

# 平面光波导 TE<sub>0</sub> 模衍射光束参量特性分析

李连煌 郭福源

(福建师范大学激光与光电子技术研究所,福建省光子技术重点实验室,  
医学光电科学与技术教育部重点实验室,福建 福州 350007)

**摘要** 参照国际标准 ISO 11146-1: 2005,提出一种新方法研究平面光波导 TE<sub>0</sub> 模衍射光束的模场半宽度、远场发散角半宽度和光束传输因子三个光束参量。在傍轴近似下,推导出 TE<sub>0</sub> 模衍射光束参量基于波导芯层参量、包层衰减参量、芯层半宽度与狭缝半宽度的解析表达式。数值分析了光束参量与狭缝半宽度的关系,结果表明,光束参量随狭缝半宽度变化而变化,且当没有充分考虑包层场分布时,光束质量因子小于 1。

**关键词** 导波光学; 光束参量; 衍射; 平面光波导

**中图分类号** TN814; O436 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS200929s1.0074

## Analysis on Diffractive Beam Parameters of TE<sub>0</sub> Mode

Li Lianhuang Guo Fuyuan

(*Institute of Laser and Optoelectronics Technology, Fujian Provincial Key Laboratory for Photonics Technology, Key Laboratory of Opto-Electronic Science and Technology for Medicine, Ministry of Education, Fujian Normal University, Fuzhou, Fujian 350007, China*)

**Abstract** According to ISO 11146-1: 2005, mode-field half width, far-field divergence half angle and beam propagation factor of the diffractive beam from TE<sub>0</sub> mode in planar waveguide are analyzed by a new method. Under the condition of paraxial approximation, formulas of diffractive beam parameters as function of waveguide parameters and slit half width are derived respectively. Relation between beam parameters and slit half width are investigated by numerical calculation. The results show that beam parameters vary with changing slit half width, and if the optical field distribution in the cladding layers is not taken into account, beam propagation factor will be less than unity.

**Key words** guided-wave optics; beam parameters; diffraction; planar waveguide

## 1 引 言

介质平面光波导是许多集成光学器件例如凹面刻蚀光栅<sup>[1, 2]</sup>和阵列波导光栅<sup>[3, 4]</sup>等的重要组成部分,研究其光束传输质量具有一定的实际意义。

参照国际标准 ISO 11146-1: 2005<sup>[5]</sup>,模场半宽度、远场发散角半宽度和光束传输因子三个参数是光束质量评价的标准。其中,基于二阶矩和微分算子定义的模场半宽度分别由 Hayata, K 等<sup>[6]</sup>和梁安辉等<sup>[7]</sup>提出。由于模场半宽度与波导对接损耗<sup>[8]</sup>、波导微弯损耗<sup>[9, 10]</sup>和耦合效率<sup>[11]</sup>等传输特性相关,许多研究者一直对其进行了大量的研究<sup>[12, 13]</sup>。参照模场半宽度的定义,远场发散角半宽度也分为二阶矩和微分算子两种。由 Siegmann, A. E<sup>[14]</sup>定义的基于傍轴光束二阶矩算法的光束传

输因子,被用于统一描述和评价激光的光束质量,已成为目前国际标准组织不断发展和完善的国际标准。曹清<sup>[15, 16]</sup>和 Porras, M. A<sup>[17]</sup>将二阶矩算法扩展到非傍轴标量光束,理论研究表明,光束传输因子  $M^2 \geq 1$ 。然而,由于不考虑波导包层场分布产生的空间频谱或其它原因,数值计算表明,  $M^2 < 1$ <sup>[18~20]</sup>。因此,光束传输因子一直是光束参量研究的一个热点。

本文提出采用一种新的方法研究光束参量,即在折射率对称阶跃分布平面光波导端面加一个狭缝,通过改变狭缝半宽度来改变近场场分布,进而研究近场场分布变化对平面光波导 TE<sub>0</sub> 模端面衍射光束的模场半宽度、远场发散角半宽度和光束传输因子的影响,并推导各个光束参量与波导芯层参量、

**基金项目**: 福建省科技厅 F5 类(2007F5040)资助课题。

**作者简介**: 李连煌(1981—),男,硕士,研究实习员,主要从事导波光学和光信息传输等方面的研究。

E-mail: lhli@fjnu.edu.cn

包层衰减参量、波导芯层半宽度和狭缝半宽度的关系式,最后,着重数值分析各个光束参量与狭缝半宽度的关系。这些结论将为快速地分析和计算介质平面波导 TE<sub>0</sub> 模端面衍射光束参量提供理论基础,并对集成光学器件的设计具有一定的参考意义。

## 2 近场模场半宽度

近场模场半宽度有两种,分别为 Hayata. K 等<sup>[6]</sup>定义的二阶矩模场半宽度和梁安辉<sup>[7]</sup>定义的分算子模场半宽度:

$$\omega_{SM}^2 = 4 \int_{-\infty}^{\infty} x^2 |\Psi(x)|^2 dx / \left[ \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(x)|^2 dx \right], \quad (1)$$

$$\omega_{DO}^2 = \int_{-\infty}^{\infty} |\Psi(x)|^2 dx / \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \left| \frac{d\Psi(x)}{dx} \right|^2 dx \right], \quad (2)$$

式中  $\Psi(x)$  为近场场分布函数。

对于折射率对称阶跃分布平面光波导,其结构示意图如图1所示。对于弱导平面光波导,其基模

TE<sub>0</sub> 模和 TM<sub>0</sub> 模的模场分布差异较小,可以采用 TE<sub>0</sub> 模的模场特性代替 TM<sub>0</sub> 模的模场特性表达平面光波导基模模场特性。

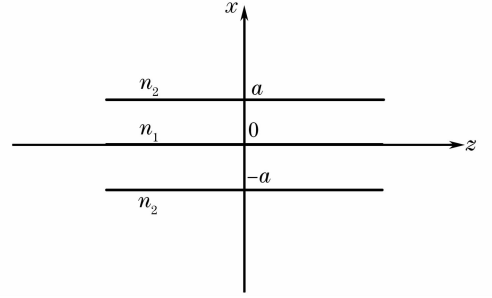


图1 折射率对称阶跃分布平面光波导示意图  
Fig.1 Schematic diagram of symmetrical step-index planar waveguide

因此,本文以折射率对称阶跃分布平面波导 TE<sub>0</sub> 模为研究对象,对其端面衍射光束参量进行分析。当在平面波导端面加上一个狭缝,其端面输出场分布函数为<sup>[21]</sup>

$$\Psi(x) = \begin{cases} \cos\left(\frac{Ux}{a}\right) \text{rect}\left(\frac{x}{2d}\right), & d \leq a \\ \cos\left(\frac{Ux}{a}\right), & d > a, |x| \leq a \\ \cos(U) \exp(W) \exp\left(-W \left|\frac{x}{a}\right|\right) \text{rect}\left(\frac{x}{2d}\right), & |x| > a \end{cases} \quad (3)$$

式中  $d$  为狭缝半宽度,  $a$  为波导芯层半宽度,  $U = a[(k_0 n_1)^2 - \beta^2]^{1/2}$  为波导芯层参量,  $W = a[\beta^2 - (k_0 n_2)^2]^{1/2}$  为波导包层衰减参量,  $\lambda$  为光波波长,  $k_0 = 2\pi/\lambda$  为真空中的波数,  $n_1$  为芯层折射率,  $n_2$  为包层折射率,  $\beta$  为波导中电磁波的传输常数。为了分析的方便,上面两个式子忽略了相位因子  $\exp(-i\omega t)$  和  $\exp(i\beta z)$ 。

联合(1)式~(3)式,可以分别推导出二阶矩近场模场半宽度和分算子近场模场半宽度为:

当  $d \leq a$  时,

$$\omega_{SM}^2 = \frac{4a^2 [4U^3 \rho^3 + 6U^2 \rho^2 \sin(2U\rho) + 6U\rho \cos(2U\rho) - 3\sin(2U\rho)]}{6U^2 [2U\rho + \sin(2U\rho)]}, \quad (4)$$

$$\omega_{DO}^2 = \frac{a^2 [2U\rho + \sin(2U\rho)]}{U^2 [2U\rho - \sin(2U\rho)]}; \quad (5)$$

当  $d > a$  时,

$$\omega_{SM}^2 = 4a^2 \left\{ \frac{\cos^2(U) \left[ \frac{1}{W} + \frac{1}{W^2} + \frac{1}{2W^3} - e^{-2W(\rho-1)} \left( \frac{\rho^2}{W} + \frac{\rho}{W^2} + \frac{1}{2W^3} \right) \right] + \left[ \frac{1}{3} + \frac{\sin(2U)}{2U} + \frac{\cos(2U)}{2U^2} - \frac{\sin(2U)}{4U^3} \right]}{\left[ 1 + \frac{\sin(2U)}{2U} \right] + \frac{\cos^2(U)}{W} [1 - e^{-2W(\rho-1)}]} \right\}, \quad (6)$$

$$\omega_{DO}^2 = \frac{a^2 \left[ 1 + \frac{\sin(2U)}{2U} \right] + \frac{a^2 \cos^2(U)}{W} [1 - e^{-2W(\rho-1)}]}{\left[ U^2 - \frac{U \sin(2U)}{2} \right] + W \cos^2(U) [1 - e^{-2W(\rho-1)}]}, \quad (7)$$

式中  $\rho = d/a$  为归一化狭缝半宽度。

以常用的硅基二氧化硅材料弱导单模介质平面光波导为例,  $n_1 = 1.4493$ ,  $n_2 = 1.4440$ ,  $a = 3.0 \mu\text{m}$ ,  $\lambda =$

1.55  $\mu\text{m}$ , 可以得出波导参量,  $V = 1.5070$ ,  $U = 0.9168$ ,  $W = 1.1960$ , 根据(4)式、(6)式和(5)式、(7)式两式可以分别得到二阶矩近场模场半宽度和微分算子模场半宽度随狭缝半宽度的变化关系, 如图2、图3所示。

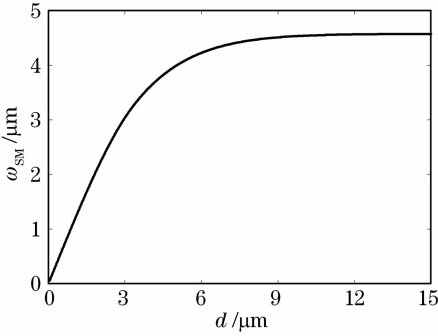


图2 二阶矩模场半宽度随狭缝半宽度的变化曲线

Fig. 2 Variational curve of second-moment mode-field half-width with the slit half width

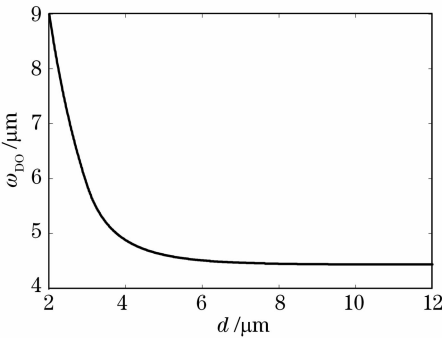


图3 微分算子模场半宽度随狭缝半宽度的变化曲线

Fig. 3 Variational curve of differential operator mode-field half-width with the slit half width

从图2可知, 二阶矩模场半宽度随着狭缝半宽度的增加而单调增加, 当狭缝半宽度增大到15  $\mu\text{m}$ 以后, 二阶矩模场半宽度趋于稳定值4.5752  $\mu\text{m}$ , 这

与文献[12]无受限衍射光束参量计算所得到的结果是一样的; 同样, 从图3可知, 微分算子模场半宽度随着狭缝半宽度的增加而单调递减, 当狭缝半宽度大于14  $\mu\text{m}$ 时, 其趋于稳定值为4.4324  $\mu\text{m}$ , 这与文献[12]的结果也是一样, 而且, 两者的计算结果都与文献[11]中波导模场分布近似为高斯分布时得到的模场半径近似计算结果4.2870  $\mu\text{m}$ 较为一致。具体地说, 当狭缝半宽度增大到一定值时, 受限衍射模场半宽度就过渡到文献[12]的无受限衍射模场半宽度。因此, 本文给出的模场半宽度计算公式不仅适用于文献[12]研究的无受限衍射模场半宽度的计算, 同时将适用于受限衍射场模场半宽度的计算。

### 3 远场发散角半宽度

参照近场模场半宽度的定义, 波导远场发散角半宽度也有两种定义, 分别为二阶矩远场发散角半宽度和微分算子远场发散角半宽度<sup>[12]</sup>:

$$\theta_{\text{SM}}^2 = 4 \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \theta^2 |S(\theta)|^2 d\theta / \left[ \int_{-\pi/2}^{\pi/2} |S(\theta)|^2 d\theta \right], \quad (8)$$

$$\theta_{\text{DO}}^2 = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} |S(\theta)|^2 d\theta / \left[ \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \left| \frac{dS(\theta)}{d\theta} \right|^2 d\theta \right], \quad (9)$$

式中  $S(\theta)$  为介质平面波导  $\text{TE}_0$  模经狭缝衍射后的空间频谱, 即场分布  $\Psi(x)$  的傅里叶变换:

$$S(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} \Psi(x) \exp(-ikx \sin \theta) dx. \quad (10)$$

对于傍轴光束, 两种定义的近场模场半宽度与远场发散角半宽度满足关系式<sup>[12]</sup>:

$$\frac{\pi \omega_{\text{SM}} \theta_{\text{DO}}}{\lambda} = \frac{\pi \omega_{\text{DO}} \theta_{\text{SM}}}{\lambda} = 1, \quad (11)$$

由(11)式和(4)式~(7)式可以得出两种远场发散角半宽度分别为

当  $d \leq a$  时,

$$\theta_{\text{SM}}^2 = \frac{\lambda^2 U^2 [2U\rho - \sin(2U\rho)]}{\pi^2 a^2 [2U\rho + \sin(2U\rho)]}, \quad (12)$$

$$\theta_{\text{DO}}^2 = \frac{3\lambda^2 U^2 [2U\rho + \sin(2U\rho)]}{2\pi^2 a^2 [4U^3 \rho^3 + 6U^2 \rho^2 \sin(2U\rho) + 6U\rho \cos(2U\rho) - 3\sin(2U\rho)]}; \quad (13)$$

当  $d > a$  时,

$$\theta_{\text{SM}}^2 = \frac{\lambda^2}{\pi^2 a^2} \left\{ \frac{[U^2 - U \sin(2U)/2] + W \cos^2(U) [1 - e^{-2W(\rho-1)}]}{[1 + \sin(2U)/(2U)] + [\cos^2(U)/W] [1 - e^{-2W(\rho-1)}]} \right\}, \quad (14)$$

$$\theta_{\text{DO}}^2 = \frac{\lambda^2}{4\pi^2 a^2} \left\{ \frac{[1 + \frac{\sin(2U)}{2U}] + \frac{\cos^2(U)}{W} [1 - e^{-2W(\rho-1)}]}{\cos^2(U) \left[ \frac{1}{W} + \frac{1}{W^2} + \frac{1}{2W^3} - e^{-2W(\rho-1)} \left( \frac{\rho^2}{W} + \frac{\rho}{W^2} + \frac{1}{2W^3} \right) \right] + \left[ \frac{1}{3} + \frac{\sin(2U)}{2U} + \frac{\cos(2U)}{2U^2} - \frac{\sin(2U)}{4U^3} \right]} \right\}. \quad (15)$$

同样,按照上面给出的参数,并分别根据(12)式、(14)式和(13)、(15)式,可以分别得到二阶矩远场发散角半宽度和微分算子远场发散角半宽度与狭缝半宽度的关系,如图4、图5所示。

由图4、图5可以看出,随着狭缝半宽度的增大,二阶矩远场发散角半宽度单调增大,而微分算子远场发散角单调递减。当狭缝半宽度增大到12 μm时,二阶矩远场发散角半宽度趋于定值0.1113;当狭缝半宽度增大到14 μm时,微分算子远场发散角半宽度趋于稳定为0.1078,这都与文献[12]的结果一样,也就是说,当狭缝半宽度增大到一定值时,受限衍射远场发散角半宽度就等效于文献[12]的无受

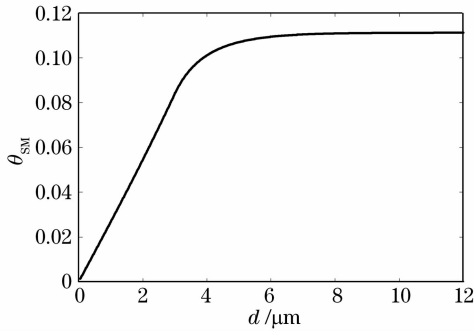


图4 二阶矩远场发散角半宽度随狭缝半宽度的变化曲线  
Fig.4 Variational curve of second-moment half divergence angle with the slit half width

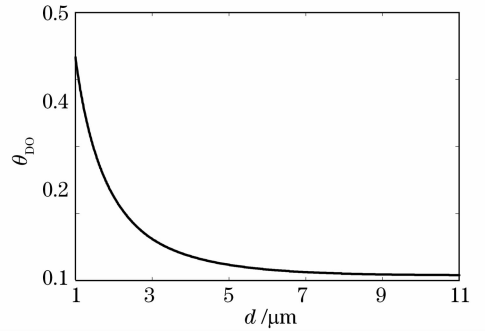


图5 微分算子远场发散角半宽度随狭缝半宽度的变化曲线  
Fig.5 Variational curve of differential operator half divergence angle with the slit half width

限衍射远场发散角半宽度。因此,本文给出的远场发散角半宽度公式不仅适用于文献[12]无受限远场发散角半宽度的计算,同样也适用于受限衍射场远场发散角半宽度的计算。

#### 4 光束传输因子

傍轴近似条件下,Siegmann. A. E.提出的基于二阶矩算法定义的光束传输因子为<sup>[14]</sup>

$$M^2 = \pi\omega_{SM}\theta_{SM}/\lambda, \tag{16}$$

同样,结合(4)式、(6)式、(12)式、(14)式和(16)式可以推导出光束传输因子的解析表达式为

当  $d \leq a$  时,

$$M^2 = \frac{\sqrt{2}[2U\rho - \sin(2U\rho)]^{1/2} [4U^3\rho^3 + 6U^2\rho^2 \sin(2U\rho) + 6U\rho \cos(2U\rho) - 3\sin(2U\rho)]^{1/2}}{\sqrt{3}[2U\rho + \sin(2U\rho)]}, \tag{17}$$

当  $d > a$  时,

$$M^2 = 2 \frac{\left\{ \left[ U^2 - \frac{U \sin(2U)}{2} \right] + W \cos^2(U) [1 - e^{-2W(\rho-1)}] \right\}^{1/2}}{\left[ 1 + \frac{\sin(2U)}{2U} \right] + \frac{\cos^2(U)}{W} [1 - e^{-2W(\rho-1)}]} \times \left\{ \cos^2(U) \left[ \frac{1}{W} + \frac{1}{W^2} + \frac{1}{2W^3} - e^{-2W(\rho-1)} \left( \frac{\rho^2}{W} + \frac{\rho}{W^2} + \frac{1}{2W^3} \right) \right] + \left[ \frac{1}{3} + \frac{\sin(2U)}{2U} + \frac{\cos(2U)}{2U^2} - \frac{\sin(2U)}{4U^3} \right] \right\}^{1/2}. \tag{18}$$

同样采用上面给出的参量,并结合(17)式和(18)式可以得到光束传输因子随狭缝半宽度的变化曲线如图6所示。

从图6可知,光束传输因子随着狭缝半宽度的增大而单调递增,当狭缝半宽度增大到14 μm以后,光束传输因子趋于定值1.0322,这与文献[12]所得的结果是一样的,也就是说,受限衍射光束传输因子过渡到无受限衍射光束传输因子。因此,本文

给出的光束传输因子计算公式不仅适用于文献[12]无受限衍射光束传输因子的计算,同时还将适用于受限衍射场光束传输因子的计算。

然而,光束传输因子究竟是大于1还是小于1一直是个争论点。本文的研究结果表明,从图6可以看出,在不考虑包层场分布,即狭缝半宽度小于芯层半宽度: $d \leq a$ ,或者没有充分考虑包层场分布,即狭缝半宽度大于芯层半宽度而小于3倍芯层半宽

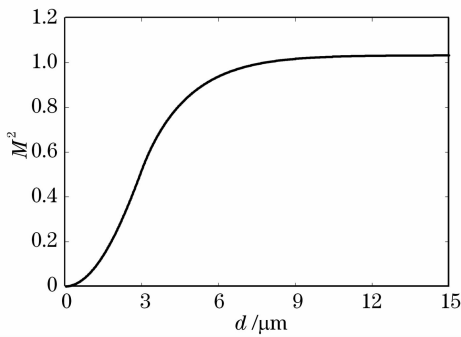


图 6 光束传输因子随狭缝半宽度的变化曲线

Fig. 6 Variational curve of beam propagation factor with the slit half width

度:  $a \leq d < 3a$ , 光束传输因子小于 1; 当完全考虑包层场分布, 即只要满足  $d > 3a$ , 光束传输因子大于 1。

## 5 结 论

分析了平面光波导  $\text{TE}_0$  模衍射光束的光束参量随近场分布的变化, 并给出模场半宽度、远场发散角半宽度和光束传输因子基于波导芯层参量、包层衰减参量、波导芯层半宽度和狭缝半宽度的计算公式。数值分析了各个光束参量与狭缝半宽度的关系, 结果表明, 光束参量随狭缝半宽度变化而变化, 且当没有充分考虑包层场分布时, 光束质量因子小于 1。

## 参 考 文 献

- Xianling Chen, J. N. McMullin, C. J. Haugen *et al.*. Planar concave grating demultiplexer for coarse WDM based on confocal ellipses[J]. *Opt. Commun.*, 2004, **237**(1~3): 71~77
- Guo Fuyuan, Wang Minghua. Spectral response characteristics of concave grating demultiplexer[C]. *SPIE*, 2006, **6351**: 63511R-1~63511R-11
- Tang Y. Z., Jia K. M., Li B. Y. *et al.*. Silica-based arrayed waveguide grating with flattened spectral response using a multimode interference coupler[J]. *Chin. Phys. Lett.*, 2004, **21**(6): 1064~1066
- Guo Fuyuan, Wang Minghua. Crosstalk characteristic of arrayed waveguide grating demultiplexer [C]. *Proc. ICOCN/ATFO 2006*, 2006. 140~143
- ISO 11146-1: 2005, Laser and laser-related equipment—Test methods for laser beam widths, divergence angles and beam propagation ratios, 2005
- Hayata K, Koshiba M, Suzuki M. Modal spot size of axially nonsymmetrical fibres[J]. *Electron. Lett.*, 1986, **22**(2): 127~129

- Liang A. H.. Mode-field-half-widths of two kinds of planar single-mode waveguides[C]. *Proc. Electron. Devices Meeting, IEEE Hong Kong*, 1994. 50~53
- Liang A. H., Huang. W. B., Fan. C. C.. Relation between three mode-field half widths for planar single-mode waveguide and its application to splice loss evaluation [J]. *J. Lightwave Technol.*, 1989, **7**(12): 2046~2051
- Liang A. H.. Microbending losses for noncircular weakly guiding single-mode fibers[J]. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1992, **28**(6): 1429~1434
- Liang A. H.. Relation between transition loss and mode-field half-width for curved noncircular weakly-guiding single-mode waveguides[J]. *IEEE J. Quant. Electron.*, 1995, **31**(11): 2075~2077
- Marcuse D. Tilt, offset, and end-separation loss of lowest-order slab waveguide mode[J]. *IEEE J. Lightwave Technol.*, 1986, **LT-4**(11): 1647~1650
- Guo Fuyuan, Lin Bin, Chen Yuqing *et al.*. Beam parameters in the diffracted field of dielectric planar waveguide  $\text{TE}_0$  mode[J]. *Acta Optica Sinica*, 2003, **23**(6): 702~706  
郭福源, 林 斌, 陈钰清等. 介质平面波导  $\text{TE}_0$  模衍射场的光束参量[J]. *光学学报*, 2003, **23**(6): 702~706
- Guo Fuyuan, Li Lianhuang, Wang Minghua. Gaussian approximation for mode field distribution of dielectric planar waveguide  $\text{TE}_0$  mode[J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(2): 235~239  
郭福源, 李连煌, 王明华. 介质平面波导  $\text{TE}_0$  模模场分布的高斯近似[J]. *中国激光*, 2008, **35**(2): 235~239
- Siegman A. E.. New developments in laser resonators [C]. *SPIE*, 1990, **1224**: 2~14
- Cao Qing, Deng Ximing, Guo Hong. Optical beam quality factor of non-paraxial light beams I: definition[J]. *Acta Optica Sinica*, 1996, **16**(9): 1217~1222  
曹 清, 邓锡铭, 郭 弘. 非傍轴光束的光束质量因子 I: 定义 [J]. *光学学报*, 1996, **16**(9): 1217~1222
- Cao Qing, Deng Ximing. Optical beam quality factor of non-paraxial light beams II: property analysis [J]. *Acta Optica Sinica*, 1996, **16**(10): 1345~1349  
曹 清, 邓锡铭. 非傍轴光束的光束质量因子 II: 特性分析 [J]. *光学学报*, 1996, **16**(10): 1345~1349
- Porras M. A.. Non-paraxial vectorial moment theory of light beam propagation[J]. *Opt. Commun.*, 1996, **127**(1~3): 79~95
- Zhou G. Q., Zhao D. M., Wang S. M.. The beam quality of GaAs/ $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$  strip buried heterostructure laser[J]. *Opt. Commun.*, 2002, **202**(1~3): 155~160
- Zhou G. Q., Zhao D. M., Xu J. X.. Semiconductor laser with beam quality factor  $M^2 < 1$  [J]. *Opt. Commun.*, 2001, **187**(4~6): 395~399
- Zhou Guoquan, Zhao Daomu, Wang Shaomin. Theoretical study on the beam quality of strip buried heterostructure laser [J]. *Chinese J. Lasers*, 2002, **A29**(7): 591~594  
周国泉, 赵道木, 王绍民. 条形隐埋激光器光束质量的理论研究 [J]. *中国激光*, 2002, **A29**(7): 591~594
- Li L. H., Guo F. Y., Wang L. X *et al.*. Characteristic analysis of diffraction from the restricted output end surface of single mode planar waveguide [J]. *Semiconductor Photonics and Technology*, 2007, **13**(1): 83~88