

文章编号: 0253-2239(2009)09-2395-07

# 基于噪声方差来计算变分图像反卷积的 规整化参数

刘 鹏 刘定生

(中国科学院对地观测与数字地球科学中心, 中国科学院数字地球科学重点实验室, 北京 100086)

**摘要** 采用定点迭代进行变分图像恢复并在这个计算框架下提出利用噪声方差选择规整化参数的方法。假定已知观测图像中初始噪声统计特性。为了在反卷积过程中正确地估计噪声的方差, 构造一幅纯噪声图像跟实际的观测图像同步进行反卷积计算, 并把纯噪声图像的方差作为观测图像中噪声方差的估计值来辅助计算规整化参数。针对规整化的各项异性, 提出了能够保持两种噪声同步变化的特殊的规整化项。在能够准确知道迭代过程中图像包含噪声的方差的时候, 建立了规整化参数  $\lambda$  与图像噪声方差之间的关系式。实验证明新的算法不但更好地抑制了噪声而且避免了过平滑, 明显提高了基于定点迭代法计算变分图像恢复的适应性。

**关键词** 图像处理; 图像恢复; 噪声方差; 变分法; 规整化参数

中图分类号 TP751 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS20092909.2395

## Selecting Regularization Parameter In Image Restoration Based On the Variance Of Noise

Liu Peng Liu Dingsheng

(The Key Laboratory of Digital Earth Sciences, Chinese Academy of Science, Center for Earth Observation  
and Digital Earth, Chinese Academy of Science, Beijing 100086 China)

**Abstract** The fixed point iteration is employed when we restore the image by total variation, and we propose to select the regularization parameter by variance of noise in the iteration. The initial noise statistical properties in observe image is known hypothetically. In order to correctly estimate the variance of noise in iteration, a pure synthesis noise as an image is synchronously iterated with the observation image in de-convolution, and we take variance of pure noise image as the estimation of the variance of noise in observation image to compute the regularization parameter by the variance. Against the anisotropy of the regularization, the novel regularization term that can ensure the synchronous changing of the statistical properties of two noises was propose in this article. The new regularization term is put into use only in iteration of pure noise image, and the similarity of statistical properties between actual image noise and pure noise can be maintained in iteration. Under the condition of knowing the variance of noise of image in iteration, the relationship between the variance of synthetic noise and the regularization parameter  $\lambda$  can be established. The adaptability of total variation based image restoration is dramatically improved.

**Key words** image praessing; image restoration; variance of noise; regularization parameter; total variance

## 1 引 言

在图像恢复中, 规整化参数  $\lambda$  控制着平滑作用

的强度, 选择规整化参数是图像恢复过程中必然遇到的问题。对于变分去噪声情况, 已经有一些研究

收稿日期: 2008-10-30; 收到修改稿日期: 2008-12-09

基金项目: 中国科学院杰出青年基金科技部“十五”科技攻关重大专项(2002BA104A03)资助课题。

作者简介: 刘 鹏(1977—), 男, 博士研究生, 主要从事遥感图像处理, 图像处理中的逆问题等方面的研究。

E-mail: pliu@ceode.ac.cn.

导师简介: 刘定生(1955—), 男, 博士生导师, 研究员, 主要从事遥感图像处理、并行计算、网格等方面的研究。

E-mail: dsliu@ceode.ac.cn.

人员讨论过  $\lambda$  的选择问题<sup>[1~4]</sup>。反卷积中的规整化与纯粹的除噪平滑有一些相似性,但实际并不相同。规整化参数的选择问题一直是逆问题领域的研究热点,经典的方法有交叉检验, L-Curve, 相容原则, 贝叶斯估计等方法。

V. A. Morozov<sup>[5]</sup>的相容原则认为,噪声的方差与观测图像的估计值的残差的二阶范数满足特殊的关系。相容原则的缺点是容易让估计图像变得过于平滑<sup>[6]</sup>。交叉检验选择规整化参数的方法<sup>[7,8]</sup>不依赖噪声的先验知识,它的基本思想是让交叉检验的目标函数最小。交叉检验的弱点是目标函数有可能比较扁平,有的时候不容易得到极值。

L-Curve 方法中,当规整化参数增大时,噪声应该是减小的,所以当残差的平方范数增大时解的平方范数是减小的,那么从直觉上看最好的规整化参数应该选在残差变化曲线的拐角处。在实际计算中可以只计算比较少的点, L-Curve 位置可以从少数点的弧度估计出来<sup>[9]</sup>。

实际上还有一大类的规整化参数的计算方法是基于贝叶斯估计的<sup>[10~15]</sup>。这类方法都是假设了图像和噪声的分布规律,因此可以得到图像和规整化参数的联合分布。然后使用最大后验概率来估计规整化参数。基于贝叶斯的方法有两个困难,一是图像和参数  $\lambda$  的分布规律不可能准确知道,需要假设,二是在非线性规整化过程中噪声和图像的分布规律是一直变化的,这种变化的描述也比较困难。

在讨论规整化参数时,大部分经典算法<sup>[6~15]</sup>都假设了规整化部分可以写成矩阵相乘的线性形式的二次规整化,这样的形式比较容易离散化计算。但是以全变分为代表的一大类各项异性的规整化的离散化计算本身就比较困难,所以难以直接写成线性形式。全变分图像恢复的离散化计算方法有定点迭代法<sup>[16]</sup>、时间步进法<sup>[17]</sup>和素对偶的方法<sup>[18]</sup>。既然非线性的规整化不可能完全直接线性化,那么在计算的过程中必须近似的把规整化表示成线性形式,而此时一般并不存在一个稳定不变的规整化矩阵,因此上面提到的一些假设了这种线性规整化形式的规整化参数选择算法就变得比较难于使用。显然,在新的计算框架下,很多方法可能都不适应了。对于定点迭代法,文献<sup>[16]</sup>中也没有给出  $\lambda$  的计算方法来适应非线性的规整化问题。为此,在本文将详细讨论采用定点迭代法的计算框架下利用噪声方差辅助计算规整化参数的算法。

## 2 定点迭代

图像恢复是典型的逆问题,图像模糊的过程可以表示成

$$z = k * u + n, \tag{1}$$

其中  $k$  为卷积核函数,  $*$  为卷积运算,  $u$  为原始图像,  $z$  为观测图像,  $n$  为加性噪声,假设噪声服从方差  $\sigma^2$  已知的高斯分布,所以  $n \sim N(0, \sigma^2)$ 。获得  $u$  一般采用反卷积的方法。基于全变分<sup>[16~18]</sup>规整化的图像恢复可为目标函数

$$T(u) = \frac{1}{2} \int_S (k * u - z)^2 dx dy + \lambda \int_S |\nabla u| dx dy, \tag{2}$$

式中  $S$  为图像的支持域,  $\int_S |\nabla u| dx dy$  为规整化部分,  $\lambda$  为规整化参数,  $|\nabla u|$  为  $u$  梯度的模,更一般的规整化形式为  $\int_S \varphi(|\nabla u|) dx dy$ <sup>[19]</sup>, 很多研究<sup>[19~23]</sup>曾经关注  $\varphi(|\nabla u|)$  的具体形式,目的就是既要抑制噪声又要保持图像边缘和细节,这些改进都取得了明显的成功。

把  $u$  看作变量,最小化目标函数,可以利用 Euler-Lagrange 方程获得,与文献<sup>[16]</sup>的情形完全一样。

$$\frac{\partial T(u)}{\partial u} = k^* * (z - k * u) + \lambda \operatorname{div} \left( \frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) = 0. \tag{3}$$

式中  $k^*$  为  $k$  的对偶算子,  $\operatorname{div}(\cdot)$  为散度运算。为了解方程(3),有定点迭代法<sup>[16]</sup>、素对偶的方法<sup>[18]</sup>和时间步进法<sup>[17,24]</sup>。采用定点迭代法,有方程

$$[K^* K + \lambda L(u^m)] u^{m+1} = K^* z, \tag{4}$$

式中  $Ku^{m+1}$  为卷积  $k * u^{m+1}$  的矩阵向量乘形式,  $L(u)$  为构造的微分算子<sup>[16]</sup>, 当它作用于  $w$  时可以表示为

$$L(u)w = -\nabla \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{|\nabla u|^2 + \beta}} \nabla w \right). \tag{5}$$

$U$  表示估计图像,在文献<sup>[16]</sup>中求解方程(4)采用

$$G = [K^* K + \lambda L] U^m - K^* z; \tag{6}$$

$$[K^* K + \lambda L] \Delta U^{m+1} = -G; \tag{7}$$

$$U^{m+1} = U^m + \Delta U. \tag{8}$$

方程(6)可以直接计算得到,  $\Delta U^{m+1}$  采用共轭梯度计算得到。所以计算有两层循环,外层循环是定点迭代,内层循环是(7)式的共轭梯度。

定点迭代中确定合适的  $\lambda$  十分的困难。文献<sup>[16]</sup>没有给出的  $\lambda$  的计算方法,为了更好的规整化,本文提出利用噪声的方差来计算规整化参数  $\lambda$ 。为了准确的估计迭代过程中  $u^m$  所包含噪声  $n^m$  的统计特性,本文提出构造一个完全是噪声的附加图像

$\bar{n}^m$  同步迭代辅助计算,  $\bar{n}^m$  的大小跟图像  $u^m$  完全相同, 开始时让  $\bar{n}^0$  和图像中的噪声  $n^0$  服从相同分布, 已经假设  $n^0 \sim N(0, \sigma^2)$ , 所以有  $\bar{n}^0 \sim N(0, \sigma^2)$ 。在迭代中维持  $\bar{n}^m$  和  $n^m$  统计特性相同的困难在于规整化的非线性, 下文将详细讨论如何保持  $\bar{n}^m$  和  $n^m$  统计特性相同。要注意的是  $\bar{n}$  是单独存在的, 而  $n$  是加到图像里并跟图像一起存在的。

### 3 基于噪声的方差来计算定点迭代的规整化参数

#### 3.1 构造新的规整化 $L(u^m) \bar{n}^{m+1}$

如上文所述为了利用噪声的方差来计算  $\lambda$ , 以  $\bar{n}^m$  作为先验知识来辅助估计图像中的噪声  $n^m$  统计特性, 迭代时总是让  $\bar{n}^m$  和  $u^m$  同步进行类似的计算, 以便能够保持  $n^m$  和  $\bar{n}^m$  有相同的统计特性。但是因为全变分规整化是非线性的, 因此直接利用同步噪声迭代不能保持  $n^m$  和  $\bar{n}^m$  有相同的统计特性。

在迭代中图像  $u^m$  包含的纯噪声部分表示为  $n^m$ , 图像  $u^m$  中包含的纯图像部分表示为  $v^m$ , 因为规整化是非线性的, 这样将有

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \left[ \frac{\nabla(v^m + n^m)}{|\nabla(v^m + n^m)|} \right] &\neq \\ \operatorname{div} \left[ \frac{\nabla(v^m)}{|\nabla(v^m)|} \right] + \operatorname{div} \left[ \frac{\nabla(n^m)}{|\nabla(n^m)|} \right]. \end{aligned} \quad (9)$$

所以直接用(4)式那样定点迭代同步求解(10)式是不能保证  $\bar{n}^m$  和  $n^m$  有相同的统计特性的。

$$\begin{cases} k^* * (z - k^* u) + \lambda \operatorname{div} \left( \frac{\nabla u}{|\nabla u|} \right) = 0, \\ k^* * (\bar{n}^0 - k^* \bar{n}) + \lambda \operatorname{div} \left( \frac{\nabla \bar{n}}{|\nabla \bar{n}|} \right) = 0. \end{cases} \quad (10)$$

既然同步求解无法保证  $\bar{n}^m$  和  $n^m$  有相同的统计特性, 那么也就无法利用来估计合适的规整化参数  $\lambda$ 。

综上所述, 必须改造关于  $\bar{n}^m$  的定点迭代算法才能让  $\bar{n}^m$  和  $n^m$  有相同的统计特性。提出新的迭代方程作为附加的同步迭代方程

$$[K^* K + \lambda L(u^m)] \bar{n}^{m+1} = K^* \bar{n}^0. \quad (11)$$

本文定义公式中

$$L(u^m) \bar{n}^{m+1} = -\nabla \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{|\nabla u^m|^2 + \beta}} \nabla \bar{n}^{m+1} \right). \quad (12)$$

联合(4)式和(11)式, 就构造了新的同步定点迭代

$$\begin{cases} [K^* K + \lambda L(u^m)] \bar{n}^{m+1} = K^* \bar{n}^0, \\ [K^* K + \lambda L(u^m)] u^{m+1} = K^* z. \end{cases} \quad (13)$$

(11)式的形式和作用都非常特殊, 它对噪声  $\bar{n}^{m+1}$  也有反卷积的作用和平滑的作用。其中规整化部分  $L(u^m) \bar{n}^{m+1}$  对噪声平滑的方向和强度都参考了图像的边缘特征。一方面, 平滑的方向总是沿着图像  $u^m$  的局部边缘的切向进行, 而不是沿着噪声  $n^m$  本身散乱地进行; 另一方面, 当处于图像  $u^m$  的强边缘或  $|\nabla u^m|$  大的地方时, 规整化对噪声  $n^{m+1}$  对应位置的平滑作用减弱。很明显,  $L(u^m) \bar{n}^{m+1}$  对纯噪声  $\bar{n}^{m+1}$  的作用与  $L(u^m) u^{m+1}$  对图像中噪声  $n^{m+1}$  的作用效果应该是十分的相似的, 因此  $\bar{n}^{m+1}$  和  $n^{m+1}$  可以一直保持相似的统计特性。

在迭代中任意的  $m$ , 从局部看是不可能知道图像中噪声  $n^m$  在每一点的大小的, 但是因为同步迭代过程中  $\bar{n}^m$  的整体上的分布规律一直跟  $n^m$  的分布规律非常的接近, 可以随时知道噪声  $n^m$  整体上的分布规律。这里重申一下: 实际上在迭代的过程中是同步计算  $\bar{n}^m$  和  $u^m$ , 其中  $u^m$  是正常的要被恢复图像,  $\bar{n}^m$  是纯噪声图像。噪声图像  $\bar{n}^m$  的存在是为了辅助估计  $u^m$  中当前噪声的  $n^m$  统计特性。

#### 3.2 利用 $\bar{n}^m$ 计算 $\lambda$

根据上面的分析, 当  $\lambda$  保持相同, 当求解同步迭代(13)式时, 可以认为  $\bar{n}^m$  的统计特性近似就是当前加性噪声  $n^m$  的统计特性。

反过来, 希望通过对噪声  $n^m$  或  $\bar{n}^m$  的控制求解公式中合适的规整化参数  $\lambda$ 。 $\lambda$  与  $\bar{n}^m$  的关系是很明显的。当  $\bar{n}^m$  大时代表噪声很大, 需要强烈的平滑, 自然需要  $\lambda$  的值比较大。 $\bar{n}^m$  很小时代表噪声很小, 自然需要小的  $\lambda$  值。这里用方差来衡量噪声的大小。噪声方差与规整化参数的关系很多文献都讨论过<sup>[25~28]</sup>, 在文献[29]中基于贝叶斯的模型提出了<sup>[14, 29]</sup>。

$$\lambda = \frac{N \cdot \sigma^2}{f_{\text{TV}}(u^m)}, \quad (14)$$

式中  $f_{\text{TV}}(u^m) = \sum_{i,j} \sqrt{(u_x^m)^2 + (u_y^m)^2}$ ,  $N$  为图像中像素数的总和,  $\sigma^2$  为噪声方差。借鉴文献[29]中的形式, 加上可以及时准确地估计迭代中的噪声方差, 所以提出在同步迭代中

$$\lambda = \frac{N \cdot f_{\text{var}}(\bar{n}^m)}{f_{\text{TV}}(u^m)}. \quad (15)$$

根据(15)式,  $\lambda$  在迭代中不断更新。(15)式非常直接而且简单, 但是后面的实验结果证明它非常的有效。原因在于同步迭代中,  $f_{\text{var}}(\bar{n}^m)$  确实跟图像中的噪声方差  $f_{\text{var}}(n^m)$  非常的接近。到现在为止总结一下算法的流程

1)  $u^0 = z, \bar{n}^0 \sim N(0, \sigma^2)$ , 而且初始方差  $\sigma^2$  为已知.  $m = 0$

2) 构造定点迭代方程

$$\begin{cases} [K^* K + \lambda L(u^m)] \bar{n}^{m+1} = K^* \bar{n}^0, \\ [K^* K + \lambda L(u^m)] u^{m+1} = K^* z \end{cases},$$

其中让  $\lambda = \frac{N \cdot f_{\text{var}}(\bar{n}^m)}{f_{\text{TV}}(u^m)}$ .

3) 利用共轭梯度法同步求解

$$\begin{cases} [K^* K + \lambda L(u^m)] \bar{n}^{m+1} = K^* \bar{n}^0 \\ [K^* K + \lambda L(u^m)] u^{m+1} = K^* z \end{cases}$$

中的  $u^{m+1}$  和  $\bar{n}^{m+1}$ .

4) 如果  $u^{m+1}$  满足收敛条件则迭代结束, 否则  $m = m + 1$  并回到 2)。

### 4 实验结果

核心思想是参考迭代过程中噪声方差来计算规整化参数  $\lambda$ , 那么方差估计的准确性是关键。为了验证本文估计噪声方差方法的正确性, 首先进行仿真试验。本文提出的算法要求构造  $\bar{n}^m$ , 并让  $\bar{n}^m$  跟  $n^m$  服从相同的分布, 迭代中利用  $\bar{n}^m$  作为  $n^m$  的估计值。这样做的原因是在实际的应用中不可能知道  $n^0$  和  $n^m$  任意一点的值, 但是在仿真状态下, 是可以确切地知道  $n^0$  和  $n^m$  的值。

在图 1 中, 图 1(a) 是迭代中噪声的方差,  $\bar{n}^m$  的方差由  $f_{\text{var}}(\bar{n}^m)$  表示, 在图中是虚线;  $n^m$  的方差由  $f_{\text{var}}(n^m)$  表示, 在图中是实线。可以看到在迭代的过程中,  $f_{\text{var}}(\bar{n}^m)$  和  $f_{\text{var}}(n^m)$  一直比较接近。除了定量的分析, 还可以看到定性的比较, 如图 1(c) 和图 1(d)。由于全变分是非线性的各项异性平滑, 图

像中剩余的噪声自然不是均匀的如图 1(d), 显然图 1(c) 中的  $\bar{n}^m$  也具备这些相同的特点。

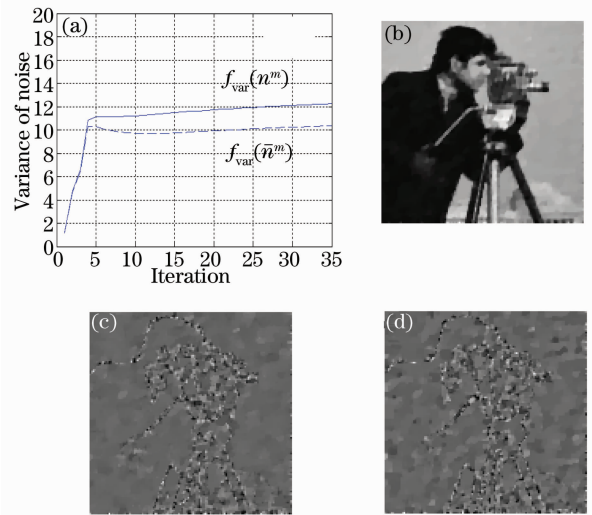


图 1 检验  $\bar{n}^m$  和  $n^m$  的统计特性

Fig. 1 Validate the statistical property of  $\bar{n}^m$  and  $n^m$

图 1 已经验证了利用  $\bar{n}^m$  估计  $n^m$  的合理性。目前还没有其他在定点迭代法框架下自动计算规整化参数的算法可以比较, 而且手工选择不同的规整化参数往往能更确凿的说明  $\lambda$  对图像恢复的效果的影响, 所以本文将手工选择规整化参数  $\lambda$  的方法和本文方法进行了比较。实验中所用到的图像大小都是  $128 \text{ pixel} \times 128 \text{ pixel}$ , 仿真实验中使用已知的点扩展函数。三个实验的原图像不同, 初始噪声方差也不同。

在图 2 是初始方差为 1 的人工合成模糊图像, 图 2(b) 为规整化参数  $\lambda$  随迭代过程的变化趋势图。本文通过迭代方法重建模糊图像如图 2(c) 所示, 与

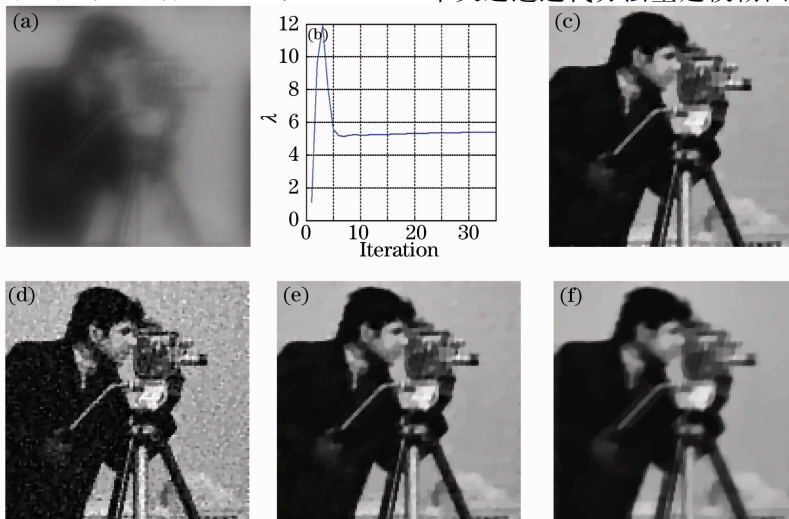


图 2 初始噪声方差为 1 时的人工合成图像恢复

Fig. 2 Synthetic images with initial variance of noise is 1

图 2(d), (e), (f) 这三个分别为  $\lambda=1, \lambda=5, \lambda=15$  的重建图像相比, 其中图 2(e) 与 (c) 较接近, 因为从图 2(b) 中可以看出  $\lambda$  的最优值在 5 附近, 而图 2(d) 所示, 当  $\lambda$  较小 ( $\lambda=1$ ) 时, 包含了过多的噪声, 图 2(f) 中当  $\lambda$  较大 ( $\lambda=15$ ) 时, 有明显的过平滑现象。

同理, 当选择不同的初始噪声方差 (如图 3 中为 3, 图 4 中为 9) 时, 必须设定不同的  $\lambda$  来获得接近最

优的结果 [如图 3(e) 中  $\lambda=9$ , 图 4(e) 中  $\lambda=10$ ]。本文通过把规整化参数  $\lambda$  的选择问题转化成对当前噪声水平的估计, 可以随着噪声水平的变化自动地对  $\lambda$  进行规整化, 从图 2(c), 图 3(c), 图 4(c) 可知, 在不同的初始噪声的情况下, 本文的算法都能获得很好的图像重建效果, 既不包含过多的噪声 [图 3(d) 和图 4(d)], 又不会使图像过平滑 [图 3(f) 和图 4(f)]。

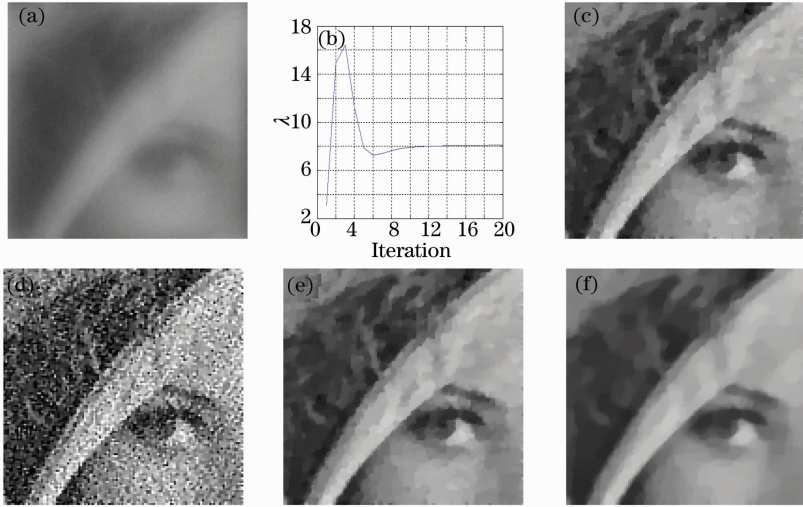


图 3 初始噪声方差为 3 时的人工合成图像恢复

Fig. 3 Synthetic images with initial variance of noise is 3

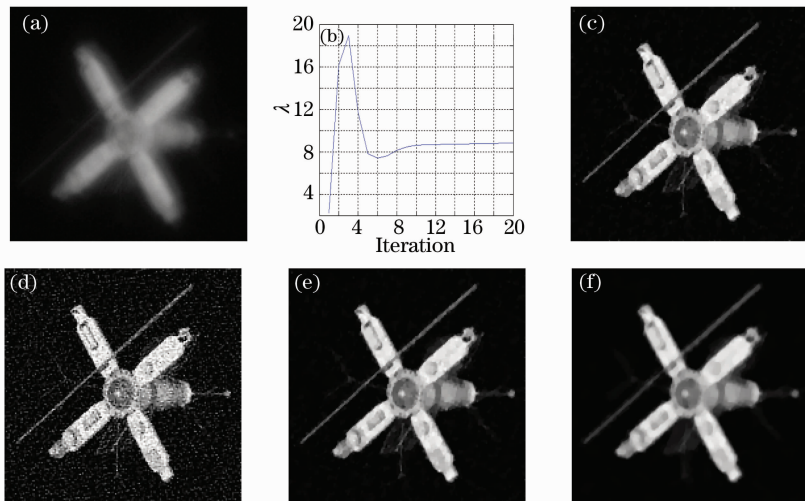


图 4 初始噪声方差为 9 时的人工合成图像恢复

Fig. 4 Synthetic images with initial variance of noise is 9

对于手工选择  $\lambda$  的算法, 很明显在图 2, 图 3 和图 4 中, 如果想得到接近最优的结果, 需要设定不同的  $\lambda$  值; 但是本文提出的算法可以自动获得合适的规整化。

真实遥感图像的处理结果如图 5。在图 5 中, 已知噪声方差为 1。本文的方法图 5(c) 和手工方法图 5(e)  $\lambda=8$  的效果几乎相同, 它们都接近最优。

但是当  $\lambda=2$  时, 可以看到结果图 5(d) 包含了过多的噪声;  $\lambda=35$  时由于  $\lambda$  过大, 图 5(f) 有明显的过平滑。本文的方法, 在迭代的过程中噪声总是被控制着不被放大, 进而可以看到参数  $\lambda$  在图 5(b) 中变化的趋势。从前面的仿真和这里的真实图像的情况看, 变分图像恢复的适应性明显的提高。

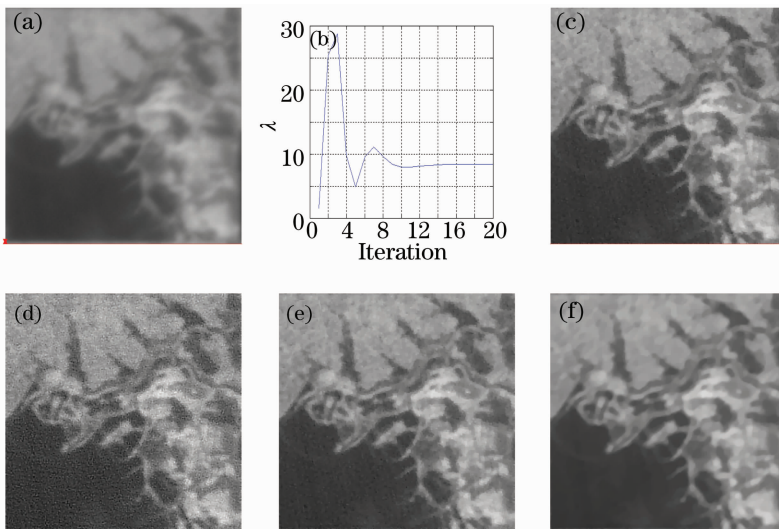


图 5 初始噪声方差为 1 的真实遥感图像恢复

Fig. 5 Real remote sensing images with initial variance of noise is 1

## 5 结 论

自动规整化的核心思想是建立噪声方差与  $\lambda$  的关系。为了估计噪声的方差,构造了跟图像初始噪声服从相同统计特性的纯噪声  $\bar{n}^m$ ,并且让  $\bar{n}^m$  和  $u^m$  同步进行迭代。为了始终保证  $\bar{n}^m$  与  $u^m$  中的  $n^m$  的统计特性相一致,本文给  $\bar{n}^m$  构造了特殊的各向异性规整化,规整化所参考的局部几何特征都来自  $u^m$ ,从而保证了  $\bar{n}^m$  和  $n^m$  的近似性。在能够准确估计  $n^m$  的条件下,本文建立了  $f_{var}(\bar{n}^m)$  与  $\lambda$  的关系式。实验证明本文提出的算法非常的有效而且计算量不大,可以非常容易地扩展到其他类型的噪声和其他类型的各向异性规整化的情况。

## 参 考 文 献

- 1 G. Gilboa, N. Sochen, Y. Y. Zeevi. Variational denoising of partly of partly-textured images by spatially varying constraints [J]. *IEEE Trans. Image processing*, 2006, **15**(8): 2281~2289
- 2 P. Mrazek. Oscillating patterns in image processing and in some nonlinear evolution equations [J]. *International Journal of Computer Vision*, 2003, **52**: 189~203
- 3 D. M. Strong, T. F. Chan. Edge-preserving and scale-dependent properties of total variation regularization[J]. *Inverse Problem*, 2003, **19**: 165~187
- 4 D. M. Strong, P. Blomgren, T. F. Chan. Spatially adaptive local feature-driven total variation minimizing image restoration [C]. *Proc. SPIE*, 1997, **3167**: 222~233
- 5 V. A. Morozov. On the solution of functional equations by the method of regularization [J]. *Soviet Math. Dokl.* 1966, **7**: 414~417
- 6 P. C. Hansen. Analysis of discrete ill-posed problems by means of the L-curve[J]. *SIAM Review*, 1992, **34**: 561~580
- 7 G. H. Golub, M. Heath, G. Wahba. Generalized cross-validation as a method for choosing a good ridge parameter[J]. *Technometrics*, 1979, **21**: 215~223

- 8 P. Craven, G. Wahba. Smoothing noisy data with spline functions - estimating the correct degree of smoothing by the method of generalized crossvalidation [J]. *Numerische Mathematik*, 1979, **31**: 377~403
- 9 P. C. Hansen, D. P. O'Leary. The use of the L-curve in the regularization of discrete ill posed problems[J]. *SIAM J. Sci. Comput.* 1993, **14**: 1487~1503
- 10 G. Archer, D. Titterton. On some Bayesian /regularization methods for image restoration [J]. *IEEE Trans. Image Processing*, 1995, **4**: 989~995
- 11 N. Galatsanos, A. Katsaggelos. Methods for choosing the regularization parameter and estimating the noise variance in image restoration and their relation[J]. *IEEE Trans. Image Processing*, 1992, **1**: 322~336
- 12 N. Galatsanos, V. Mesarovic, R. Molina *et al.*. Hyperparameter estimation using gamma hyper-priors in image restoration from partially-known blurs[J]. *Opt. Engng.*, 2002, **41**:1845~1854
- 13 R. Molina, A. Katsaggelos, J. Mateos. Bayesian and regularization methods for hyperparameter estimation in image restoration [J]. *IEEE Trans. Image Processing*, 1999, **8**: 231~246
- 14 A. Mohammad-Djafari. A full Bayesian approach for inverse problems[B]. in *Maximum Entropy and Bayesian Methods*, 1996, Kluwer
- 15 G. Deng. Iterative learning algorithms for linear Gaussian observation models[J]. *IEEE Trans. on Signal Processing*, 2004, **52**: 2286~2297
- 16 C. R. Vogel, M. E. Oman. Fast, robust total variation-based reconstruction of noisy, blurred images[J]. *IEEE Trans. Image Processing*, 1998, **7**(6): 813~824
- 17 L. Rudin, S. Osher, E. Fatemi. Nonlinear total variation based noise removal algorithms[J]. *Physica D*, 1992, **60**: 259~268
- 18 Tony F. Chan, Gene H. Golub, Pep Mulet. A nonlinear primal-dual Method for total variation-based image restoration [J]. *UCLA Math Department CAM Report*, 1995, 95~43
- 19 S. Teboul, L. BlancFeraud, G. Aubert *et al.*. Variational approach for edge-preserving regularization using coupled PDE's [J]. *IEEE Trans. Image Processing*, 1998, **7**(3): 387~397
- 20 C. Bouman, K. Sauer. A generalized Gaussian image model for edge-preserving MAP estimation [J]. *IEEE Trans. Image*

- Processing*, 1993, **2**(3): 296~310
- 21 P. Charbonnier, L. Blanc-Féraud, G. Aubert *et al.*. Deterministic edge-preserving regularization in computer imaging [J]. *IEEE Trans. Image Processing*, 1997, **6**(2): 298~311
- 22 P. Perona, J. Malik. Scale space and edge detection using anisotropic diffusion[J]. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1990, **12**(7): 629~639
- 23 Zhao Wenqian, Rao Changhui, Geng Zexun. Myopic image deconvolution of point source based on joint estimation of object and point spread function[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(1): 52~57
- 赵文倩, 饶长辉, 耿则勋. 基于目标和点扩展函数联合估计的点源目标图像近视解卷积[J]. *光学学报*, 2007, **27**(1): 52~57
- 24 T. F. Chan, C. K. Wong. Total variation blind deconvolution [J]. *IEEE Trans. Image Processing*, 1998, **7**(3): 370~375
- 25 A. K. Katsaggelos. A general formulation of adaptive iterative image restoration algorithms [C]. *Proc. IEEE Conference on Information Sciences and Systems*, 1986, 42~47
- 26 A. K. Katsaggelos, J. Biemond, R. W. Schafer *et al.*. A regularized iterative image restoration algorithm [J]. *IEEE Trans. Signal Processing*, 1991, **39**(4): 914~929
- 27 A. K. Katsaggelos. Iterative image restoration algorithms[J]. *Opt. Engng.*, 1989, **28**(7): 735~748
- 28 K. Miller. Least squares methods for ill-posed problems with a prescribed bound[J]. *SIAM Journal on Mathematical Analysis*, 1970, **1**: 52~74
- 29 J. Bioucas-Dias, M. Figueiredo, J. Oliveira. Adaptive total-variation image de-convolution a Majorization-minimization approach[C]. *Proc. EUSIPCO2006, Florence, Italy*