

文章编号: 0253-2239(2009)09-2421-07

基于多区域椭圆参数化描述的形状扩散 光学层析成像方法研究

阮平巧 刘艳芳 高峰 赵会娟 杨芳

(天津大学精密仪器与光电子工程学院, 天津 300072)

摘要 获取生物组织体的光学结构是扩散光学成像模式研究(如扩散光学层析技术和荧光分子成像技术)的核心内容。当假设组织器官中具有均匀光学参数时,光学结构的获取方法可归为基于形状的扩散光学层析成像(DOT)重建技术,该技术致力于同时重建组织器官的边界和内部光学参数。实现了二维的边界元正向模型,并与有限元正向模型的结果进行比较。反演问题中使用了截断奇异值(truncated-SVD)优化算法,并在 40 dB 噪声水平下用内部具有 3 个异质体的目标模型进行验证。数值结果表明,提出的图像重建算法具有良好的收敛性能,并能从噪声数据中准确恢复相应区域的形状参数和光学参数。

关键词 生物光学;扩散光学层析成像;边界元法;椭圆参数化描述;截断奇异值分解法;逆问题

中图分类号 Q63 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS20092909.2421

A Pilot Investigation into Shape-Based DOT Methodology with Elliptic Parameterization of Multi-Domains

Ruan Pingqiao Liu Yanfang Gao Feng Zhao Huijuan Yang Fang

(College of Precision Instrument and Optoelectronics Engineering, Tianjin University, Tianjin 300072, China)

Abstract Acquisition of the optical structures within a biological body is critical to all the diffuse light imaging modalities, such as diffuse optical tomography (DOT) and fluorescence molecular tomography (FMT). On an assumption of the optical homogeneity within the organs, it can be cast as a shape-based DOT issue, which aims to simultaneously recover the smooth region boundaries and optical properties of the biological tissue. The boundary element method (BEM) is used for the forward modeling and implemented in two dimensions, and compared with those obtained from the finite element method (FEM) approach for the validation. A truncated singular value decomposition(truncated-SVD) optimization method is implemented for the inverse problem, which is evaluated in a domain with 3 heterogeneous inclusions at 40 dB noise level. The numerical simulations show that the methodology is very promising and of good convergence. The shape parameters and the optical coefficients can be reconstructed with good accuracy at a reasonable noise level.

Key words Biotechnology; diffuse optical tomography(DOT); boundary element method; elliptic parameterization; truncated SVD; inverse problems

1 引 言

基于扩展光学层析成像(DOT)原理的在体光学分子层析技术,如荧光分子层析(Fluorescence

molecular tomography, FMT)和生物自发光层析(Bioluminescence tomography, BLT)等,是建立在特异细胞和生物大分子鉴别与定位基础上的活体生

收稿日期: 2008-08-27; 收到修改稿日期: 2008-12-29

基金项目: 国家 973 计划(2006CB705700)、国家自然科学基金(30870657, 60678049)和天津自然科学基金(07JCYBJC06600)资助课题。

作者简介: 阮平巧(1983—),男,博士研究生,主要从事基于形状的组织光学层析成像方面的研究。

E-mail: rpqcauc@tju.edu.cn

导师简介: 高峰(1963—),男,教授,主要从事组织光学成像方面的研究。E-mail: gaofeng@tju.edu.cn

物生理信息三维获取和定量分析方法,在特异性、灵敏性和实时性等一系列重要指标上具有其它模式无法同时兼有的优点,成为当今医学分子影像技术研究的热点之一^[1~3]。作为 DOT 技术的扩展和应用,在体光学分子层析遵循“软场”成像模式的基本原理,其核心为发展基于有效的光子传输模型的反演理论,从表面漫射光的时空分布测量信息中重建组织体内部的发光源参数(荧光产率和寿命、自发光源强度)的三维分布。在“软场”成像技术中,成像目标体的光学结构(即以解剖结构界定的吸收与散射系数的空间分布模式)与光子传输模型共同决定着其内部光子传输与分布规律,因此目标组织体背景光学结构的定量获取是实现光学分子层析技术的先决条件之一^[1~3]。Ntziachristos 小组的研究表明非均匀目标光学参数不确定性强烈影响 FMT 成像的量化精度^[4],Alexandrakis 等人对 BLT 的可行性研究中也指出,合理获取目标体光学结构对发光源的正确定位和定量至关重要^[5]。

尽管基于体元(Voxel)的常规 DOT 技术原则上仍可沿用于上述任务,但因其逆问题所呈现的高度非适定性,该技术尚未实现绝对光学参数的有效重建^[6,7]。随着计算机信息处理技术和医学成像技术的进步,以获取生物活体几何解剖结构的数字图像描述为目标的数字生物体技术已获得了广泛的研究和发展,而近年来逐步发展的基于形状的 DOT 技术则将数字生物体参数化描述技术和 DOT 基本原理相结合^[8~10],为目标生物体的复杂光学结构的获取问题提供了一个新的有效解决途径。基于形状的 DOT 技术使反演问题从大规模的体元光学参数重建变为基于先验解剖信息的复杂区域形状描述参数和各区域内部均匀光学参数的重建^[8],减少重建未知量的维数,使得问题的适定性大为改善,有利提高 DOT 成像分辨率和精度。本文利用目标体解剖结构的椭圆参数化表示技术和基于结构分区的光学参数均匀化的自然假设^[11~13],结合基于光子传输模型的逆问题求解策略^[14],建立了目标光学结构获取的“粗粒度”DOT 初步解决方案。

目前一般使用扩散方程(diffusion equation, DE)作为光子在组织体内传输的数学模型^[14],该方程的稳态形式为椭圆型偏微分方程,可使用基于体元剖分的有限元法(FEM)或基于表面剖分的边界元法(BEM)求解。与有限元法相比,边界元法只需对复杂区域的表面进行剖分,比体元剖分易于实现,而且对于不同区域的表面剖分是相互独立的,因而

可以对不同区域根据分辨率要求进行剖分^[15],这些特点使边界元法非常适合应用于基于形状的 DOT 技术。

DOT 反演问题数学上被视为一个基于光子传输模型的应用优化问题,即应用适合的搜索策略寻求光学参数的合理空间分布,以实现测量与模型估计量之间的最佳匹配。本文采用微扰法求解反演问题中所需的雅可比(Jacobian)矩阵,并使用截断奇异值分解方法(TSVD)求解目标函数的线性化近似方程,把反演问题归结为一个线性系统的迭代求解过程。

2 光子传输模型

使用扩散方程并结合 Robin 边界条件作为光子在组织体内传输的模型,表示为

$$-\nabla \cdot \kappa(\mathbf{r}) \nabla \Phi(\mathbf{r}) + \mu_a(\mathbf{r}) c \Phi(\mathbf{r}) = q(\mathbf{r}), \quad (1)$$

$$c \Phi(\xi) + 2\kappa(\xi) \frac{1 + R_f}{1 - R_f} s_n \cdot \nabla \Phi(\xi) = 0, \quad (2)$$

其中, $\Phi(\mathbf{r})$ 为光子密度, \mathbf{r} 为位置矢量, $\kappa = c/[3(\mu_a + \mu'_s)]$ 为扩散系数, c 为光在组织体内的速度, μ_a 为吸收系数, μ'_s 为约化散射系数, $q(\mathbf{r})$ 表示光源项; ξ 为表面点位置, R_f 为扩散传输内反射系数, s_n 为表面外法向单位矢量。

假设组织体内各器官具有不同的光学参数,而同一器官内的光学参数分布均匀,组织模型的拓扑结构就如图 1 所示,区域 $\Omega \subset R^2$ 由 4 个非连通组织区域 A_i 组成,每个区域 A_i 由光滑的闭合曲线 C_i 包围,区域 A_i 内具有相同的吸收系数和约化散射系数。测量过程中,在组织模型的最外层边界 $\partial\Omega$ 上布置 16 对光源光纤和探测光纤,并在重建过程中假定该边界保持不变。

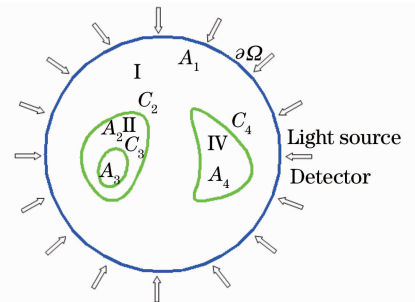


图 1 组织模型的拓扑结构 $\Omega = \bigcup_{k=1}^4 A_k$

Fig. 1 Topology of tissue model $\Omega = \bigcup_{k=1}^4 A_k$

基于上述的区域光学参数均匀化假设,该组织模型的扩散方程及其边界条件就等价于各均匀区域 A_i 中的亥姆霍兹(Helmholtz)方程,以及其内部边

界 $C_\ell (\ell = 2, 3, 4)$ 上的连续条件和最外层边界上的 Robin 边界条件^[9~11,13]。定义 $\Phi_\ell(\mathbf{r})$ 为子区域 Ω_ℓ 中的光子密度 $\Phi(\mathbf{r})$ ，子区域 A_ℓ 的扩散方程可表示为

$$\Delta\Phi_\ell(\mathbf{r}) - k_\ell^2\Phi_\ell(\mathbf{r}) = -q_\ell(\mathbf{r}), \mathbf{r} \in \Omega_\ell, \ell = 1, 2, 3, 4 \quad (3)$$

其中光源项 $q_\ell(\mathbf{r}) = q_1\delta_i/\kappa_\ell$ ， δ_i 是狄拉克(Dirac) 函数，表示在最外层光源项非零； $k_\ell^2 = \mu_{a,\ell}c/\kappa_\ell$ 为波数。相邻区域的光子密度和光流量在内部边界 $C_\ell (\ell = 2, 3, 4)$ 上需要满足连续条件

$$\begin{aligned} \Phi_{C_2\text{I}} &= \Phi_{C_2\text{II}}, & \kappa_{\text{I}}\partial\Phi_{C_2\text{I}} &= \kappa_{\text{II}}\partial\Phi_{C_2\text{II}}, \\ \Phi_{C_3\text{II}} &= \Phi_{C_3\text{III}}, & \kappa_{\text{II}}\partial\Phi_{C_3\text{II}} &= \kappa_{\text{III}}\partial\Phi_{C_3\text{III}}, \\ \Phi_{C_4\text{I}} &= \Phi_{C_4\text{IV}}, & \kappa_{\text{I}}\partial\Phi_{C_4\text{I}} &= \kappa_{\text{IV}}\partial\Phi_{C_4\text{IV}}, \end{aligned} \quad (4)$$

其中 $\partial = \hat{\nu} \cdot \nabla$ 表示边界 C_ℓ 上的法向导数， $\hat{\nu}$ 是边界 C_ℓ 的外法向，下标 C_ℓ 表示所处的边界，下标 I ~ IV 代表相应的区域。对于最外层边界 $\partial\Omega$ 需要满足

Robin 边界条件

$$c\Phi_1 + 2\kappa_1 \frac{1 + R_f}{1 - R_f} \partial\Phi_1 = 0. \quad (5)$$

3 基于边界元的正向模型

边界元方法的本质是把所研究的问题的微分方程变成边界积分方程，然后将区域的边界划分为有限个单元，也就是把边界积分方程离散化，得到只含有边界上的节点未知量的方程组，然后再进行数值求解。边界元法可分为两种基本类型，即间接法和直接法。本文使用间接边界元法，它从满足区域 A_ℓ 内 Helmholtz 方程的基本解 $G_\ell(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s)$ 入手，利用格林第二公式推导出扩散方程的边界积分方程^[13] (具体过程见附录)

$$c_i\Phi(\mathbf{r}_i) + \oint \Phi_\ell(\mathbf{r})\partial G_\ell(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}) - G_\ell(\mathbf{r}_i, \mathbf{r})\partial\Phi_\ell(\mathbf{r})\text{d}\mathbf{r} = \langle q_0, G_\ell(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}) \rangle, \quad (6)$$

其中 $\Phi(\mathbf{r}_i)$ 为节点 i 处的光子密度， $c_i = \theta/2\pi$ ， θ 为节点 i 处的切线角，当边界曲线在节点 i 处连续时， $\theta = \pi$ 。当把 q_0 看成空间域中的 $\delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}_s)$ 光源时， $\langle q_0, G_\ell(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}) \rangle = G_\ell(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_s)$ 。该积分方程的物理意义是边界上的任意一点的光子密度都可用边界上节点的光子密度及其法向方向导数的曲线积分表示。对于单层组织模型，区域边界剖分为 N 个节点，用节点上的光子密度 $\Phi = [\Phi^1, \Phi^2, \dots, \Phi^N]^T$ 和光子密度法向方向导数 $\partial\Phi = [\partial\Phi^1, \partial\Phi^2, \dots, \partial\Phi^N]^T$ 及全域线性基函数 $\varphi_j(\mathbf{r})$ 可表示边界上任意一点的光子密度 Φ 及其法向方向导数 $\partial\Phi$ ：

$$\Phi(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^N \Phi_j \varphi_j(\mathbf{r}), \quad \partial\Phi(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^N \partial\Phi_j \varphi_j(\mathbf{r}), \quad N \text{ 为剖分节点个数。边界积分方程(6) 被离散为含有 } 2N \text{ 个未知量的 } N \text{ 维线性方程组，该方程组的矩阵形式为}^{[11]}$$

$$\mathbf{A}\Phi - \mathbf{B}\partial\Phi = \mathbf{Q}, \quad (7)$$

其中，

$$A_{i,j} = c_i\delta_{ij} + \oint \partial G_\ell(\mathbf{r}_i, \mathbf{r})\bar{\omega}_j(\mathbf{r})\text{d}\mathbf{r}$$

$$B_{i,j} = \oint G_\ell(\mathbf{r}_i, \mathbf{r})\varphi_j(\mathbf{r})\text{d}\mathbf{r}$$

$$Q_i = G_\ell(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_s), \quad i, j = 1, 2, \dots, N$$

再利用 Robin 边界条件(5)可得到具有 $2N$ 个方程式的线性方程组，求解该方程组就可求得剖分节点上的光子密度及其法向方向导数。

对于如图 1 所示的多层组织模型，假设各区域边界被剖分为 N_ℓ 个节点，利用边界连续条件(4)和 Robin 边界条件(5)，可得到含有 $N = N_1 + 2(N_2 + N_3 + N_4)$ 个未知量的线性方程组

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}_{11\text{I}} + \alpha\mathbf{B}_{11\text{I}} & \mathbf{A}_{12\text{I}} & -\mathbf{B}_{12\text{I}} & 0 & 0 & \mathbf{A}_{14\text{I}} & -\mathbf{B}_{14\text{I}} \\ \mathbf{A}_{21\text{II}} + \alpha\mathbf{B}_{21\text{II}} & \mathbf{A}_{22\text{II}} & -\mathbf{B}_{22\text{II}} & 0 & 0 & \mathbf{A}_{24\text{II}} & -\mathbf{B}_{24\text{II}} \\ \mathbf{A}_{41\text{IV}} + \alpha\mathbf{B}_{41\text{IV}} & \mathbf{A}_{42\text{IV}} & -\mathbf{B}_{42\text{IV}} & 0 & 0 & \mathbf{A}_{44\text{IV}} & -\mathbf{B}_{44\text{IV}} \\ 0 & \mathbf{A}_{22\text{II}} & \mathbf{B}_{22\text{II}} & \mathbf{A}_{23\text{II}} & -\mathbf{B}_{23\text{II}} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_{32\text{III}} & \mathbf{B}_{32\text{III}} & \mathbf{A}_{33\text{III}} & -\mathbf{B}_{33\text{III}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{A}_{33\text{III}} & \mathbf{B}_{33\text{III}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{A}_{44\text{IV}} & \mathbf{B}_{44\text{IV}} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \Phi_{1\text{I}} \\ \Phi_{2\text{II}} \\ \partial\Phi_{2\text{II}} \\ \Phi_{3\text{III}} \\ \partial\Phi_{3\text{III}} \\ \Phi_{4\text{IV}} \\ \partial\Phi_{4\text{IV}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{1\text{I}} \\ Q_{2\text{II}} \\ Q_{4\text{IV}} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (8)$$

其中 $\Phi_{\ell m} = [\Phi_{\ell m}^1, \Phi_{\ell m}^2, \dots, \Phi_{\ell m}^{N_\ell}]^T$ ， $\partial\Phi_{\ell m} = [\partial\Phi_{\ell m}^1, \partial\Phi_{\ell m}^2, \dots, \partial\Phi_{\ell m}^{N_\ell}]^T$ 。

矩阵 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 的第一个数字下标 1~4 表示 (6) 式中节点 i 所处的边界, 后一个数字下标 1~4 表示 (6) 式中进行曲线积分的边界, 下标 I 到 IV 表示进行计算的区域, $\alpha = 2\kappa_I/c \times (1+R_I)/(1-R_I)$ 。(8) 式可计算出各边界剖分节点上的光子密度及其法向方向导数。

数值模拟中, 如图 1 所示, 在边界 $\partial\Omega$ 上布置 S 个光源 ($S = 16, s = 1, 2, \dots, S$) 和 D 个探测器 ($D = 16, d = 1, 2, \dots, D$), 依次在 s 处输入激光, 并在 16 个探测器处同时收集从组织体中出射的光子。定义 $\mathbf{M}_{s,d}$ 为当光源为 s 时在探测器 d 处测得的光流量, 并定义向量 \mathbf{M}_s 为当光源为 s 时所有探测器的光流量。定义 γ_ℓ 为边界 C_ℓ 的形状参数的集合, 区域 A_ℓ 内的光学参数由 $(\mu_{a\ell}, \kappa_\ell)$ 表示。定义 $\mathbf{U} = [\Phi_{11}\Phi_{21}\partial\Phi_{21}\Phi_{31}\partial\Phi_{31}\Phi_{41}\partial\Phi_{41}]^T$, \mathbf{Q} 表示 (8) 式中计算出的光源项, 于是可构建一个由边界元导出的线性系统 $T(\gamma_\ell, \mu_{a\ell}, \kappa_\ell)$

$$T(\gamma_\ell, \mu_{a\ell}, \kappa_\ell)[\mathbf{U}_1, \mathbf{U}_2, \dots, \mathbf{U}_s, \dots, \mathbf{U}_S] = [\mathbf{Q}_1, \mathbf{Q}_2, \dots, \mathbf{Q}_s, \dots, \mathbf{Q}_S], \quad (9)$$

得到各剖分节点的光子密度及其法向方向导数后, 再利用线性算子 $\mathbf{S}: R^N \rightarrow R^D$ 计算出 D 个测量点上的光流量: $\mathbf{M}_s = \mathbf{S}\mathbf{U}_s$ 。综合上述过程, 定义 $F(\gamma, \mu_a, \kappa)$ 为表示映射各区域形状参数 $\{\gamma_\ell\}$ 和光学参数 $\{(\mu_{a\ell}, \kappa_\ell)\}$ 到边界 $\partial\Omega$ 上的测量值 \mathbf{M} 的非线性正向算子, 并把该算子作为光子在组织体内传输的正向数值模型。

4 基于形状的 DOT 技术的反演问题

基于形状的 DOT 技术的反演问题就是从初始假设的形状参数 γ_ℓ^0 和光学参数 $(\mu_{a\ell}^0, \kappa_\ell^0)$ 开始, 寻找一组 γ_ℓ^* , $(\mu_{a\ell}^*, \kappa_\ell^*)$ 实现模型计算集 $F(\gamma, \mu_a, \kappa)$ 与测量数据 \mathbf{M} 的最佳匹配。于是反演问题就表述为最小二乘问题^[9,11]

$$\mathcal{E}(\gamma^*, \mu_a^*, \kappa^*) = \min_{\gamma, \mu_a, \kappa} \|\mathbf{W}(\mathbf{M} - F(\gamma, \mu_a, \kappa))\|_2^2, \quad (10)$$

其中 \mathbf{W} 为标定比例因子(rescaled data factor),

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} \frac{1}{M_1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \frac{1}{M_2} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & \frac{1}{M_{S \times D}} \end{bmatrix}.$$

本文使用基于正向问题线性化的截断 SVD 方

法处理上述最小二乘问题。定义 \mathbf{x} 为包含形状参数和光学参数等未知量的 n 维重建向量, \mathbf{J}_k 为非线性正向算子 F 的雅可比(Jacobian)矩阵。对目标函数进行线性化近似, 可得到

$$\mathbf{J}_k^T \mathbf{J}_k (\mathbf{x}^{k+1} - \mathbf{x}^k) = \mathbf{J}_k^T \mathbf{r}_k, \quad (11)$$

其中, $\mathbf{J}_k = \mathbf{W} \frac{\partial F(\gamma, \mu_a, \kappa)}{\partial \mathbf{x}} \Big|_{\mathbf{x}^k}$, $\mathbf{x}^k \in (\gamma, \mu_a, \kappa)$, $\mathbf{r}_k = \mathbf{W}[\mathbf{M} - F(\gamma, \mu_a, \kappa) \Big|_{\mathbf{x}^k}]$ 。

把雅可比矩阵 \mathbf{J}_k 奇异值分解, 则反演问题就转换为基于最小二乘解的迭代过程

$$\mathbf{x}^{k+1} = \mathbf{x}^k + \sum_{i=1}^n \frac{\mathbf{u}_i^T \mathbf{r}_k}{\sigma_i} \mathbf{v}_i, \quad (12)$$

其中 σ_i 为雅可比矩阵 \mathbf{J}_k 的奇异值, $\mathbf{u}_i, \mathbf{v}_i$ 分别为奇异值 σ_i 的左特征值和右特征值。

5 数值模拟结果及讨论

5.1 BEM 正向模型验证

对于高散射低吸收的组织体, 有限元法求解的结果等效于 Monte-Carlo 模拟, 所以本文将基于有限元法与基于边界元法的正向模型模拟结果进行比较。我们在边界 $\partial\Omega$ 及 $C_\ell, \ell=2, 3, 4$ 上布置 72 个测量点, 然后用边界元正向模型和有限元正向模型求解各测量点上的光子密度并进行比较。模拟的组织模型的拓扑结构如图 1 所示, 本模拟中各区域均使用圆形结构, 最外层区域 A_1 的半径为 20 mm, 内层区域 $A_\ell (\ell=2, 3, 4)$ 的边界几何参数及光学参数在表 1 中列出。图 2 为边界元法和有限元法计算的比较, 横坐标表示测量点到光源点的角度, 纵坐标表示测量点上的光子密度。有限元法使用了 30301 个节点, 60000 个三角体元, 边界元法各区域边界都使用 128 个节点剖分。如图 2 所示, 边界元法和有限元法计算出的光子密度在各个区域边界上都有较好吻

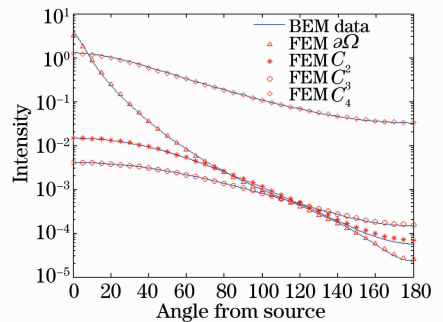


图 2 FEM 和 BEM 正向模型模拟的各边界上光子密度比较

Fig. 2 The comparison of photon density on the boundaries from the FEM and BEM forward modeling

合,该结果表明,边界元法能精确地求解光子在组织体内的传输问题。

表 1 组织模型的形状参数和光学参数

Table 1 The shape coefficients and optical coefficients of the tissue model

Region	Center /mm	Radius /mm	μ'_s/mm^{-1}	μ_a/mm^{-1}
A_1	(0,0)	20	1.0	0.01
A_2	(-8,0)	8	2.0	0.02
A_3	(-8,0)	4	3.0	0.03
A_4	(10,0)	5	2.0	0.02

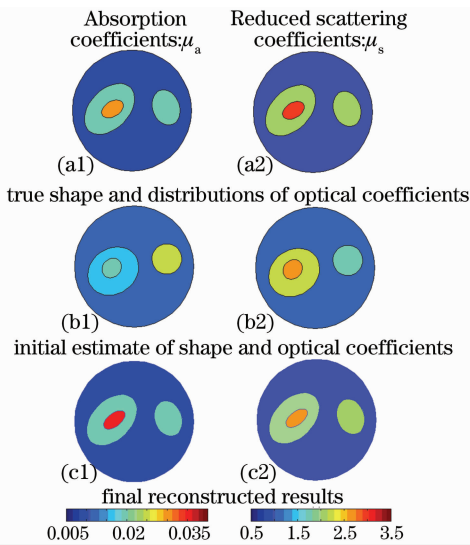


图 3 重建算法的验证结果示意图,左列表示吸收系数,右列表示约化散射系数

Fig. 3 An illustration of reconstruction arithmetic, left column shows images of absorption coefficients and right column shows images of reduced scattering coefficients

5.2 重建算法验证

本文把重建算法应用于拓扑结构如图 1 所示的组织模型,内部区域的边界 C_ℓ ($\ell = 2,3,4$) 由椭圆表示。最外层区域 A_1 的边界为圆形,半径为 40 mm,并在重建过程中保持不变。重建算法在 40 dB 噪声水平下同时恢复内部区域边界的形状参数及各区域中的

光学参数。各区域的真实光学参数、初始假设光学参数及最终重建参数在表 2 中列出,重建结果表明,背景区域及区域 A_2 和 A_4 中的光学参数能够精确重建,重建的光学参数的相对误差都小于 1%,但区域 A_3 的散射系数存在较大误差,吸收系数和约化散射系数的相对误差分别为 18.2% 和 9.8%。图 3 和图 4 展示了 50 次形状重建结果,图 3 中 (a1), (a2) 两图表示真实的形状和光学参数, (b1), (b2) 两图表示初始假设的形状和光学参数, (c1), (c2) 两图表示最终重建的结果,如图 5 所示,区域 A_2 和 A_4 的边界能够比较精确的重建,但区域 A_3 的重建边界存在一定的误差。图 5 是 50 次迭代的误差曲线图,横坐标表示迭代的次数,纵坐标表示测量数据与预测数据的相对误差,相对误差 $\epsilon = \|W[M - F(r, \mu, k)]\|_2^2$ 。

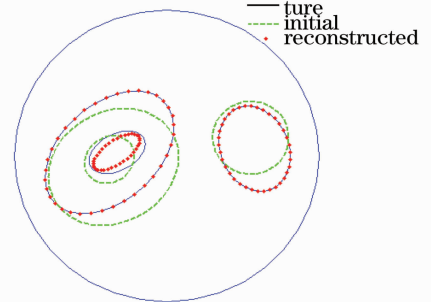


图 4 区域边界重建结果

Fig. 4 Reconstructed boundaries of regions

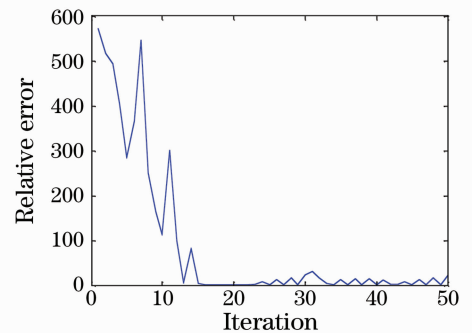


图 5 重建算法收敛曲线

Fig. 5 Convergence behavior for the reconstruction arithmetic

表 2 在 40 dB 噪声水平下各区域的光学参数重建结果

Table 2 The reconstructed optical properties at the 40 dB noise level

Optical Parameter	Expected value / mm^{-1}	Initial guess / mm^{-1}	Reconstructed value / mm^{-1}	Relative error /%
(μ_{a1}, μ'_{s1})	(0.01, 1.0)	(0.012, 1.2)	(0.01000, 1.00007)	(0.039, 0.007)
(μ_{a2}, μ'_{s2})	(0.02, 2.0)	(0.017, 2.2)	(0.01985, 1.99813)	(0.760, 0.093)
(μ_{a3}, μ'_{s3})	(0.03, 3.0)	(0.02, 2.6)	(0.03545, 2.70720)	(18.177, 9.759)
(μ_{a4}, μ'_{s4})	(0.02, 2.0)	(0.025, 1.8)	(0.01999, 2.00104)	(0.014, 0.052)

6 结 论

本文在椭圆边界表示法框架下讨论了二维形状 DOT 重建技术,大大减少了重建未知量,改善了反演问题的非适定型。从数值模拟结果可得,未知量的减少使得图像重建质量有显著提高。而区域内部光学特性均匀性假设使边界元-扩散模型得以应用,从而使正向问题低维,有效减少了计算量。重建算法中使用标定数据类型,该重建算法的收敛速度比较快,且具有较强的稳定性和抗噪能力。因为经过区域 A_1 及 A_2 对光子的强散射和吸收,边界测量数据对区域 A_3 的形状参数和光学参数的灵敏度降低,使得算法在深层区域 A_3 的重建精度上有所下降。

作为研究的第一步,本文只使用椭圆参数化边界表示技术,尚不能精确描述具有复杂形状的边界,在后续工作中我们将发展基于傅里叶基函数的复杂边界描述技术,在此基础上,发展基于球谐函数边界描述的三维形状 DOT 技术。

参 考 文 献

- 1 Zhang Limin, He Huiyuan, Gao Feng. Fluorescence Molecular Tomography Based on Full Time-resolved Scheme [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(7): 1262~1268
张丽敏,和慧园,高峰. 荧光分子层析中的全时间分辨图像重建法[J]. 光学学报, 2008, **28**(7): 1262~1268
- 2 S. R. Cherry. In vivo molecular and genomic imaging: new challenges for imaging physics[J]. *Phys. Med. Biol.*, 2004, **49**: 13~48
- 3 V. Ntziachristos, J. Ripoll, L. H. V. Wang *et al.*. Looking and listening to light: the evolution of whole-body photonic imaging [J]. *Nat. Biotech.*, 2005, **23**: 13~320
- 4 V. Ntziachristos, R. Weissleder. Experimental three-dimensional fluorescence reconstruction of diffuse media using a normalized Born approximation [J]. *Opt. Lett.*, 2001, **26**(12): 893~895

附录

为了简化推导过程,我们只考虑有区域 A_1 和 A_2 的情况。子区域 A_ℓ 的扩散方程可表示为

$$\Delta \Phi_\ell(\mathbf{r}) - k_\ell^2 \Phi_\ell(\mathbf{r}) = -q_\ell(\mathbf{r}),$$

$$\mathbf{r} \in \Omega_\ell, \quad \ell = 1, 2 \quad (\text{a1})$$

区域 A_ℓ 中相应的基本解方程为

$$\Delta G_\ell(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) - k_\ell^2 G_\ell(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) = -\delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s),$$

$$\mathbf{r} \in \Omega_\ell, \quad \ell = 1, 2 \quad (\text{a2})$$

Helmholtz 方程的二维基本解为

$$G_\ell(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) = \frac{1}{4j} H_0^2(-jk_\ell |\mathbf{r} - \mathbf{r}_s|),$$

其中 $H_0^2(-jk_\ell |\mathbf{r} - \mathbf{r}_s|)$ 为零阶的第二类汉克尔函

- 5 G. Alexandrakis, F. R. Rannou, A. F. Chatziioannou. Effect of optical property estimation accuracy on tomographic bioluminescence imaging: simulation of a combined optical-PET (OPET) system [J]. *Phys. Med. Biol.*, 2006, **51**(8): 2045~2053
- 6 Yang Fang, Ma Yiwen, Gao Feng *et al.*. Multi-level wavelet domain decomposition based time-domain diffuse optical tomography[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(8): 1571~1578
杨芳,马艺闻,高峰等. 一种基于多级小波域分解的时域扩散光学层析成像方法的研究[J]. 光学学报, 2008, **28**(8): 1571~1578
- 7 Meng jing, Wang Jiajun, Huang Xianwu *et al.*. Multi criterion reconstruction method for optical tomography[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, **26**(9): 1340~1344
孟静,王加俊,黄贤武等. 一种光学层析图像的多准则重建方法[J]. 光学学报, 2006, **26**(9): 1340~1344
- 8 Kohlemainen V, Arridge S R, Lionheart W R B. Recovery of region boundaries of piecewise constant coefficients of an elliptic PDE from boundary data[J]. *Inverse Problems*, 1999, **15**(5): 1375~1391
- 9 Kohlemainen V, Vauhkonen M, Kaipio J P. Recovery of piecewise constant coefficients in optical diffusion tomography [J]. *Opt. Express*, 2000, **7**(13): 481~491
- 10 Kohlemainen V, Arridge S R, Vauhkonen M. Simultaneous reconstruction of internal tissue region boundaries and coefficients in optical diffusion tomography[J]. *Phys. Med. Biol.*, 2000, **45**(11): 3267~3283
- 11 A. D. Zacharopoulos, S. R. Arridge, O. Dorn. Three-dimensional reconstruction of shape and piecewise constant region values for optical tomography using spherical harmonic parametrization and a boundary element method [J]. *Inverse Problems*, 2006, **22**(5): 1509~1532
- 12 A. D. Zacharopoulos, S. R. Arridge, O. Dorn. 3D shape reconstruction in optical tomography using spherical harmonics and BEM [J]. *Journal of Electromagnetic Waves and Applications*, 2006, **20**(13): 1827~1836
- 13 J. Sikora, A. D. Zacharopoulos, A. Douiri. Diffuse photon propagation in multi-layered geometries [J]. *Phys. Med. Biol.*, 2006, **51**(3): 497~516
- 14 S. R. Arridge, Optical tomography in medical imaging [J]. *Inverse Problems*, 1999, **15**(2): R41~R93
- 15 S. Srinivasan, B. W. Pogue, C. Carpenter. A boundary element approach for image-guided near-infrared absorption and scatter estimation[J]. *Medical Physics*, 2007, **34**(11): 4545~4557

数。

把(a1)式和(a2)式分别乘以 $\Phi_\ell(\mathbf{r})$ 和 $G_\ell(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s)$ 并相减可得

$$\Phi_\ell(\mathbf{r}) \Delta G_\ell(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) - G_\ell(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) \Delta \Phi_\ell(\mathbf{r}) = -\delta(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) \Phi_\ell(\mathbf{r}) + q_\ell(\mathbf{r}) G_\ell(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s). \quad (\text{a3})$$

利用格林函数的性质,即

$$G_\ell(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) = G_\ell(\mathbf{r}_s, \mathbf{r}) \quad (\text{a4})$$

替换(a3)式中的变量 \mathbf{r} 和 \mathbf{r}_s , 并对式子两端都对变量 \mathbf{r}_s 在区域 A_ℓ 中进行体积分,利用格林第二公式便可得到边界积分公式

$$\Phi_\ell(\mathbf{r}) = \left(\int_{C_\ell} - \int_{C_{\ell+1}} \right) [G_\ell(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) \partial \Phi_\ell(\mathbf{r}_s) - \Phi_\ell(\mathbf{r}_s) \partial G_\ell(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s)] dS(\mathbf{r}_s) + Q_\ell(\mathbf{r}), \quad \mathbf{r} \in A_\ell \quad (\text{a5})$$

其中光源项 $Q_\ell(\mathbf{r})$ 为

$$Q_\ell(\mathbf{r}) = \int_{A_\ell} q_\ell(\mathbf{r}_s) G_\ell(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) d(\mathbf{r}_s). \quad (\text{a6})$$

当 \mathbf{r} 靠近 \mathbf{r}_s 时,基本解 $G_\ell(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s)$ 是奇异的,所以当 \mathbf{r} 靠近边界 C_ℓ 时,(a5) 式的边界积分是奇异的,边界积分公式必须按文献[11]提出的方法处理,边界点

的光子密度可表示成

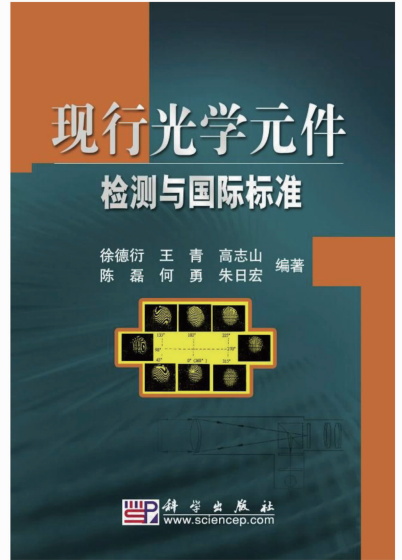
$$c_\ell(\mathbf{r}) \Phi_\ell(\mathbf{r}) = \left(\int_{C_\ell} - \int_{C_{\ell+1}} \right) (G_\ell(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s) \partial \Phi_\ell(\mathbf{r}) - \Phi_\ell(\mathbf{r}) \partial G_\ell(\mathbf{r}, \mathbf{r}_s)) dS(\mathbf{r}_s) + Q_\ell(\mathbf{r}), \quad \mathbf{r} \in C_\ell, \quad (\text{a7})$$

该式中的曲线积分去掉了奇异点,并用 $c_\ell(\mathbf{r})$ 函数补偿,该函数只与边界的光滑程度有关,并可表示为 $c_\ell(\mathbf{r}) = \theta(\mathbf{r})/2\pi$,对于光滑的曲线 $c_\ell(\mathbf{r}) = 1/2$ 。

《现行光学元件检测与国际标准》 新书宣传材料

《现行光学元件检测与国际标准》重点介绍光学元件检测领域中的新近进展、方法、技术、需求和标准。全书共 10 章,主要论述:现代光学的发展对光学元件检测的需求;计量概念与误差及精度的必要知识;光学元件检测基础;光学元件的参数检测和性能检测的现行技术,侧重对特殊元件、光学表面面形、表面缺陷及表面粗糙度等内容的叙述以及相关的新旧标准的转换;介绍了光学元件技术要求和检测要求的国际标准(ISO10110)的最新内容和有关的辅助资料;最末一章,围绕光学元件检测设置了几个常用的实验实习课题;每章末附有参考文献。本书附录汇总了光学检测中四个常用的资料。书后汇总了以往的光学检测书籍。

本书由南京理工大学兼职教授、原中国科学院上海光学精密机械研究所徐德衍研究员与南京理工大学电光学院高志山教授等共同编著。可供从事光学、光学工程(尤其光学制造技术与检测)的科技人员与工艺技术人员参考,也可供大专院校有关专业的师生阅读或作为参考教材。



书名 现行光学元件检测与国际标准
 价格 50 元 页数 302 页

出版 科学出版社 ISBN978-7-03-025083-4
 出版日期 2009 年 9 月