

基于贝叶斯推理的像元内部端元选择模型

李 熙¹ 关泽群² 秦 昆² 张 力³ 曹灵灵⁴

(¹ 武汉大学测绘遥感信息工程国家重点实验室, 湖北 武汉 430079; ² 武汉大学遥感信息工程学院, 湖北 武汉 430079)
³ 中国船舶重工集团公司第七二二研究所, 湖北 武汉 430079; ⁴ 北京大学数学科学学院, 北京 100871)

摘要 提出了利用贝叶斯推理选择混合像元内端元的模型。考虑到端元光谱的不确定性, 基于贝叶斯推理和线性光谱混合模型得到了像元内端元集合的后验概率表达式。在获得端元共存的先验知识基础上, 结合端元光谱的正态分布函数, 通过最大后验概率得到最佳的端元集合。通过对包含 147431 个像元的 ETM+ 影像试验表明, 相对于 IDRISI 软件的 MRES 和 PG 算法, 该算法可削减至少 70% 的冗余端元, 使端元选择错误导致的分解误差降低至少 28%。结果表明, 由于充分考虑端元光谱的不确定性和端元的共存性, 通过贝叶斯推理可以大幅度提高端元选择的正确率, 从而改善混合像元的分解精度。

关键词 遥感; 端元选择; 贝叶斯推理; 混合像元; 端元集合; 线性光谱混合模型

中图分类号 TP751.1 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/AOS20092909.2577

Selecting Per-Pixel Endmembers Set Based on Bayesian Inference

Li Xi¹ Guan Zequn² Qin Kun² Zhang Li³ Cao Lingling⁴

¹ State Key Laboratory for Information Engineering in Surveying, Mapping and Remote Sensing, Wuhan University, Wuhan, Hubei 430079, China

² School of Remote Sensing and Information Engineering, Wuhan University, Wuhan, Hubei 430079, China

³ 722nd Research Institute of China Shipbuilding Industry CO., Wuhan, Hubei 430079, China

⁴ School of Mathematical Sciences, Peking University, Beijing 100871, China

Abstract A Bayesian inference model was developed to select per-pixel endmembers set. Considering the uncertainty of endmembers' spectra, based on Bayesian inference and linear spectral mixture model, the posterior probability of per-pixel endmembers set was obtained. Using the prior knowledge of endmembers' coexistence, combined with the normal distribution function of endmembers' spectra, the optimal endmembers set was selected based on maximal likelihood. The experiment on an ETM+ image including 147431 pixel showed that, compared with the MRES and PG algorithms provided by IDRISI, the Bayesian approach reduced 70% redundant endmembers, and the unmixing error induced by inaccurate endmembers was reduced to 28%. The result showed that, considering the uncertainty of endmembers' spectra and the coexistence of endmembers, Bayesian inference can increase the accuracy rate of endmembers' selection, so the unmixing accuracy was improved significantly.

Key words remote sensing; endmember selection; Bayesian inference; mixed pixel; endmembers set; linear spectral mixture model

1 引 言

中低分辨率遥感影像(例如 MODIS, ASTER, TM)有着光谱信息丰富, 覆盖面积广, 成本低廉等诸多优点, 因此在土地利用调查、环境监测、气象预

报等方面得到广泛的应用。但混合像元问题一直影响了中低分辨率遥感影像的分类精度, 制约了影像应用的可靠性^[1]。

如果遥感影像的单个像元对应的地物覆盖类别

收稿日期: 2008-10-10; **收到修改稿日期:** 2008-12-31

基金项目: 国家自然科学基金(60875007)、全国百篇优秀博士学位论文奖项目(199936)和北京大学为新研究基金(W08SD04)资助课题。

作者简介: 李 熙(1982—), 男, 博士, 主要从事遥感影像解译方面的研究。E-mail: li_rs@163.com

达到两种甚至更多,这样的像元被称为混合像元,无论将混合像元归为哪一个单一地物覆盖类都是不准确的。单一的地物覆盖被称为端元,像元内的所有端元被称为端元集合。如果能计算出混合像元中各类端元的丰度(即面积比例),那么混合像元问题就可以被有效解决,这个过程就是混合像元分解。尽管研究混合像元分解的文献很多,但基本可以归为三类模型^[2]:1)线性光谱混合模型^[3],2)经验模型^[4],3)物理模型^[5]。目前,最为常用的模型是线性光谱混合模型。在线性光谱混合模型中^[3],像元的反射率等于各端元反射率的加权平均值,权重为各端元对应的丰度。

对混合像元分解的前提是确定像元内部的端元种类。然而,多数混合像元分解的研究中,认为单个像元中的端元类别等同于整幅影像中的端元类别。准确的选择端元有两点意义:1)根据线性光谱混合模型,当波段数与端元数的差小于1时,则方程组有无限多个解,因此,从全局端元种类中选择适合于指定像元的端元种类,可以减少方程中的未知数,从而使方程有解的可能性增大。而以往的研究表明^[7],单个像元内的混合像元的端元数远低于全局端元数。2)混合像元分解中多选端元意味与地面情况不符,必然造成分解误差。目前,像元内部端元选择有基于光谱相似度和基于线性拟合度两类方法。

基于光谱相似度的端元选择方法中,通过建立像元光谱相似度指标,选取若干与混合像元最相似的端元,从而获得单个混合像元中的端元。Maselli^[8]计算端元光谱向量在像元光谱向量的投影,通过投影值的大小来确定端元与混合像元的相似程度,从而选取端元。丛浩等^[9]采用了一种更为复杂的投影方法来计算端元与混合像元的相似程度。Zhu^[10]通过计算端元对于像元的隶属度从而选取端元,即PG算法。基于线性拟合度的方法通过线性光谱混合方程的残差来评价端元选择的适合度。Zhu^[10]通过限制端元个数和排除丰度为负数的端元,并通过残差的均方根来选取最合适的端元集合,即MRES算法。Rogge等^[11]通过反复分解混合像元来逐步去除丰度值最小的端元,并基于最小均方根来选取最佳的端元集合。Roberts等^[12]提出了一套有效提取单个像元中端元的方法MESMA,像元中端元要满足以下三个条件:1)残差的均方根小于指定阈值。2)任意端元的丰度值介于-0.01到1.01之间。3)线性拟合的光谱值与实际光谱值之差小于指定的阈值。

像元内部的端元选择是遥感影像混合像元分解中的一个重要环节^[18],直接影响到混合像元的分解精度。但以往在这方面的研究并不多,更鲜有研究考虑到端元光谱的不确定性,本文从概率论的角度来推导像元内部的端元选取方法,并对混合像元进行分解。因为主流遥感软件中仅有IDRISI软件能在像元内部选择端元,本研究将IDRISI软件中的MRES和PG作为对比算法,文献^[10]中详细介绍了这两种算法。

2 基于贝叶斯推理的端元选择方法

贝叶斯推理(Bayesian inference, BI)是一种在图像处理中广泛应用的推理模型^[13,14],通过概率模型严格刻画不确定性因果关系,而像元内的端元集合与像元光谱的关系正好是一种不确定性因果关系。因此,通过建立像元内的端元集合与像元光谱的贝叶斯模型,可以利用像元光谱与先验知识严格反演像元内的端元集合。

提出的贝叶斯算法基于三个基本假设:1)严格满足线性光谱混合模型;2)所有端元光谱均为正态分布的随机变量;3)概率值是判别像元内端元组合的指标。基于以上假设,采用贝叶斯概率推理,计算混合像元中端元集合的后验概率,并根据最大后验概率得到混合像元中最合理的端元组合。

2.1 端元集合的后验概率

设一幅遥感影像的端元集合为 $U_e = \{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ 。在像元 P 中,光谱向量值为 g ,端元集合为 $V_e = \{e_{k_1}, e_{k_2}, \dots, e_{k_s}\}$,其中 $\{k_1, k_2, \dots, k_s\} \subseteq \{1, 2, \dots, n\}$,显然, $\phi \subset V_e \subseteq U_e$ 。令该像元中端元 e_{k_i} 的丰度值为 a_{k_i} ,因此端元集合 V_e 对应的端元丰度集合为 $V_a = \{a_{k_1}, a_{k_2}, \dots, a_{k_s}\}$ 。例如 $U_e = \{\text{water}, \text{forest}, \text{crop}\}$,取 $V_e = \{\text{water}, \text{forest}\}$,如果water和forest各占该像元面积的50%,则 $V_a = \{0.5, 0.5\}$ 。

混合像元的端元选择是指在像元 P 中,已知光谱向量 g ,寻找最佳的端元集合 $V_e = V_e^{\text{optimum}}$ 。基于后验概率的端元选择表达式为

$$V_e^{\text{optimum}} = \arg \max [p(V_e | g)] .$$

通过概率推导,可以得到后验概率 $p(V_e | g)$ 的计算过程:

$$p(V_e | g) = \beta f(g | V_e) p(V_e) = \beta p(V_e) \int f(g | V_a) f(V_a) dV_a . \quad (1)$$

由于高斯分布被广泛应用与图像处理中^[15],假设任意端元 e_{k_i} 的光谱 g 满足高斯分布 $f(g | e_{k_i})$,

根据线性高斯混合模型^[16]可以得到

$$f(g | V_a) = \sum_{i=1}^s a_{k_i} f_{k_i}(g). \quad (2)$$

将(2)式代入(1)式得到

$$p(V_e | g) = \beta p(V_e) \int \sum_{i=1}^s a_{k_i} f(g | e_{k_i}) f(V_a) dV_a. \quad (3)$$

为了解决(3)式的积分,假设当一个像元中端元数目确定时,各种端元丰度组合的先验概率均等,此时 $f(V_a)$ 不变,该假设是贝叶斯统计学中的无信息先验概率分布。基于该假设,通过推导,可以得到端元集合的后验概率表达式:

$$p(V_e | g) = \beta p(V_e) \frac{\sum_{i=1}^s f(g | e_{k_i})}{s}, \quad (4)$$

$p(V_e)$ 表示了多种端元共存存在一个像元内的概率,例如 $P(V_e = \{\text{forest, crop}\}) = 0.15$ 表示了整幅影像有 15% 的像元的端元组为 {forest, crop}; $f(g | e_{k_i})$ 表示像元光谱 g 在端元光谱分布 $f_{e_{k_i}}$ 下的概率密度值,因此 $\sum_{i=1}^s f(g | e_{k_i})/s$ 表示像元光谱 g 对于各类端元 e_{k_i} 的平均条件概率密度。基于(4)式,根据最大似然法可以得到最佳的端元集合。

2.2 选择端元的步骤

基于最大似然原则 $V_e^{\text{optimum}} = \arg\{\max[p(V_e | g)]\}$, 依据(4)式可以对像元的端元进行最佳选择,在多光谱影像上进行像元内部端元选择的基本步骤为:

1) 通过目视解译或者半自动方法,提取整幅取多光谱影像中的端元,端元数目为 n 。

2) 通过多光谱影像中采样,获得各类端元光谱的正态分布参数,使得光谱分布条件概率密度函数 $f(g | e_i)$ 得以表达。

3) 以多光谱影像的像元尺度为采样尺度,从高分辨率遥感影像或者实地调绘提取端元共存概率 $p(V_e)$ 。例如,在高分辨率影像上采样了 200 次,如果端元集合 {water, crop} 出现的次数为 30,则 $p(V_e = \{\text{water, crop}\}) = 30/200 = 0.15$ 。

4) 限定像元内端元数目最多为 n_{\max} 个,因为从 n 个端元中选择 i 个端元的方式共有 C_n^i 种,那么从 n 个端元中选择端元集合 V_e 的方式共有 $\sum_{i=1}^{n_{\max}} C_n^i$ 种。通过(4)式计算每个集合 V_e 的后验概率 $p(V_e | g)$, 根据最大似然法则,选择后验概率最大的端元集合 V_e^{optimum} 作为像元中的端元集合。

5) 重复步骤 4), 对影像中所有像元都进行端元提取。

2.3 基于最小二乘法的端元丰度计算

根据 2.2 节的步骤,提取了所有像元的端元后,开始计算混合像元的各端元丰度,原理为 2.1 节中所示,具体步骤见文献[10]。需要注意的是,本研究在选择端元时考虑了端元光谱的随机性,但计算端元丰度时却把端元光谱看作固定值。这是基于以下考虑:后文设计了传统方法和本方法的端元选择试验,在丰度计算时都不考虑光谱随机性,因此这些分解算法的精度差别就完全是端元选择差别所致,能公平的比较端元选择算法。

图 1 总结了利用本算法进行混合像元分解的基本流程。

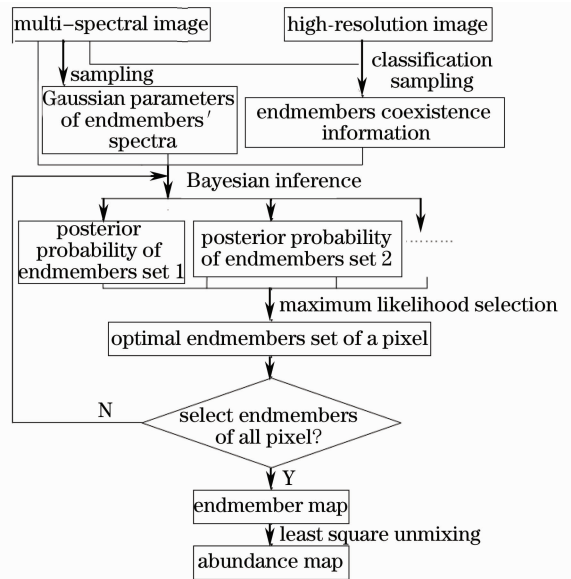


图 1 本算法的流程图

Fig. 1 Flow chart of the algorithm in this research

3 实验及结果分析

3.1 ETM+ 影像实验

实验选取美国 Wachusett 水库(北纬 42° 23' 16", 西经 71° 44' 32", 大小为 389 pixel × 379 pixel)附近的 ETM+ 影像(波段 1, 2, 3, 4, 5, 7)作为研究材料,该影像拍摄时间为 2000 年 9 月 27 日(图 2)。为了获得先验知识和精度评价,选取了该地区的正射彩色航片(分辨率为 0.5 m),该航片的拍摄时间在 2001~2003 年间。当地的 7 种主要地物端元为:常绿林、落叶林、水体、农田/高尔夫球场、沥青、水泥和裸地。

为了获得当地的真实地物分布,进行了以下处

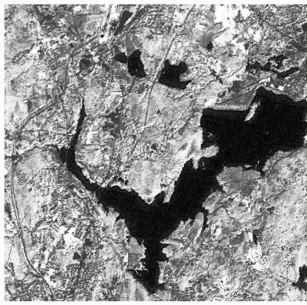


图 2 Wachusett 水库地区的 ETM+ 遥感影像(第 5 波段)

Fig. 2 The ETM+ image in Wachusett Reservoir area (band 5)

理: 1)将彩色航片分辨率降低到 5 m。2)将 5 m 的航片与 28.5 m 的 ETM+ 影像进行融合,使得 ETM+ 的分辨率提高。3)将航片和融合后的 ETM+ 影像共同作为特征空间,进行遥感影像分类,获得当地 5 m 分辨率的地物覆盖图。4)将 5 m 分辨率的地物

覆盖图为标准,得到 28.5 米分辨率的各类端元丰度分布图(图 3)。

在试验中将 BI 算法与 MRES 和 PG 算法比较,试验的具体步骤如下: 1) 通过对 ETM+ 遥感影像的采样,获得各类地物的光谱向量和协方差矩阵,得到各类地物端元光谱概率密度函数 $f(g | e_k)$ 。2)通过对 5 m 的地物覆盖图进行采样,获得了在 28.5 m 分辨率上的端元共存概率数组 $p(V_e)$,为了保证采样不至于对精度评定造成较大影响,仅对 1000 个像元进行采样,占有所有像元的 0.7%。3)设像元内部最大端元数 $n_{max} = 5$,实现 BI 算法的混合像元分解。4)设像元内部最大端元数 $n_{max} = 5$,实现 MRES 和 PG 算法的混合像元分解图,图 4 和图 5 分别表示了 BI 算法和 PG 算法的结果图(由于篇幅限制,没有显示分解精度最差的 MRES 算法的结果图)。图中的灰度表示了端元丰度值的大小。5)依照真实分布图 3,对三种方法的分解精度进行评价。

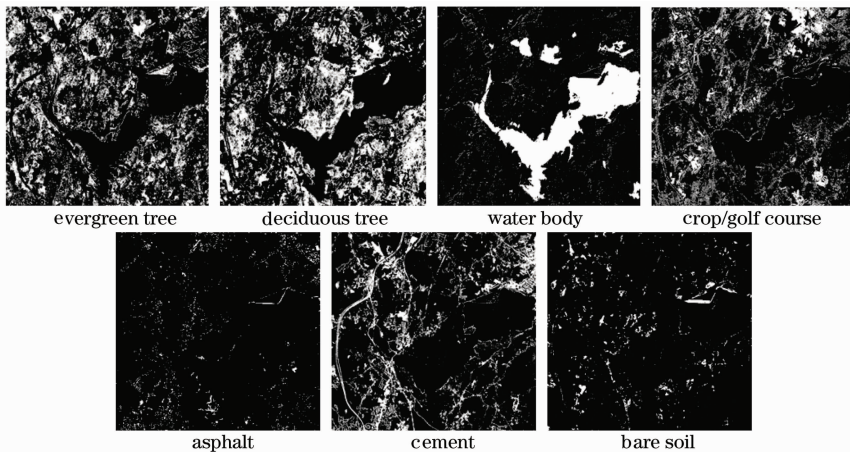


图 3 地面各端元真实丰度分布图

Fig. 3 The real abundance maps of different end members

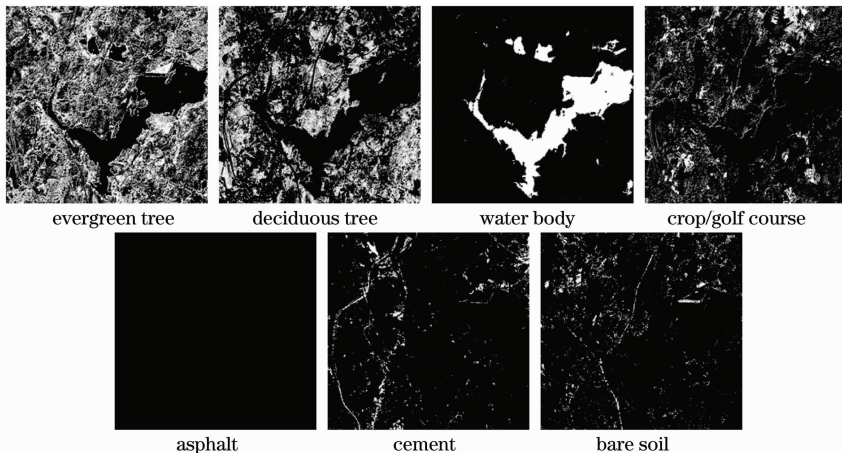


图 4 通过 BI 算法得到的端元丰度分布图

Fig. 4 The abundance maps generated from BI algorithm

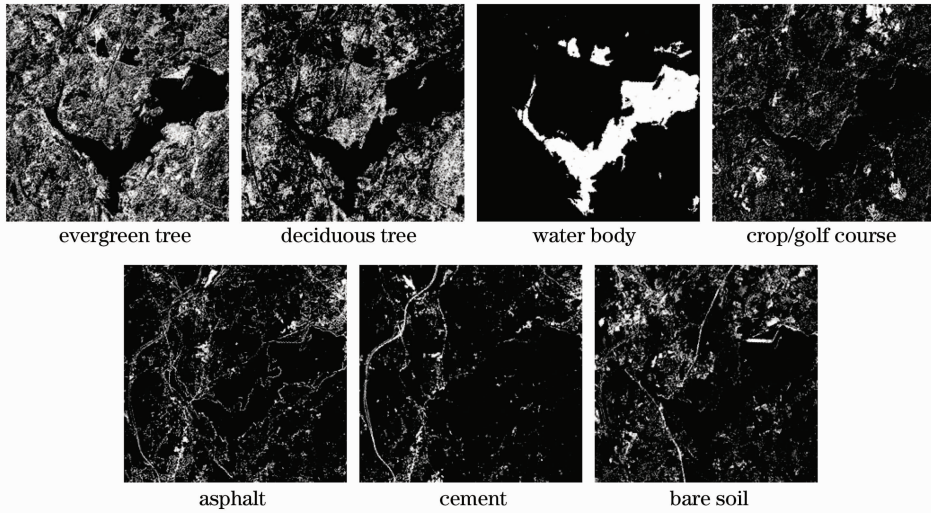


图 5 通过 PG 算法得到的端元丰度分布图

Fig. 5 The abundance maps generated from PG algorithm

3.2 结果分析

由于水体绝大部分是以纯像元的形式存在的,而且各种算法对于提取水体的结果相差很小,因此在精度评价时不考虑水体。下面从端元提取本身和丰度误差两个角度来定量评价三种分解方法的性能,共有以下 3 个指标:1)端元漏选率,即未被提取的真实端元总数与真实端元总数的比值,它反映了漏选的端元比例。2)端元冗余率,即被提取的非真实端元总数与真实端元总数的比值,它反映了提取的多余端元的比例。3)丰度平均绝对误差^[17],平均绝对误差(Mean absolute error, MAE)表示为

$$f_{\text{MAE}_i} = \frac{\sum_{j=1}^{n_{\text{pixel}}} |\hat{a}_{ij} - a_{ij}|}{n_{\text{pixel}}}, \quad (5)$$

其中 f_{MAE_i} 表示第 i 类端元的平均绝对误差, a_{ij} 表

示第 j 个像元中端元 i 丰度的估计值, a_{ij} 表示第 j 个像元中端元 i 丰度的真实值, n_{pixel} 表示需要评价的像元数目,一般情况下为整幅影像的像元数目。容易得到评价 n 个端元的平均绝对误差式为

$$f_{\text{MAE}_{\text{total}}} = \frac{\sum_{i=1}^n f_{\text{MAE}_i}}{n}. \quad (6)$$

通过表 1,结合图 3~图 5,可以发现:1) BI 算法在落叶林,农田/高尔夫球场,沥青提取精度上均高于 MRES 和 PG 算法。2) BI 算法在常绿林的提取精度较 MRES 和 PG 更低。3) 在水泥的提取上, BI 算法略逊于 PG 算法,但优于 MRES 算法。4)在裸地的提取上, BI 和 MRES 的精度相当,均比 PG 算法优越。5)从总体精度上看, BI 算法的误差最小。

表 1 各算法的丰度平均绝对误差

Table 1 Mean absolute errors from different algorithms

	Evergreen	Deciduous	Crop/golf course	Asphalt	Cement	Bare soil	All
BI	0.2716	0.1633	0.1345	0.0044	0.1235	0.0499	0.1245
MRES	0.1983	0.1945	0.1660	0.1016	0.1397	0.0435	0.1336
PG	0.2132	0.1718	0.1455	0.0667	0.1195	0.0851	0.1406

最终分解的误差来源有多种,包括了端元提取错误导致的误差和其他错误导致的误差。为了评价端元提取错误导致的误差,必须得到其他错误导致的误差,即在端元选择完全正确时的误差。根据真实的端元分布,通过最小二乘法得到总体平均绝对误差为 0.1014。假设端元提取错误导致的误差和其他错误导致的误差是可以累加的。那么 BI, MRES 和 PG 中,端元提取错误导致的分解误差分

别为 $0.1245 - 0.1014 = 0.0231$, $0.1406 - 0.1014 = 0.0392$, $0.1336 - 0.1014 = 0.0322$,前者比后两者分别低 41.0% 和 28.2%,说明 BI 算法显著削减端元选择错误带来的分解误差,这证明本文的算法是有效的。

下面分析 BI 算法能够取得较高分解精度的原因:根据文献[18],在端元选择时,漏选端元会导致较大的误差,而冗余端元会产生较小的误差,但当冗

余端元过多时产生的总误差仍然会相当大。因此,如何保持漏选端元和冗余端元的平衡决定了最终的分解精度。如表 2 和表 3 所示。虽然 BI 算法在沥青上的漏选率(90.9%) 远高于 MRES 和 PG 算法(1.5%和 2.1%),但是后两者却付出了极高的冗余率

(3395%和 1538%),因此导致了更大的分解误差。因此,尽管在丰度分布图上 BI 算法没能提取出沥青,但精度却远高于 MRES 和 PG。三种算法的总冗余率也表明,BI 算法的冗余端元率(22.9%)较 MRES 和 PG(97.6%和 95.8%)算法至少降低了 70%。

表 2 各算法的端元漏选率(%)

Table 2 The omitting ratios of endmembers from different algorithms

	Evergreen	Deciduous	Crop/golf course	Asphalt	Cement	Bare soil	All
BI	6.6	4.4	0.8	90.9	78.7	73.6	20.6
MRES	14.9	5.3	0.3	1.5	78.6	70.6	31.0
PG	1.7	17.7	0.0	2.1	0.3	0.0	5.9

表 3 各算法的端元冗余率(%)

Table 3 The redundant ratios of endmembers from different algorithms

	Evergreen	Deciduous	Crop/golf course	Asphalt	Cement	Bare soil	All
BI	23.6	30.6	27.5	26.5	1.7	35.3	22.9
MRES	22.7	31.9	34.0	3395	77.3	675.7	97.6
PG	27.5	8.8	46.2	1538	120.6	1029.1	95.8

从端元数量的角度来说,BI 算法是对端元数量的选择是可变的,而 MRES 和 PG 算法对端元的数量几乎是固定的。例如,试验中设置 BI 算法的端元集合的最大容量是 5,本算法对容量不在于 5 的端元集合均进行了计算。而 PG 和 MRES 的机理决

定了只能选取容量为 5 的端元集合。这也是 PG 和 MRES 算法比 BI 算法更容易产生冗余端元的原因之一。表 4 比较了本次试验中 BI, MRES 和 PG 算法的若干特点。

表 4 各算法的若干特点比较

Tab 4 A comparison of different algorithms

	Spectral uncertainty	Mathematical rigor	Considering end members' coexistence	Number of End members per-pixel	Computational load	Accuracy
BI	Yes	Yes	Yes	Unfixed	Large	High
MRES	No	Yes	No	Fixed	Medium	Low
PG	No	No	No	Fixed	Small	Medium

4 结 论

本研究考虑到端元光谱的不确定性和端元共存性,基于严格贝叶斯推理建立了像元内部的端元选择模型。由于本算法大幅削减了端元选择中的冗余端元,相对于目前先进的 MRES 和 PG 算法,明显提高了混合像元的分解精度。今后的研究将侧重于如何不依赖于高分辨率影像提取端元共存信息。

参 考 文 献

- 1 N. Keshava. A survey of spectral unmixing algorithms[J]. *Lincoln Laboratory J.*, 2003, **14**(1): 55~78
- 2 C. Huang, J. R. G. Townshend. A stepwise regression tree for nonlinear approximation: applications to estimating subpixel land cover[J]. *International J. Remote Sensing*, 2003, **24**(1): 75~90
- 3 J. J. Settle, N. A. Drake. Linear mixing and the estimation of ground cover proportions[J]. *International J. Remote Sensing*, 1993, **14**(6): 1159~1177

- 4 Wu Bo, Zhang Liangpei, Li Pingxiang. Unmixing hyperspectral imagery based on support vector nonlinear approximating regression[J]. *J. Remote Sensing*, 2006, **3**(5): 312~318
- 吴波,张良培,李平湘. 基于支撑向量回归的高光谱混合像元非线性分解[J]. *遥感学报*, 2006, **3**(5): 312~318
- 5 X. W. Li, A. H. Strahler. Geometric-optical bidirectional reflectance modeling of the discrete crown vegetation canopy: effect of crown shape and mutual shadowing [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 1992, **30**(2): 276~292
- 6 Y. E. Shimabukuro, J. A. Smith. The least-squares mixing models to generate fraction images derived from remote sensing multispectral data [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 1991, **29**(1): 16~20
- 7 D. A. Roberts. Separating Spectral Mixtures of Vegetation and Soils[D]. University of Washington, 1991
- 8 F. Maselli. Multiclass spectral decomposition of remotely sensed scenes by selective pixel unmixing[J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 1998, **36**(5): 1809~1820
- 9 Cong Hao, Zhang Liangpei, Li Pingxiang. A method of selective endmember for pixel unmixing[J]. *J. Image and Graphics*, 2006, **11**(8): 1092~1096

- 丛 浩, 张良培, 李平湘. 一种端元可变的混合像元分解方法 [J]. 中国图象图形学报, 2006, **11**(8): 1092~1096
- 10 H. L. Zhu. Linear spectral unmixing assisted by probability guided and minimum residual exhaustive search for subpixel classification [J]. *International J. Remote Sensing*, 2005, **26**(24): 5585~5601
- 11 D. M. Rogge, B. Rivard, Jinkai Zhang *et al.*. Iterative spectral unmixing for optimizing per-pixel endmember sets [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2006, **44**(12): 3725~3736
- 12 D. A. Roberts, M. Gardner, R. Chwch *et al.*. Mapping chaparral in the Santa Monica Mountains using multiple endmember spectral mixture models [J]. *Remote Sensing of Environment*, 1998, **65**(3): 267~279
- 13 Jin Wei, Wei Biao. Correction algorithm for the geometric unsharpness of digital neutron radiation image [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(10): 1765~1770
- 金 炜, 魏 彪. 中子数字图像几何不锐度校正算法研究 [J]. 光学学报, 2007, **27**(10): 1765~1770
- 14 Zhang Jingjing, Fang Yonghua. Novel denoising method for remote sensing image based on contourlet transform [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(3): 462~466
- 张晶晶, 方勇华. 基于 Contourlet 变换的遥感图像去噪新算法 [J]. 光学学报, 2008, **28**(3): 462~466
- 15 Chen Hua, Li Taoshen, Zhao Jinchuang. A method for image spectrum restoration property analysis based on gaussian function [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(3): 424~429
- 陈 华, 李陶深, 赵进创. 基于高斯函数假设的图像频谱恢复特性分析方法 [J]. 光学学报, 2007, **27**(3): 424~429
- 16 E. D. Kolaczyk. On the use of prior and posterior information in the subpixel proportion problem [J]. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 2003, **41**(11): 2687~2691
- 17 M. Schwarz, N. E. Zimmermann. A new GLM-based method for mapping tree cover continuous fields using regional MODIS reflectance data [J]. *Remote Sensing of Environment*, 2005, **95**(4): 428~443
- 18 Wo Bo, Zhou Xiaocheng, Zhao Yindi. Study on the relationships between endmember variance and decomposition accuracy of mixture pixel [J]. *Remote Sensing Information*, 2007(3): 3~7
- 吴 波, 周小成, 赵银娣. 端元光谱变化与混合像元分解精度的关系研究 [J]. 遥感信息, 2007(3): 3~7