文章编号: 0253-2239(2010)01-0117-06

色散及视觉函数对白光干涉测折射率影响的分析

皇甫国庆

(渭南师范学院物理与电子工程系,陕西 渭南 714000)

摘要 对使用迈克耳孙干涉仪白光干涉测量透明介质折射率实验中出现的3种异常现象的原因进行了分析。在 考虑介质色散并对人视觉函数作适当简化的情况下,求得了干涉条纹可见度、可见白光干涉条纹时动镜的移动范 围和折射率的表达式,并由实验对其结果进行了验证。结果表明,运用此方法测量所得的平行板透明介质折射率 并非通常由相速度所定义的相折射率,而是白光在介质中由群速度所定义的群折射率。此方法可以用测量到的群 折射率和已知的相折射率求得介质在中心波长处的色散。

关键词 白光干涉;迈克耳孙干涉仪;视觉函数;可见度;群折射率

中图分类号 O436 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS20103001.0117

Effect of Dispersion and Visual Function on Refractive Index Measurement by Using White-Light Interference

Huangfu Guoqing

(Department of Physics and Electronic Engineering, Weinan Teachers University, Weinan, Shaanxi 714000, China)

Abstract The three strange phenomena in measuring the refractive index of transparent medium with Michelson interferometer were analyzed. By considering the light dispersion and simplifying the visual function, the visibility of interference fringe, the range for moving mirror and the expression of refractive index were obtained. Meanwhile, the results were examined by experiments. Experimental results show that the refractive index measured with the above method is not the traditional phase refractive index but is the group index. Further more, the spectral dispersion at the central wavelength can be obtained by the measured group index and the known phase index. **Key words** white-light interference: Michelson interferometer; visual function; visibility; group refractive index

1 引 言

迈克耳孙干涉仪在所有光学教材和物理实验教 材中都有描述,使用该仪器可观察光的干涉现象并 测量光的波长、相干长度和钠双黄线的波长差。在 一些实验教材和文献[1~7]中报道,利用该干涉仪 可实现测量平板透明体(以下简称玻片)的折射率。 但在实验时出现下列3种异常现象:

 折射率测量值大于实际值,而经多次测量, 证实并非测量误差所致;

2)在可动臂的反射镜与分光板之间垂直于光路放置玻片,调节减小可动臂长,再次出现的彩色干涉条纹其可见度随玻片厚度的增加而下降;

 出现彩色干涉条纹时动镜的可调范围随玻 片厚度的增加而增大。

对该实验,尚未发现对上述现象的报道和解释^[4~7]。对 n = 1.5119 的玻片,用此法测量值为 1.56^[6],把误差原因归为平板玻璃不严格平行于动 镜。有的是已知玻片厚度测量折射率,有的是由给 定的折射率通过测量求玻片厚度,而待测量都未用 其它方法验证^[5~7]。对玻片厚度增大时干涉条纹可 见度变差的现象,浙江光学仪器制造有限公司为此 实验生产的 WBL 平行白光光源及薄片组件中,已 经注意到这一点,为此,在配置的待测石英玻璃薄片 厚度小于 0.3 mm,但对其原因都未作说明。

基金项目:陕西省自然科学基金(SJ08A25)、陕西省教育厅科研基金(08JK286)和渭南师范学院教改项目(JG200703)资助课题。

作者简介:皇甫国庆(1955—),男,教授,主要从事光信息处理及光电检测等方面的研究。E-mail: wnsyhfgq@126.com

收稿日期: 2008-12-08; 收到修改稿日期: 2009-05-25

上述 3 种现象的出现,是因为待测介质具有色 散和人眼视觉受光波长的影响。在考虑上述因素后 分析白光干涉,则可得到对上述现象合理的解释。

2 考虑玻片色散时的白光干涉光强 分布

2.1 连续光谱干涉的光强

由实验原理(如图 1 所示),白光源照明,调整可 动臂上的反射镜(以下简称动镜)M₁,在视场中出现 彩色干涉条纹,此时,动镜离 O 点距离为 z₁。然后 在动镜 M₁ 与分光板之间垂直于光路放置玻片,移 动 M₁ 再次出现彩色干涉条纹,此时动镜离 O 点距 离为 z₂。由于白光时间相干性差,两次出现白光干 涉条纹时光程差均近似为零,即 M₁ 在第二次出现 干涉条纹时的位置相对于第一次移动了 t,减少的 光程 2t 补偿了因放入玻片附加的光程差 2D(n_c-1),由此可得

$$n_{\rm c} = 1 + \frac{t}{D},\tag{1}$$

由(1)式,测得t和D后便可求得折射率 n_c 。





Fig. 1 Experimental setup used to measure refractivity of a slide

以上是没有考虑介质色散得出的结果,但由于 采用白光源,玻片的色散不能忽略,在计及色散后的 白光干涉光强推导如下。

单色光双光束光程差为δ,干涉时光强分布 为^[8~11]

 $I = I_0 (1 + \cos k\delta),$

对白炽灯发出的连续光谱,其干涉条纹是各单色光 干涉光强度的迭加。设光谱密度为 $i(k) = dI_k/dk$, 其中 $k = 2\pi/\lambda$ 为波数,谱线宽为dk的单色光干涉条 纹的光强随 δ 的变化为 $i(k)(1 + \cos k\delta)dk$,白光干 涉是所有波长干涉光强度的非相干叠加:

$$I(\delta) = \int_{0}^{\infty} i(k) (1 + \cos k\delta) dk.$$
 (2)

由于该实验由观察者目视,所以光谱密度 i(k)应为光度学量。第一项积分 $\int_{0}^{\infty} i(k) dk = I_0$,为视觉平均光强度。第二项积分 $\int_{0}^{\infty} i(k) \cos k \partial dk$ 称作干涉项,

记作 *i*(δ)。

2.2 干涉项的计算

i(k) 与辐射光谱密度 I_{e} 的关系为 $i(k) = V(\lambda) I_{e}^{[12]}$,其中 $V(\lambda)$ 为视觉函数 $^{[12,13]}$,k 为变量时 记作 V(k)。设白光源的辐射光谱密度 I_{e} 在可见光范 围可近似看作常数,这样干涉项为

$$i(\delta) = I_{e} \int_{0}^{\infty} V(k) \cos k \delta dk, \qquad (3)$$

1)计及色散后的 cos kδ

光程差δ可表示为[7]

$$\delta = 2Dn \left(\sqrt{1 - \frac{\sin^2 \alpha}{n^2}} - \cos \alpha \right) - 2t \cos \alpha,$$

其中 α 为光线倾角,介质折射率 n 应考虑介质 的色散,在可见光范围将色散线性近似

$$n = a + bk, \qquad (4)$$

在图 2 中同时画出实际色散曲线和由(4)式表示的近似色散曲线。





Fig. 2 Dispersion curve of K9 glass in the limit of visible spectrum

光程差表达式分母中的 n 随 k 的变化对积分影响很小,可用中部 k₀ 处的折射率 n(k₀) 代替 n 后有

$$\delta = \delta_0 + 2Dbk \,, \tag{5}$$

其中

$$\delta_{0} = 2D \left[a - \frac{\sin^{2} \alpha}{2n(k_{0})} - \cos \alpha \right] - 2t \cos \alpha.$$
(6)
作变量代换,令

$$\omega = \sqrt{\frac{4Db}{\pi}} \left(k + \frac{\delta_0}{4Db} \right),\tag{7}$$

从而得到

$$\cos k\delta = \cos\left(rac{\delta_0^2}{8Db}
ight)\cos\left(rac{\pi}{2}\omega^2
ight) + \\ \sin\left(rac{\delta_0^2}{8Db}
ight)\sin\left(rac{\pi}{2}\omega^2
ight),$$

干涉项变为

$$i(\delta) = \frac{I_{e}}{\sqrt{\frac{4Db}{\pi}}} \left[\cos\left(\frac{\delta_{0}^{2}}{8Db}\right) \int_{\frac{\delta_{0}}{\sqrt{4\pi Db}}}^{\infty} V(k) \cos\left(\frac{\pi}{2}\omega^{2}\right) d\omega + \sin\left(\frac{\delta_{0}^{2}}{8Db}\right) \int_{\frac{\delta_{0}}{\sqrt{4\pi Db}}}^{\infty} V(k) \sin\left(\frac{\pi}{2}\omega^{2}\right) d\omega \right].$$
(8)

2)视觉函数的简化

由视觉函数表作 V(k) 曲线(如图 3 所示)^[13],该 曲线近似可由正态分布函数 exp[$-(k-k_0)^2/C$] 来代 替,其中 $k_0 = 2\pi/\lambda_0$;对明视觉 $\lambda_0 = 0.555 \ \mu m, C =$ 1.55。令

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{4Db}{\pi}} \Big(k_0 + \frac{\delta_0}{4Db} \Big), \qquad (9)$$

用ω替换k后

$$V(k) \approx V(\omega) = \exp\left[-rac{\pi(\omega-\omega_0)^2}{4CDb}
ight].$$



图 3 视觉函数及其简化

Fig. 3 Visual function and its simplify

可以看出,即便 V(k) 用正态分布函数近似,要 得到干涉条纹的解析表达式也是困难的。为此,将 正态分布函数等效为矩形函数,等效条件是矩形面 积等于正态分布函数的面积,即

$$\int_{-\infty}^{\infty} \exp\left[-\frac{(k-k_0)^2}{C}\right] \mathrm{d}k = \Delta k,$$

由上式得到

$$\Delta k = \sqrt{C\pi}.$$
这样 $V(k)$ 就等效为以 k_0 为中心, $(k_0 - \Delta k/2) \sim$

 $(k_0 + \Delta k/2)$ 范围内取值为1,其它 k 值时为0的矩形 视觉函数(如图3所示)。若以 ω 为变量,视觉函数简化 为,在 $(\omega_0 - \Delta \omega) \sim (\omega_0 + \Delta \omega)$ 的2 $\Delta \omega$ 范围内取值为1, 其它取值时为0的矩形函数。并由(7)式求得

$$\Delta \omega = \sqrt{\frac{Db}{\pi}} \Delta k. \tag{10}$$

3)干涉项的简化

视觉函数简化后的视觉光强度 I₀ 与 I_e 有如下 关系:

$$I_0 = \int_0^\infty i(k) \mathrm{d}k = I_{\mathrm{e}} \int_{k_0 - \Delta k/2}^{k_0 + \Delta k/2} \mathrm{d}k = I_{\mathrm{e}} \Delta k,$$

将以上关系式代入(8)式得

$$i(\delta) = \frac{I_0}{2\Delta\omega} \left[\cos\left(\frac{\delta_0^2}{8Db}\right) \int_{\omega_0 - \Delta\omega}^{\omega_0 + \Delta\omega} \cos\left(\frac{\pi}{2}\omega^2\right) d\omega + \sin\left(\frac{\delta_0^2}{8Db}\right) \int_{\omega_0 - \Delta\omega}^{\omega_0 + \Delta\omega} \sin\left(\frac{\pi}{2}\omega^2\right) d\omega \right].$$
(11)

式中的积分为菲涅耳积分^[14],可借助于考纽曲 线图(如图 4 所示)来分析。其积分值是考纽曲线 上,以距坐标原点的弧长为 ω_0 处为中心,向上、下各 取弧长 $\Delta \omega$ 的两点之间长为 $2\Delta \omega$ 弧线在 $X(\omega)$ 和 $Y(\omega)$ 轴上的投影。即

$$\Delta X(\boldsymbol{\omega}_0) = \int_{\boldsymbol{\omega}_0^{-\Delta \boldsymbol{\omega}}}^{\boldsymbol{\omega}_0^{+\Delta \boldsymbol{\omega}}} \cos\left(\frac{\pi}{2}\boldsymbol{\omega}^2\right) d\boldsymbol{\omega} = L(\boldsymbol{\omega}_0) \cos \theta,$$
$$\Delta Y(\boldsymbol{\omega}_0) = \int_{\boldsymbol{\omega}_0^{-\Delta \boldsymbol{\omega}}}^{\boldsymbol{\omega}_0^{+\Delta \boldsymbol{\omega}}} \sin\left(\frac{\pi}{2}\boldsymbol{\omega}^2\right) d\boldsymbol{\omega} = L(\boldsymbol{\omega}_0) \sin \theta.$$
(12)



图 4 考纽曲线

Fig. 4 Cornu spiral

式中 $L(\omega_0)$ 为该段弧线对应的弦长, θ 为弦与 $X(\omega)$ 轴的夹角。 $L(\omega_0)$, θ 与 $\Delta X(\omega_0)$, $\Delta Y(\omega_0)$ 之间有如下关系:

$$L(\boldsymbol{\omega}_0) = \sqrt{\left[\Delta X(\boldsymbol{\omega}_0)\right]^2 + \left[\Delta Y(\boldsymbol{\omega}_0)\right]^2}, \quad (13)$$

an
$$\theta = \frac{\Delta Y(\omega_0)}{\Delta X(\omega_0)},$$
 (14)

将(12)式代入(11)式并考虑第一项积分,得到白光 干涉的光强表达式为

$$I(\delta) = I_0 \left[1 + \frac{L(\omega_0)}{2\Delta\omega} \cos\left(\frac{\delta_0^2}{8Db} - \theta\right) \right]. \quad (15)$$

3 对白光干涉条纹可见度的讨论

t

3.1 可见度函数

由可见度 P 的定义^[8]及(10)式,(15)式知

上式说明,考虑色散之后的条纹可见度不再具有 sinc($\Delta k\delta/2$)的形式^[11],而是以考纽曲线上以 $\omega_0 \pm \Delta \omega$ 为端点的弦长 $L(\omega_0)$ 与对应弧长 $2\Delta \omega$ 之比。给定介质 和观察者, Δk 和 b确定,对确定的 $D,P \propto L(\omega_0)$ 。 $L(\omega_0) 与 \omega_0$ 有关,而由(6)式和(9)式得 $\omega_0 \propto \delta_0 \propto t$, 于是可见度随 t 变化。由(16)式还可得到,可见度 $P \propto 1/\sqrt{D}$,说明玻片厚度增大时可见度下降。

由(13),(16)式计算得到的可见度曲线如图 5 所示,所用介质为 K9 玻璃,D 分别取 1.155,4.919 和 8.146 mm。



图 5 K9 玻璃厚度不同时干涉条纹可见度计算曲线

Fig. 5 Variation of interference fringe visibility with different glass thickness

3.2 白光干涉条纹可见范围

由考纽曲线图 4 可以看出,虽然玻片给定后弧 长 2 $\Delta\omega$ 一定,但弦长 $L(\omega_0)$ 随 ω_0 而变,随着 t 的增 加,当 ω_0 减小,使($\omega_0 - \Delta\omega$) → 0,这时弦长迅速增 大,把($\omega_0 - \Delta\omega$) = 0 作为确定干涉条纹可见的下 限,此时 $\omega_0 = \omega_{01} = \Delta\omega_0$ 此后随 t 的增大, ω_0 减小,弦 长维持小幅度振荡。当t 增大使积分上限 $\omega_0 + \Delta\omega = 0$ 时弦长又迅速减小, $\omega_0 = \omega_{02} = -\Delta\omega_0$ 因而可把 ω_0 由 ω_{01} 增大为 ω_{02} 的范围为干涉条纹的可见范围,即 ω_0 改 变量满足

$$\Delta \omega_0 = \omega_{02} - \omega_{01} = -2\Delta \omega,$$

将(6),(9)式及(10)式代入,得到从开始出现干涉条 纹至条纹消失动镜的调节范围为

$$\Delta t = t_2 - t_1 = D \Big[b \Delta k \Big(\frac{1}{\cos \alpha} + 1 \Big) + (a + 2bk_0) \Big(\frac{1}{\cos \alpha} - 1 \Big) - \frac{\sin^2 \alpha}{2n(k_0) \cos \alpha} \Big]$$
(17)

当观察等倾干涉圆环中心处 α=0,上式简化为

 $\Delta t = 2Db\,\Delta k\,,\tag{18}$

由上式得到,∆t∞D。但需要说明的是,上式是以可 见度明显增大为标准来定义,而由文献[13],可见度 为 0.01 时人眼即可分辨,若以可见度大于 0.01 作 为干涉条纹可见范围,其计算值(如图 5 所示)分别 增大为 28,95 和 145 μm。

3.3 对玻片折射率测量值的讨论

1) 折射率测量值

由考纽曲线的对称得知, $\omega_0 = 0$ 为可见范围的中 点,t值则以此点确定。由(10)式知,此时 $\delta_0 = -4Dbk_0$, 与(6)式联立可得动镜的位置t为

$$t = \frac{D}{\cos \alpha} \Big[\Big(a - \frac{\sin^2 \alpha}{2n(k_0)} - \cos \alpha \Big) + 2bk_0 \Big],$$

若观察位置始终在干涉圆环中心,α=0,

$$t = D(a + 2bk_0 - 1).$$
(19)

若折射率仍按(1)式计算,其测量值为

$$n_{\rm c} = 1 + \frac{t}{D} = \frac{1}{\cos \alpha} \left[a + 2bk_{\rm o} - \frac{\sin^2 \alpha}{2n(k_{\rm o})} \right]$$

若观察范围在 α=0 处

$$n_{\rm c} = 1 + \frac{t}{D} = a + 2bk_0 = n(k_0) + bk_0.$$
 (20)

由(20)式知,按(1)式测量到的折射率是按色散 n = a + bk 延伸到波数 $2k_0$ 处的折射率,并非 k_0 处的 折射率 $n(k_0)$ 。这就解释了使按此法测量得到的折 射率大于实际折射率的现象。从上式还可看出,偏离 量 $\Delta n = n - n(k_0) = bk_0$ 与玻片的厚度无关。 2)折射率测量值为群折射率

光程差 δ 表达式中的折射率n,其定义是真空中 的光速 c 除以位相传播的速度 v_p,也可称为相折射 率。实验使用的宽带白光源,复色光在色散介质中的 群速 v_g^[15~17] 为

$$v_{\rm g} = rac{c}{n} \Big(1 + rac{\lambda}{n} \, rac{{
m d}n}{{
m d}\lambda} \Big) \, ,$$

定义群折射率

$$n_{\mathrm{g}} = rac{c}{v_{\mathrm{g}}} pprox n - \lambda \, rac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}\lambda} = n + k \, rac{\mathrm{d}n}{\mathrm{d}k},$$

考虑介质色散 n = a + bk,因而 $\frac{dn}{dk} = b$;所以 k_0 处的

群折射率

$$n_{\rm g}(k_0) = n(k_0) + bk_0$$
,

上式与(20)式比较可得

 $n_{\rm c}=n_{\rm g}(k_{\rm o}).$

以上讨论说明,迈克耳孙干涉仪进行白光干涉 测量,并由(1)式计算所得的折射率,并非 k₀ 处的相 折射率,而是 k₀ 处的群折射率。这一点,在相关的 实验教材和文献[1~7]中并未得到说明,且错误地 认为测量得到的是相折射率。

4 实验验证

实验所用介质为 K9 玻璃,经查表可得^[10] n_d = 1.51637; $n_F - n_C$ = 0.00806; λ_F = 0.486 μ m; λ_C = 0.6563 μ m; λ_d = 0.58765 μ m 由(4)式知

$$b = \frac{n_{\rm F} - n_{\rm C}}{2\pi(\lambda_{\rm F}^{-1} - \lambda_{\rm C}^{-1})} = 2.402587 \times 10^{-3} \ \mu {\rm m},$$

$$a = n_{\rm d} - bk_{\rm d} = 1.4903,$$

$$k_0 = 2\pi/\lambda_0 = 2\pi/0.555 = 11.3210 \ \mu {\rm m}^{-1},$$

$$\Delta k = \sqrt{\pi C} = 2.2067 \ \mu {\rm m}^{-1},$$

由(20)式可求得

$$n_{\rm c} = a + 2bk_0 = 1.5447.$$

用此法测量的折射率与相折射率差值 $\Delta n = 0.0283$ 。

用 K9 玻璃, D 分别取 1. 155, 4. 919 和 8.146 mm时 t, Δt 以及 n_c 的测量结果与相应的计 算值分别表示于图 6 中。可以看出, t, Δt , n_c 的测量 值与由上述分析的结果吻合。



图 6 $t, \Delta t, n$ 的实验验证 Fig. 6 Experimental verification of $t, \Delta t, n$

5 结 论

宽带连续光谱的白炽灯作光源,玻片的色散设 为 n = a + bk,并将人眼视觉函数进行矩形函数近 似,求得了干涉条纹可见度的解析表达(16)式;干 涉条纹可见度 $P \propto (D)^{-1/2}$;干涉条纹可见范围 $\Delta t \propto D$;以及干涉条纹可见范围中心处动镜移动距 离 t 的解析表达式。实验测量验证了以上结论。由 (1)式计算所得的折射率,与实际折射率存在较大的 偏差。原因在于,宽带白光源干涉法测量得到的是 群折射率,并非相折射率。此法测量得到的虽然不 是相折射率,但可以用测量到的群折射率和已知的 相折射率求得介质在中心波数 k_0 处的色散。即 b =

$$[n_{g}(k_{0}) - n(k_{0})]/k_{0}$$
.

参考文献

1 Ding Shenxun, Zhang Kongshi. A Course of Physics for Experiments[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1996. 225∼226

丁慎训,张孔时.物理实验教程[M].北京:清华大学出版社. 1996.225~226

- 2 Ma Jiasheng. Fifty Selected Examples in College Physics [M]. Shanghai: East China Normal University Press, 1992. 199~204 马葭生.大学物理选题实验 50 例[M].上海:华东师大出版社, 1992. 199~204
- 3 Zhang Yuying. Optics Experiments [M]. Beijing: Publishing house of electronics technology, 1989. 100

张毓英.光学实验[M].北京:电子工业出版社.1989.100

4 Zhang Quan, Yao Kun, Xuan Zhihua *et al.*. Phenomena in white light source interference experiment and the analysis [J]. *Physics*

报

Experimentation, 2004, 24(7): 28~29

张 权,姚 焜,轩植华等.白光干涉实验中的一种现象及其分 析[J]. 物理实验,2004,24(7):28~29

- 5 Zhao Bin. Measurement of the thickness and refractive index of thin transparency[J]. *College Physics*, 2004, **23**(2): 47~48 赵 斌. 薄透明体厚度及折射率的测量[J]. 大学物理, 2004, **23**(2): 47~48
- 6 Tao Zhenying. The method of white light interference on M [J]. *Physics Experimentation*, 1995, **15**(2): 86~87 陶振英. 在迈氏仪上用白光干涉测量的方法[J]. 物理实验, 1995, **15**(2): 86~87
- 7 Luan Lan, Shan Hui, Ma Xiufang *et al.*. A deeper research on the experiment measuring the refractive index of thin glass plate with Michelson interferometer [J]. *College Physics*, 2000, 19(2): 20~23
 - 栾 兰,闪 辉,马秀芳等.迈克耳孙干涉仪测平行玻片折射率
 实验的进一步研究[J].大学物理,2000,19(2):20~23
- 8 Born. M, Wolf. E. Principle of Optics [M]. Yang Jiasun, Transl. 7th edirtion. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2005. 249、296~298 玻恩・沃尔夫. 光学原理[M]. 杨葭荪译第7版,北京:电子工业

出版社,2005.249、296~298

9 Zhao Kaihua, Zhong Xihua. Optics (I) [M]. Beijing: Peking University Press, 1984. 309~323 赵凯华,钟锡华.光学,上册[M].北京:北京大学出版社, 1984.

309~323

10 Yi Ming. Optics[M]. Beijing: High Education Press, 1999. 165~166

易 明.光学[M].北京:高等教育出版社,1999.165~166

11 Zhang Yibing. Computer simulation of the influence of the nonmonochromatic light on visibility of Michelson interference pattern[J]. College Physics, 2004, 24(4): 20~23

张铁炳.计算机模拟光源的非单色性对迈克耳孙干涉条纹可见 度的影响[J].物理实验,2004,**24**(4):20~23

- 12 Gong Zutong, Li Jingzhen. Handbook of Optics [M]. Xi'an, Shaanxi Science & Technology Press, 1986, 1355 龚祖同,李景镇. 光学手册[M]. 西安: 陕西科学技术出版社, 1986. 1355
- 13 Hao Yunxiang, Chen Xiaju, Zhang Baozhou. Photometry [M].
 Beijing, Beijing Normal University Publishing Group, 1988.
 30~32

郝允祥,陈遐举,张保洲.光度学[M].北京:北京师范大学出版社 1988.27~32

- 14 Cheng Lu. Principle of Optics and Development [M]. Beijing, Science Press, 1990. 167~180
 程路.光学原理及发展[M].北京:科学出版社, 1990. 167~180
- 15 Li Hui, Xie Shusen, Lu Zukang. Dispersion. group velocity and group refractive index [J]. Acta Photonica Sinica, 1999, 28(12): 1075~1078
 李 晖,谢树森,陆祖康. 色散、群速与群折射率[J]. 光子学报,

子 吽, 翊州林, 西祖康. 巴取、辞逐与辞折别杂[J]. 元丁子叔, 1999, **28**(12): 1075~1078

- 16 Li Maohe, Zhang Meidun. Refractive index measurement by optical fiber michelson interferometer [J]. Acta Optica Sinica, 2000, 20(9): 1295~1296 李毛和,张美教. 用光纤迈克耳孙干涉仪测量折射率[J]. 光学 学报, 2000, 20(9): 1295~1296
- 17 Zhao Kaihua, Zhong Xihua. Optics (II) [M]. Beijing: Peking University Press, 1984. 244~249 赵凯华, 钟锡华. 光学,下册[M]. 北京:北京大学出版社, 1984. 244~249