003, **42**(6): 1721~1724
- 10 Wang Chao, Feng Guoying. A new algorithm for phase reconstruction from a single carrier-frequency interferogram[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(7): 1269~1273
王 超, 冯国英. 从一幅载频全息图中实现相位重构的新算法[J]. *光学学报*, 2008, **28**(7): 1269~1273
- 11 G. Páez, M. Strojnik. Fringe analysis and phase reconstruction from modulated intensity patterns [J]. *Opt. Lett.*, 1997, **22**(22): 1969~1971