

频率变化的相干态光场中两原子纠缠演化

蔡勋明 范梦慧

(贵州民族学院物理与电子信息学院, 贵州, 贵阳 550025)

摘要 研究了频率变化的相干态光场中两个二能级原子的纠缠演化, 主要讨论了光场频率随时间作正弦调制和脉冲调制两种典型情况下两原子纠缠随时间演化的特点。数值计算结果表明, 当光场频率随时间作正弦调制时, 光场频率, 光场平均光子数均对原子纠缠演化有影响, 且在少光子数的情况下, 在光场频率变化的半周期内纠缠值出现小幅快速振荡; 而当光场频率随时间作脉冲调制时, 由于脉冲频率的突变, 也在脉冲出现的区间内诱导出了原子纠缠值的小幅快速振荡现象。分析表明光场频率的改变可以改变原子相干性, 进而改变了原子间纠缠效应, 这对量子信息技术中纠缠制备与控制有积极意义。

关键词 量子光学; 量子纠缠; 相干态; 纠缠度

中图分类号 O431.2 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20092909.2570

The Entanglement of Two Atoms in a Coherent Field of Time-Varying Frequency

Cai Xunming Fan Menghui

(College of Physics and Electronic Information, Guizhou University for Nationalities, Guiyang, Guizhou 550025, China)

Abstract The entanglement of two two-level atoms in a coherent field of time-varying frequency have been investigated. The properties of the entanglement of two atoms for two typical—the frequency of field varying with time in the forms of sine function and rectangular pulses—have been considered. The numerical calculation show: for the frequency changing with time in sinusoidal form, the frequency and the mean photon number of field affect the entanglement of two atoms and in the condition of a small number of photons, small-amplitude fast oscillations occur during half period. For the frequency changing with time in rectangular form, The sudden jumping of the field with rectangular pulsed frequency-modulation can change the coherence of the two atoms, and induce the new entanglement phenomenon of the two atoms. The entanglement of two atoms is small-amplitude fast oscillations during the pulse. The changes of optical field frequency can change the coherence of atoms, and then change entanglement between atoms. The paper prove to be constructive in entanglement preparation and control in quantum information technique.

Key words quantum optics; quantum entanglement; coherent state; the degree of entanglement

1 引 言

原子与光场相互作用过程中的量子效应是量子光学研究的主要内容之一, 其中, 量子纠缠由于其奇妙特性在量子通讯和量子计算领域发挥着重要作用, 人们在理论和实验上对单原子和单模光场相互作用系统的纠缠^[1~3], 双原子和单模光场相互作用系统的纠缠^[4~9]以及光学腔中两原子的纠缠^[10,11]进行了大量的研究, 文献[12]在考虑光学腔腔模结构

的前提下, 对腔中两个运动的二能级原子纠缠演化进行了研究, 证明了在光学谐振腔原子速度可对原子间纠缠起到调控作用。文献[13]使用纠缠交换的方法实现了 n 粒子任意纠缠态的概率隐形传递。

关于纠缠度量的标准, 人们相继提出了形成纠缠度, 提纯纠缠度和相对熵纠缠度等纠缠度量标准^[14], 但这些度量标准计算起来往往比较麻烦, 近年来, 一些简单的两体纠缠度标准如 concurrence^[15~17]已经被

收稿日期: 2008-10-27; 收到修改稿日期: 2009-01-04

基金项目: 贵州民族学院科研项目(GZNC2008JS08)资助课题。

作者简介: 蔡勋明(1978—), 男, 硕士, 讲师, 主要从事量子光学方面的研究。E-mail: caixm1997@yahoo.com.cn

广泛应用,对处于纯态或混态的两量子比特系统, concurrence 能作为一种很好的纠缠度量标准,文献 [18,19]分别研究了纯态和混态的两量子位系统中这种纠缠度的应用情况。

以往研究中所用的单模光场在实际中是很难实现的,通常激光器产生的光场都是在某个频率范围内,即光场的频率将围绕某个固定的频率在频率范围内进行调制,已有涉及频率随时间变化的光场与原子相互作用的研究表明^[20],光场的频率调制的确会影响光场与原子的相互作用以及原子的动力学性质,本文将研究光场初始为压缩态的条件下,光场频率调制对原子间纠缠随时间演化规律的影响,主要讨论两种典型的情况:光场随时间以正弦和脉冲形式调制。

2 模型和运动方程

在旋波近似下,两个全同二能级原子与单模光

场相互作用系统的哈密顿量可以表示为

$$H = \frac{1}{2}\hbar\omega\sigma_{z1} + \frac{1}{2}\hbar\omega\sigma_{z2} + \hbar\nu(t)a^+ a + \hbar g \sum_{i=1}^2 (a^+ \sigma_i^- + \sigma_i^+ a), \quad (1)$$

式中 a^+ (a) 是光场的产生(湮灭)算符, σ_{zi} 和 σ_i^\pm ($i = 1, 2$) 是原子的赝自旋算符, ω 为原子共振跃迁频率, ν 为光场频率, g 是原子与光场相互作用的耦合系数,哈密顿量(1)式的前三项表示裸原子及光场的能量,后两项表示光场与原子的相互作用能,若光场受到某种调制 $\nu(t) = \nu_0 + f(t)$, $f(t)$ 是随时间变化的函数,则相应的耦合系数 g 随时间的变化规律可写为 $g = g_0[1 + f(t)/\nu_0]$,其中 g_0 是场频率不随时间变化的耦合系数,且等于真空拉比振荡频率的一半。

任意时刻 t ,系统的波函数为

$$|\psi(t)\rangle = \sum_n [c_{11n} |11n\rangle + c_{10n} |10n\rangle + c_{01n} |01n\rangle + c_{00n} |00n\rangle], \quad (2)$$

式中态矢量 $|11n\rangle$, $|00n\rangle$ 分别表示两个原子均处于激发态、基态,而且光场中有 n 个光子。由薛定谔方程

$$i\hbar \frac{\partial |\psi\rangle}{\partial t} = H |\psi\rangle, \quad (3)$$

可得到振幅随时间演化的方程

$$\begin{aligned} \dot{c}_{11n} &= -i\omega c_{11n} - i\nu n c_{11n} - ig \sqrt{n+1}(c_{10n+1} + c_{01n+1}), \\ \dot{c}_{10n+1} &= -i\nu(n+1)c_{10n+1} - ig \sqrt{n+1}c_{11n} - ig \sqrt{n+2}c_{00n+2}, \\ \dot{c}_{01n+1} &= -i\nu(n+1)c_{01n+1} - ig \sqrt{n+1}c_{11n} - ig \sqrt{n+2}c_{00n+2}, \\ \dot{c}_{00n+1} &= i\omega c_{00n+1} - i\nu(n+1)c_{00n+1} - ig \sqrt{n+1}(c_{10n} + c_{01n}), \end{aligned} \quad (4)$$

通过代换

$$\begin{aligned} c_{11n} &= \exp[-i(n\nu_0 + \omega)t] \times \exp\left[-in \int_0^t f(t) dt\right] M_{11n}(t), \\ c_{10n+1} &= \exp[-i(n+1)\nu_0 t] \times \exp\left[-i(n+1) \int_0^t f(t) dt\right] M_{10n+1}(t), \\ c_{01n+1} &= \exp[-i(n+1)\nu_0 t] \times \exp\left[-i(n+1) \int_0^t f(t) dt\right] M_{01n+1}(t), \\ c_{00n+1} &= \exp\{-i[(n+1)\nu_0 - \omega]t\} \times \exp\left[-i(n+1) \int_0^t f(t) dt\right] M_{00n+1}(t), \end{aligned}$$

可以得到

$$\begin{aligned} \dot{M}_{11n}(t) &= -ig \sqrt{n+1} \left\{ \exp[-i(\nu_0 - \omega)t] \cdot \exp\left[-i \int_0^t f(t) dt\right] \cdot M_{10n+1}(t) + \right. \\ &\quad \left. \exp[-i(\nu_0 - \omega)t] \cdot \exp\left[-i \int_0^t f(t) dt\right] \cdot M_{01n+1}(t) \right\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\dot{M}_{10n+1}(t) &= -ig\sqrt{n+1}\exp[-i(\omega-\nu_0)t] \cdot \exp\left[i\int_0^t f(t)dt\right] \cdot M_{11n}(t) - \\
&ig\sqrt{n+2}\exp[-i(\nu_0-\omega)t] \cdot \exp\left[-i\int_0^t f(t)dt\right] \cdot M_{00n+2}(t), \\
\dot{M}_{01n+1}(t) &= -ig\sqrt{n+1}\exp[-i(\omega-\nu_0)t] \cdot \exp\left[i\int_0^t f(t)dt\right] \cdot M_{11n}(t) - \\
&ig\sqrt{n+2}\exp[-i(\nu_0-\omega)t] \cdot \exp\left[-i\int_0^t f(t)dt\right] \cdot M_{00n+2}(t), \\
\dot{M}_l(t) &= -ig\sqrt{n+1}\left\{\exp[i(\nu_0-\omega)t] \cdot \exp\left[i\int_0^t f(t)dt\right] \cdot M_{10n}(t) + \right. \\
&\left.\exp[i(\nu_0-\omega)t] \cdot \exp\left[i\int_0^t f(t)dt\right] \cdot M_{01n}(t)\right\}, \\
\dot{M}_{100}(t) &= -ig\exp[-i(\nu_0-\omega)t] \cdot \exp\left[-i\int_0^t f(t)dt\right] \cdot M_{001}, \\
\dot{M}_{010}(t) &= -ig\exp[-i(\nu_0-\omega)t] \cdot \exp\left[-i\int_0^t f(t)dt\right] \cdot M_{001}, \tag{4}
\end{aligned}$$

假设开始时系统处于状态 $|\psi(0)\rangle = \sum_{n=0}^{\infty} F_n [\cos(\theta/2)|00\rangle - \sin(\theta/2)\exp[i\varphi]|11\rangle]|n\rangle$, 而光场处于相干态, 则初始态振幅系数可写为 $c_{11n} = -\sum_{n=0}^{\infty} F_n \sin(\theta/2)\exp[i\varphi]$, $c_{00n} = \sum_{n=0}^{\infty} F_n \cos(\theta/2)$, $c_{01n} = 0$, $c_{10n} = 0$ 。其中 $F_n = \exp[-|\alpha|^2/2] \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}}$, 主要考虑光场的频率与原子的共振跃迁频率相等时, 即满足关系 $\nu_0 = \omega = 2000g_0$ 时的情况, 数值求解方程组(4), 就可以得到系统波函数随时间的演化规律。

由系统波函数可得两原子子系统的约化密度矩阵 $\rho_{12} = \sum_{n=0}^{\infty} \langle n|\psi\rangle\langle\psi|n\rangle$, 在标准基矢组 $\mathbf{u}_1 = |11\rangle$, $\mathbf{u}_2 = |10\rangle$, $\mathbf{u}_3 = |01\rangle$, $\mathbf{u}_4 = |00\rangle$ 下该矩阵可写成如下形式:

$$\rho_{12} = \begin{bmatrix} d_1 & d_2 & d_3 & d_4 \\ d_5 & d_6 & d_7 & d_8 \\ d_9 & d_{10} & d_{11} & d_{12} \\ d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \end{bmatrix}, \tag{5}$$

其中

$$\begin{aligned}
d_1 &= \sum_{n=0}^{\infty} M_{11n}(t)M_{11n}^*(t), d_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \exp[-i\omega t]M_{11n}(t)M_{10n}^*(t), d_4 = \sum_{n=0}^{\infty} \exp[-2i\omega t]M_{11n}(t)M_{00n}^*(t), \\
d_7 &= \sum_{n=0}^{\infty} M_{10n}(t)M_{01n}^*(t), d_8 = \sum_{n=0}^{\infty} \exp[-i\omega t]M_{10n}(t)M_{00n}^*(t), d_{16} = \sum_{n=0}^{\infty} M_{00n}(t)M_{00n}^*(t), \text{另有} \\
d_2 &= d_3 = d_5^* = d_9^*, d_4 = d_{13}^*, d_7 = d_{10}^* = d_6 = d_{11}, d_8 = d_{14}^* = d_{12} = d_{15}^*.
\end{aligned}$$

我们用纠缠度 concurrence 来研究双原子子系统纠缠的演化, concurrence 的定义为

$$C = \max\{\lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 - \lambda_4, 0\}, \tag{6}$$

上式中 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \lambda_4$ 是算符 R 的本征值的非负

平方根, 算符 R 的表达式

$$R = \rho_{12}(\sigma_1^y \otimes \sigma_2^y)\rho_{12}^*(\sigma_1^y \otimes \sigma_2^y), \tag{7}$$

这里 ρ_{12} 为两原子子系统的约化密度矩阵, σ_i^y 为泡利矩阵, ρ_{12}^* 表示共轭矩阵, 对 concurrence, 当 $c = 0$

时,表示两原子之间没有纠缠,如 $0 < c < 1$,表示两原子处于部分纠缠态,而 $c = 1$ 时,表示两原子处于最大纠缠态。

结合(5)式就可以对原子之间的纠缠进行数值计算。

3 原子间纠缠随时间演化特性

3.1 场频率随时间作正弦调制

若取

$$f(t) = \beta_1 \sin(\beta_2 t),$$

则光场频率随时间作正弦变化

$$\nu(t) = \nu_0 + \beta_1 \sin(\beta_2 t),$$

其中 β_1 为正弦变化的幅度, β_2 为正弦变化的频率,且 β_1, β_2 都很小, $\beta_1 \ll \omega, \nu_0$ 。相应地,

$$g = g_0 [1 + \beta_1 \sin(\beta_2 t) / \nu_0].$$

取 $\theta = \frac{\pi}{2}$, 即初始两原子处于最大纠缠态,考虑光场平均光子数分别为 0.36 和 36 的情况,图 1 给出了原子的纠缠演化图。

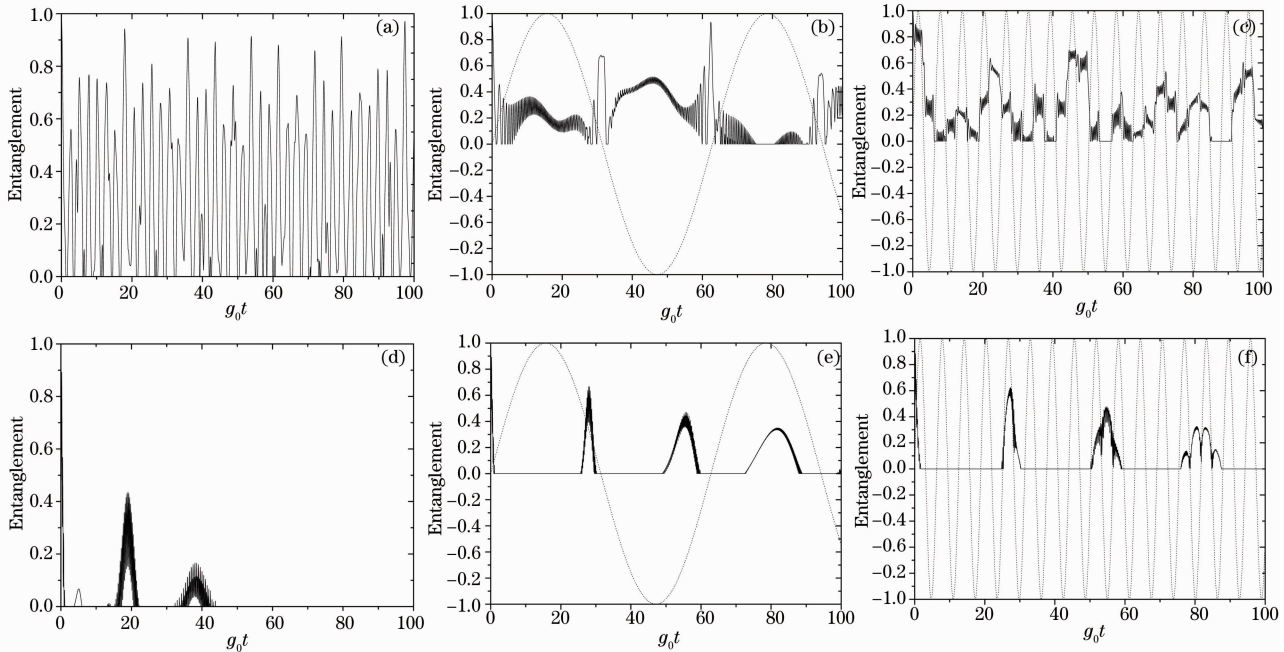


图 1 光场频率正弦调制下两原子纠缠演化。(a),(b),(c)表示平均光子数为 0.36 时的情况;(d),(e),(f)表示平均光子数为 36 时的情况;(a),(d)为没有光场频率调制时的情况;(b),(e)为光场频率调制系数 $\beta_1 = 20g_0, \beta_2 = 0.1g_0$; (c),(f)为光场调制频率系数 $\beta_1 = 20g_0, \beta_2 = 1g_0$;点线表示光场频率调制。

Fig. 1 The entanglement of two atoms versus $g_0 t$ when the frequency of the field varies with time in the forms of sine function. (a),(b),(c) The mean photon number $\bar{n} = 0.36$; (d),(e),(f) $\bar{n} = 36$; (a),(d) the frequency of field isn't changed; (b),(e) the modulated coefficients of field $\beta_1 = 20g_0, \beta_2 = 0.1g_0$; (c),(f) $\beta_1 = 20g_0, \beta_2 = 1g_0$; dot line denotes the modulation of field.

从图 1 我们可以看到,在原子初态为最大纠缠态的情况下,光场平均光子数和光场频率调制对两原子系统纠缠有着重要影响,在调制频率较低的情况下,如图 1(b),当平均光子数为 0.36 时,与无频率调制时的情况相比,原子纠缠演化的波形受到了频率调制,呈现出与频率调制周期相关联的特点,当平均光子数为 36 时,与无频率调制时比,纠缠演化波峰延后。在光场调制频率较高的情况下,当平均光子数较少时(0.36),原子纠缠演化同样呈现出与频率调制周期相关联的特点,且在频率调制的波峰或波谷内出现了小幅快速振荡,而当平均光子数较

多时(36),纠缠波形基本不变,另一现象是,平均光子数为 36 时,原子纠缠演化波峰出现时间与光场正弦调制频率 β_2 无关,而取决于正弦调制振幅 β_1 ,从图 2 我们可以清楚看到,原子纠缠演化波峰出现时间随正弦调制振幅系数 β_1 增大而延后。

上述情况出现的原因是因为,当光场频率变化时,光场频率与原子共振跃迁频率失谐量改变,原子态矢演化也改变,两原子系统相干性随之变化,进而改变了原子间的纠缠效应,在相干态下,原子间相干值可以看成是由各种光子数态下原子相干值的叠加,在光场频率变化较快时,光场频率的突变将

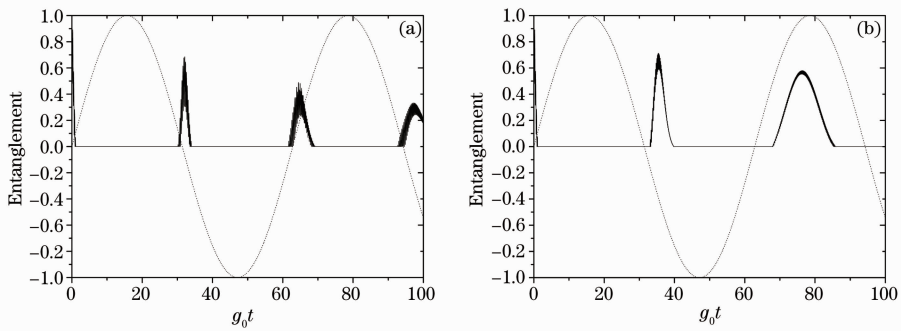


图 2 平均光子数为 36 时的纠缠演化情况, (a) $\beta_1 = 30, \beta_2 = 0.1$; (b) $\beta_1 = 40, \beta_2 = 0.1$ 。点线表示光场频率调制

Fig. 2 The entanglement of two atoms versus $g_0 t$ when the mean photon number is 36. (a) $\beta_1 = 30, \beta_2 = 0.1$;

(b) $\beta_1 = 40, \beta_2 = 0.1$; dot line denotes the modulation of field

改变对应各光子数态原子态矢的相干性, 从而引起两原子总相干值改变, 这使得原子纠缠值呈现出新的演化现象。当光场平均光子数较大时, 不同频率光场下, 原子纠缠演化结果相差不大, 我们考虑这一原因是相干态光场平均光子数较大时, 根据光子数的泊松分布规律, 在式(2)中对各基矢概率值有较大影响的光子数分布的概率区间较大, 这样不同光子数态叠加后的结果使得各基矢概率值相差较大, 导致两原子纠缠峰值迅速衰减, 较长时间保持为零, 且受光场频率调制的影响不大。而当光场平均光子数较小时, 对各基矢概率值有较大影响的光子数分布概率区间较小, 加上光场频率调制后将对各基矢概率分布值产生较大影响, 因此原子纠缠受光场频率调制的影响较大。图 2 所示原子纠缠演化波峰与光场频率正弦调制振幅系数 β_1 相关联的特点与原子与光场耦合系数 g 有关, 如我们在文献[11]中指出, g 大小受周期性调制时将改变原子纠缠演化的周期, 本文中光场频率正弦调制振幅 β_1 决定了 g 变化

幅值, 进而影响原子纠缠演化波峰出现时间。

以上研究表明, 当光场平均光子数较少时, 两原子纠缠受光场频率调制的影响更为典型, 为了讨论原子不同初态受光场频率调制的影响, 我们再选取原子初态为非纠缠态的情况, 即 $\theta = 0$, 两原子均初始处于基态, 平均光子数为 0.36 的情况。

从图 3 可知, 当原子初态为非纠缠态时, 原子可以演化出随时间变化的纠缠态, 从图 3(a) 可知原子纠缠随时间的变化呈尖脉冲状态, 在纠缠态和退纠缠态之间快速振荡。与原子初始为最大纠缠态类似, 当加上光场频率调制后, 原子纠缠演化波形受到了光场频率的调制, 呈现出与光场频率调制周期相关联的特点, 如图 3(b) 所示, 当光场频率变化较低时, 在频率变化的半周期内, 原子纠缠振幅呈现一定的规则变化, 与频率变化的半周期相关联。而当光场频率变化较快时, 如图 3(c) 所示, 在频率变化的半周期内, 原子纠缠呈现出小幅快速振荡。从数值计算的结果我们得出, 不同的原子初态下, 原子纠缠受光场频率调制的影响相同。

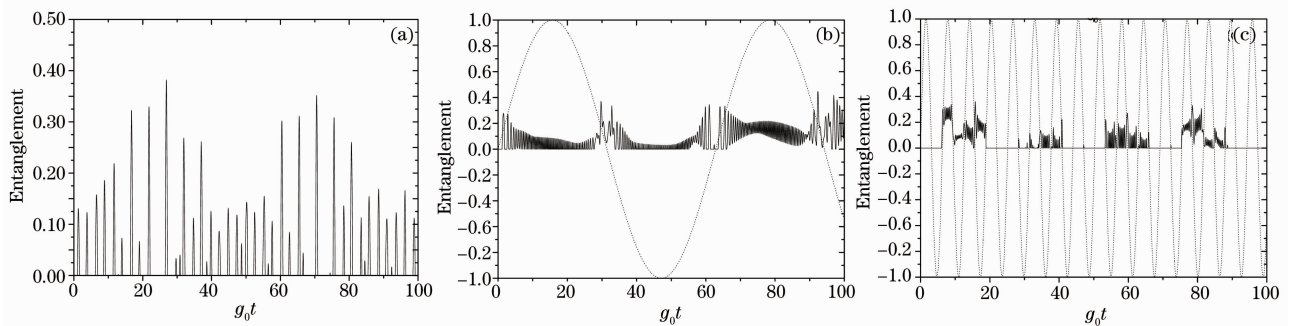


图 3 平均光子数为 0.36 时的演化情况, $\theta = 0$, (a) 没有光场频率调制的情况; (b) 为光场频率调制系数 $\beta_1 = 20g_0$,

$\beta_2 = 0.1g_0$; (c) 为光场调制频率系数 $\beta_1 = 20g_0, \beta_2 = 1g_0$; 点线表示光场频率调制

Fig. 3 The entanglement of two atoms versus $g_0 t$ when the frequency of the field varies with time in the forms of sine function. (a) The frequency of field isn't changed; (b) the modulated coefficients of field $\beta_1 = 20g_0, \beta_2 = 0.1g_0$;

(c) $\beta_1 = 20g_0, \beta_2 = 1g_0$; dot line denotes the modulation of field

3.2 场频率随时间作脉冲调制

考虑光场频率调制为脉冲形式,则频率调制时间函数 $f(t)$ 具有如下形式:

$$f(t) = \begin{cases} \beta & (t \in [mT + t_0, mT + \tau + t_0]), \\ & m = 0, 1, 2, \dots, \\ 0 & \text{other,} \end{cases}$$

其中, T, τ, β, t_0 分别是脉冲频率调制的周期, 脉冲的时间宽度, 脉冲强度和第一个脉冲出现的时刻。同样我们假定脉冲强度很小, $\beta \ll \omega, \nu_0$ 。图 4 给出了原子纠缠随时间演化图。

由于脉冲频率调制的作用, 两原子波函数相位会发生改变, 故相应两原子纠缠也会发生改变, 下面

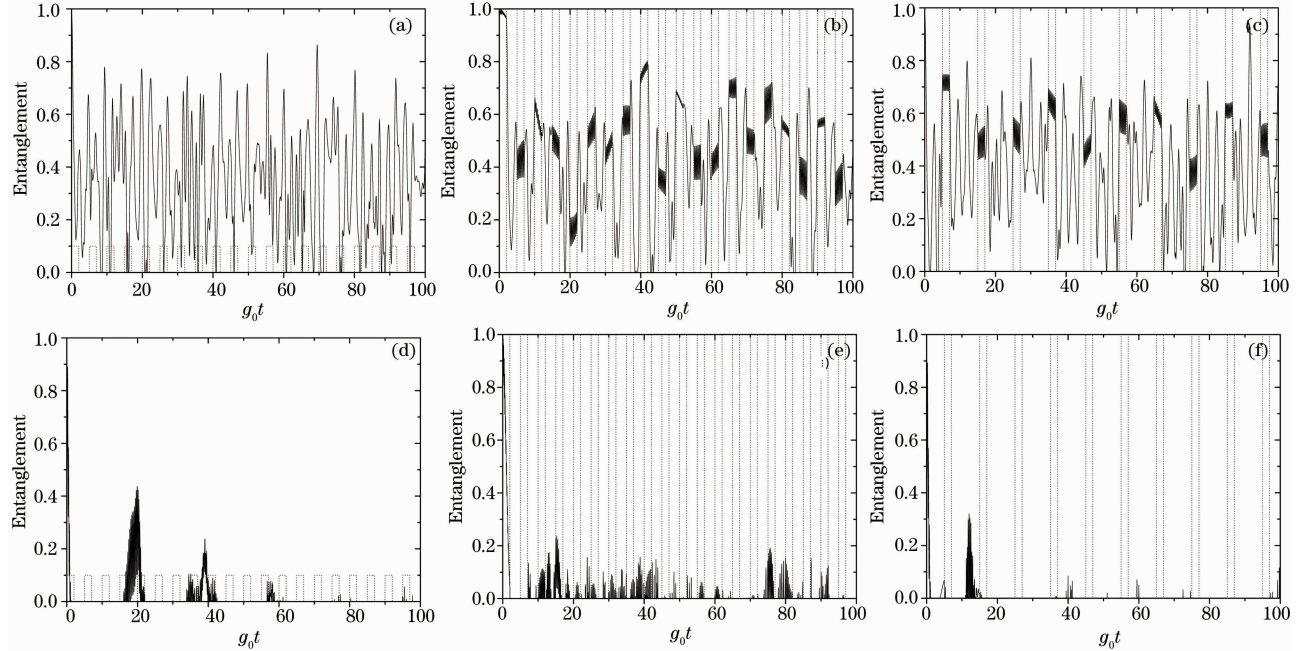


图 4 脉冲频率调制下两原子的纠缠演化。(a),(b),(c)表示平均光子数为 0.36 时的情况;(d),(e),(f)表示平均光子数为 36 时的情况;(a),(d) $g_0 T = 5, g_0 t_0 = 0, \beta = 2g_0, g_0 \tau = 2$; (b),(e) $g_0 T = 5, g_0 t_0 = 0, \beta = 20g_0, g_0 \tau = 2$; (c),(f) $g_0 T = 10, g_0 t_0 = 0, \beta = 2g_0, g_0 \tau = 2$ 。点线表示光场频率调制

Fig. 4 The entanglement of two atoms versus $g_0 t$ when the frequency of field varies with time in the forms of rectangular pulses. (a),(b),(c) the mean photon number $\bar{n} = 0.36$; (d),(e),(f) $\bar{n} = 36$; (a),(d) $g_0 T = 5, g_0 t_0 = 0, \beta = 2g_0, g_0 \tau = 2$; (b),(e) $g_0 T = 5, g_0 t_0 = 0, \beta = 20g_0, g_0 \tau = 2$; (c),(f) $g_0 T = 10, g_0 t_0 = 0, \beta = 2g_0, g_0 \tau = 2$; dot line denotes the modulation of field

我们讨论不同脉冲调制对原子间纠缠的影响。两原子初态取为最大纠缠态。

从图 4 可知,当脉冲频率调制的强度很小时,光场频率调制对纠缠的影响很弱,如图 4(a),(d)所示,原子纠缠情况基本不变。这是因为脉冲频率调制强度小时,原子态函数各基矢受到的影响较小。而当光场脉冲频率调制的强度较大时,原子纠缠演化与无频率调制时比有了很大不同,如图 4(b),(c),(e),(f)所示。当光场平均光子数较小时($\bar{n} = 0.36$),在脉冲区间内出现了新的小幅快速振荡,其原因在于相干态光场中对各基矢概率值有影响的光子数分布区间较小,频率的突变改变了对应各光子数态的原子波函数相位,对各光子数态叠加后两原子波函数相干性发生改变,从而使得两原子纠缠也发生了突变。而当光场平均光子数较大时,

加上频率脉冲调制后原子纠缠出现了一些新的现象,如图 4(e)中出现了许多新的小幅振荡,而图 4(f)中一些原本存在的纠缠小幅振荡消失了。这就给我们提供一种通过改变光场平均光子数和光场频率的脉冲调制来控制原子纠缠演化的方法。

4 结 论

本文研究了在频率变化的相干态光场中两个二能级原子间的纠缠演化,主要讨论了光场频率随时间作正弦调制和脉冲调制这两种典型情况,结果表明光场频率调制对原子间纠缠有重要影响,在正弦调制时,原子纠缠演化波形表现出与光场频率调制周期相关联的特点,在平均光子数较少的情况下,在频率调制的波峰波谷内,出现了小幅快速振荡,而在平均光子数较多时,两原子纠缠演化波峰出现时间

表现出与正弦调制振幅相关联的特点,调制振幅愈大,则纠缠波峰出现时间愈延后。在脉冲调制的情况下,平均光子数较少时,在脉冲出现区间,原子纠缠将会出现小幅快速振荡。纠缠作为一种重要的量子信息传递资源,本文研究结果对纠缠态的制备,纠缠态的调控将有积极的指导意义。

参 考 文 献

- 1 Silberfarb A, Deutsch I H. Entanglement generated between a single atom and a laser pulse[J]. *Phys. Rev. A*, 2004, **69**(4): 042308-1~8
- 2 Rendell R W, Rajagopal A K. Revivals and entanglement from initially entangled mixed states of a damped Jaynes-Cummings model[J]. *Phys. Rev. A*, 2006, **67**(6): 062110-1~11
- 3 Zhou Qingchun, Zhu Shining. Entanglement of a Λ -type three-level atom with a single-mode field initially in the number state [J]. *Acta Physica Sinica*, 2005, **54**(5): 2043~2048
周青春, 祝世宁. Λ 型三能级原子与数态单模光场相互作用系统的纠缠特性[J]. *物理学报*, 2005, **54**(5): 2043~2048
- 4 Tessier T E, Deutsch I H, Delgado A. Entanglement sharing in the two-atom Tavis-Cummings model[J]. *Phys. Rev. A*, 2003, **68**(6): 062316-1~10
- 5 Clark S G, Parkins A S. Entanglement and entropy engineering of atomic two-qubit states[J]. *Phys. Rev. Lett*, 2003, **90**(4): 047905-1~4
- 6 Wang Chengzhi, Fang Maofa. Entanglement and decoherence in the interaction between two-mode squeezing vacuum state field and atom[J]. *Acta Physica Sinica*, 2002, **51**(9): 1989~1995
王成志, 方卯发. 双模压缩真空态与原子相互作用中的量子纠缠和退相干[J]. *物理学报*, 2002, **51**(9): 1989~1995
- 7 Liu T K, Wang J S, Feng J *et al.*. Entropy evolution properties in a system of two entangled atoms interacting with light field[J]. *Chin. Phys.*, 2005, **14**(3): 536~540
- 8 Zuo Zhanchun, Xia Yunjie. The evolution property of three-body entanglement measure in Tavis-Cummings model [J]. *Acta Physica Sinica*, 2003, **52**(11): 2687~2693
左战春, 夏云杰, Tavis-Cummings 模型中三体纠缠态纠缠量的演化特性[J]. *物理学报*, 2003, **52**(11): 2687~2693
- 9 Zhou Ming, Fang Jiayuan, Kong Fanzhi *et al.*. Influence of entangled-atoms pair on squeezing of field entropy [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(2): 340~343
周 明, 方家元, 孔凡志 等. 纠缠双原子对场熵压缩特性的影响 [J]. *光学学报*, 2007, **27**(2): 340~343
- 10 Shan Chuanjia, Xia Yunjie. The entanglement character of two entangled atoms in Tavis-Cummings model [J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(4): 1585~1590
单传家, 夏云杰. Tavis-Cummings 模型中两纠缠原子纠缠的演化特性[J]. *物理学报*, 2006, **55**(4): 1585~1590
- 11 Shangbin Li, Jingbo Xu. Entanglement, Bell violation and phase decoherence of two atoms inside an optical cavity[J]. *Phys. Rev. A*, 2005, **72**(8): 022332-1~9
- 12 Cai Xunming, Ge Guoqin, Yin Miao *et al.*. Coherently controlled periodic entanglement of two moving atoms in a cavity [J]. *Commun. Theor. Phys.*, 2008, **49**(4): 1017~1021
- 13 Guo Zhanying, Zhang Xinhai, Fang Jianxing *et al.*. Probabilistic teleportation of an arbitrary n -particle entangled state and its quantum logic circuit [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(2): 387~391
郭战营, 张新海, 方建兴 等. 任意 n 粒子纠缠态的概率传送及其量子逻辑线路[J]. *光学学报*, 2008, **28**(2): 387~391
- 14 Zhang Yongde, Wu Shengjun, Hou Guang *et al.*. *Quantum Information* [M]. Wuhan: Central China Normal University Press, 2002: 165~181
张永德, 吴盛俊, 侯 广 等. 量子信息论[M]. 武汉: 华中师范大学出版社, 2002, 165~181
- 15 Wei T. C, Nemoto K. Maximal entanglement versus entropy for mixed quantum states [J]. *Phys. Rev. A*, 2003, **67**(2): 022110-1~12
- 16 Verstraete F, Audenaert K, Moor B D. Maximally entangled mixed states of two qubits[J]. *Phys. Rev. A*, 2001, **64**(6): 012316-1~6
- 17 William K, Wootters. Entanglement of formation of an arbitrary state of two qubits [J]. *Phys. Rev. Lett*, 1998, **80**(10): 2245~2248
- 18 Miranowicz A, Grudka A. Ordering two-qubit states with concurrence and negativity[J]. *Phys. Rev. A*, 2004, **70**(3): 032326-1~4
- 19 Xiong Hengna, Guo Hong, Jiang Jian *et al.*. The relation between the entanglement of two atoms and the entanglement of two-mode fields [J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(6): 2720~2725
熊恒娜, 郭 红, 江 键 等. 原子间纠缠和光场模间纠缠的对应关系[J]. *物理学报*, 2006, **55**(6): 2720~2725
- 20 Zhang Wanjun, Wang Zhiguo, Xie Shuangyuan *et al.*. Interaction of an atom with a squeezed field of time-varying frequency[J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, **56**(6): 2168~2174
张婉娟, 王治国, 谢双媛 等. 频率变化的压缩态光场与原子的相互作用[J]. *物理学报*, 2007, **56**(6): 2168~2174