

# 半透明介质内激光脉冲链传输过程的叠加机理

刘立君<sup>1,2</sup> 刘林华<sup>1</sup>

(<sup>1</sup>哈尔滨工业大学能源科学与工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150001; <sup>2</sup>大庆石油学院土木建筑工程学院, 黑龙江 大庆 163318)

**摘要** 根据光波在介质内的散射、折射特点,分析了脉冲链在参与性介质内经界面反射和介质散射后的叠加机理。导出了脉冲链入射非散射性半透明平板时透射比和反射率的解析解。利用间断有限元法和时间平移叠加法计算了脉冲链在一维散射性介质平板内传输的透射比和反射率。结果表明由于介质内部入射光与介质的相互影响,脉冲链受界面的反射和内部介质的散射,分裂成一系列时滞不同的子光波。经过不同的光学行程后,子光波叠加成离开平板的反射光波和透射光波。叠加效果随介质散射系数、脉冲宽度和脉冲时间间距发生变化。通过调节脉冲链的脉冲宽度和脉冲时间间距可得到不同波形的反射波和透射波。

**关键词** 光散射; 瞬态辐射; 脉冲链; 间断有限元法; 叠加机理

中图分类号 TK123 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS20092908.2320

## Superposition Mechanism of Pulse Train's Transmission in Semitransparent Medium

Liu Lijun<sup>1,2</sup> Liu Linhua<sup>1</sup>

(<sup>1</sup>School of Energy Science & Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150001, China)  
<sup>2</sup>School of Civil Engineering, Daqing Petroleum Institute, Daqing, Heilongjiang 163318, China)

**Abstract** Based on the scattering and refraction characteristics of optical waves in medium, the superposition mechanism of pulse trains after interface reflection and medium scattering is researched. Analytical solutions of the transmittance and reflectance of pulse trains in non-scattering semitransparent slab are deduced. The discontinuous finite element method and time shift and superposition method are used to calculate the transmittance and reflectance in one-dimensional scattering slab medium. The results show that the pulse train, reflected by interface and scattered by medium is split into a series of sub-lightwaves with different time delays due to the interaction of incident light and medium. After passing different optical path, the sub-lightwaves are superposed as the reflected and transmitted light waves leaving the slab. The superposition effects vary with the variation of scattering coefficient, pulse width and time interval. Regulating pulse width and time interval of pulse trains will produce the reflected and transmitted light waves with different wave shapes.

**Key words** light scattering; transient radiation; pulse train; discontinuous finite element method; superposition mechanism

## 1 引言

由于短脉冲激光光源越来越容易获得,在许多领域,参与性介质内的瞬态辐射传输问题受到了广泛的重视<sup>[1~7]</sup>。短脉冲激光在金属加工<sup>[1]</sup>、微结构光子晶体光纤<sup>[3]</sup>、检测测量领域<sup>[4, 5]</sup>、无损伤激光治疗技术<sup>[6]</sup>、红外遥感技术<sup>[7]</sup>等方面有重要的应用。

目前许多学者对超短脉冲和参与性介质的相互作用进行了研究<sup>[7-16]</sup>,其中多数研究针对单脉冲辐射

传输。研究表明,与单个方形脉冲相比,激光脉冲链与介质的相互作用可以提供更多的介质内部信息,因此激光脉冲链与介质的相互作用所提供的信号为获得准确的介质结构和物性重建提供了可能性<sup>[8]</sup>。

由于瞬态辐射传递方程的波动特性和脉冲照射的长时瞬态响应,瞬态辐射传递方程的求解需要特殊的处理,特别是对于边界受到连续脉冲链照射及几何结构复杂的问题。Tan 等<sup>[9]</sup>发展了一种模拟瞬态辐

收稿日期: 2008-10-31; 收到修改稿日期: 2008-12-02

基金项目: 国家自然科学基金(50636010, 50836002)资助项目。

作者简介: 刘立君(1974—),男,博士研究生,主要从事辐射反问题方面的研究。E-mail: lijun-liu@126.com

导师简介: 刘林华(1966—),男,博士,教授,主要从事红外辐射特性方面的研究。E-mail: lhliu@hit.edu.cn

射问题的时间相关积分方程方法。Lu 等<sup>[10]</sup>采用反向 Monte-Carlo 法分析了参与性介质内瞬态辐射传递问题。基于辐射模拟的 Monte-Carlo 原理, Cheng 和 Zhou<sup>[11, 12]</sup>发展了一种求解平行入射瞬态辐射传递问题的 DRESOR 法。Guo<sup>[13]</sup>和 Sakami<sup>[14]</sup>分别利用离散坐标法分析了二维介质中的瞬态辐射传递问题。Liu 等<sup>[15, 16]</sup>将基于离散坐标方程的间断有限元法推广用于瞬态辐射传递问题的求解,并在单个方波数值解的基础上发展了利用时间平移叠加原理求解脉冲链作用下瞬态辐射传递问题,该方法有效地提高了脉冲链入射条件下瞬态辐射传递问题的计算效率。

本文分析脉冲链在一维参与性介质内经界面反射和介质散射过程的叠加机理,并讨论脉冲宽度、脉冲时间间隔以及散射系数对透射波、反射波的影响规律。

## 2 非散射性介质内脉冲传输过程的叠加机理分析

### 2.1 单个方波脉冲传输过程的叠加机理分析

考虑一厚度为  $L$  的半透明非散射性介质平板内瞬态辐射传递问题。环境为真空。左右界面反射率和透射率分别为  $\rho$  和  $1-\rho$ 。介质吸收系数为  $k_a$ 。右边界无照射,左侧边界受到如下法向的方波脉冲入射辐射的照射:

$$I_p(t) = I_p[H(t) - H(t - t_d)], \quad (1)$$

式中  $t_d$  为脉冲时间宽度,  $I_p$  为方波的振幅。

图 1 所示的一方波脉冲垂直射入非散射性半透明平板时的传输过程。图中无量纲时间  $t^* = t c_0 / L$ ,  $\tau = \exp(-k_a L)$ 。入射光束在半透明边界上经历多次反射和折射,分裂成辐射强度逐次减小的一系列子光波。不同的子光波在离开半透明平板前所经历的路

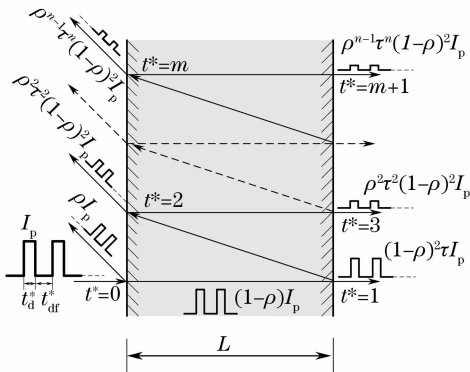


图 1 方波脉冲在透明介质内传输的叠加机理分析

Fig. 1 Analysis on the superposition mechanism of single square pulse transmission in transparent medium

程长度不同,造成不同的时间滞后。子光波在左、右边界离开平板时经叠加形成反射光波和透射光波。

图 2 给出了厚度  $L = 1.0 \text{ m}$ , 界面反射率  $\rho = 0.3$ , 入射方波无量纲脉冲时间宽度为  $t_d^* = 0.1$  时的反射信号随时间的变化。在无量纲时间为  $t^* = 0$  时出现反射光波,每经过两个无量纲时间(即光线在介质内往返一次)会再次出现相应的反射光波,但由于传输过程中光线反射造成的衰减,反射信号会逐渐减弱,但波形仍然为方波。透射光波与其类似,同样由于光线反射导致透射信号为峰值逐渐减小的子光波,与反射信号相比只是延迟一个无量纲时间。

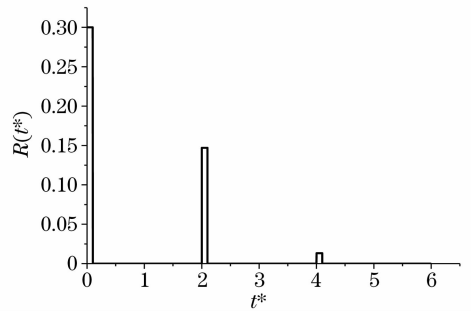


图 2 时域反射率的分布

Fig. 2 Distribution of time-resolved reflectance

### 2.2 脉冲链传输过程的叠加机理分析

介质条件同上,考虑左侧边界受到如下法向的脉冲链入射辐射的照射

$$I_p(t) = \sum_j \{ H[t - (j - 1)(t_d + t_{df})] - H[t - j t_d - (j - 1)t_{df}] \}, \quad (2)$$

式中  $t_{df}$  为两个相邻脉冲之间的时间间距。脉冲链中单个方波产生的反射光波、透射光波与单波脉冲入射情况相同:相应振幅相同、时间间距相同。由于边界面的反射和折射,入射光束分裂成系列子光波,经过几次反射后所产生的反射、透射光波延迟到达边界,并在边界处与之前到达的光波叠加。因此脉冲链产生的透射信号和反射信号不仅取决于单个方波脉冲的振幅,而且取决于脉冲链的时间间距和脉冲宽度。当经过左右边界多次反射后在右边界透射出去的子光波滞后时间为  $(t_{df} + t_d)$  的整数倍时,这些时滞不同的子光波波峰、波谷对应叠加,因此其透射信号的峰值为此时所出现的所有脉冲链透射信号峰值的叠加,且波形仍为严格的方波脉冲链。若右边界透射出去的子光波滞后时间为  $(t_{df} + t_d)$  的非整数倍,则会出现波峰与波谷交错叠加的现象,此时透射光波会出现类似阶梯的形状。反射信号与透射信号的产生机理相同。

根据上述分析,脉冲链入射条件下的一维无散射介质瞬态辐射传递方程的解可写为如下解析解的形式。

1) 左边界时域半球反射率

$$R(t) = \begin{cases} \frac{1}{I_p} \rho I(t), & 0 < t \leq \frac{2L}{c_0} \\ \frac{1}{I_p} \sum_m (1-\rho)^2 \rho^{m-1} \tau^m I\left(t - m \frac{L}{c_0}\right), & \end{cases} \quad (3)$$

式中  $m=2,4,6,\dots,M$ ,  $t > 2L/c_0$ ,  $M$  为小于  $tc_0/L$  的偶数。

2) 右边界时域半球透射率

$$T(t) = \frac{1}{I_p} \sum_n (1-\rho)^2 \rho^{n-1} \tau^n I\left(t - n \frac{L}{c_0}\right), \quad (4)$$

式中  $n=1,3,5,\dots,N$ ,  $N$  为小于  $tc_0/L$  的奇数。

考虑厚度为  $L=1.0$  m 的半透明平板介质内瞬态辐射传递问题,介质被真空包围。边界处反射率为  $\rho=0.3$ , 介质为一维无散射介质,吸收系数为  $k_a=0.5$   $\text{m}^{-1}$ 。右边界无照射,左侧边界受到如(2)式给出的法向脉冲辐射链的照射。图 3、图 4 分别给

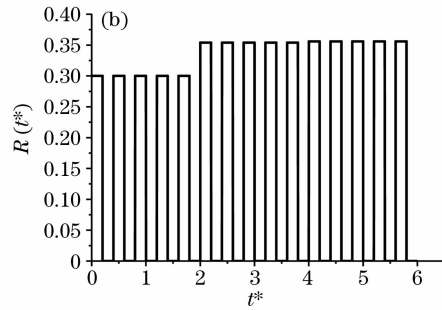
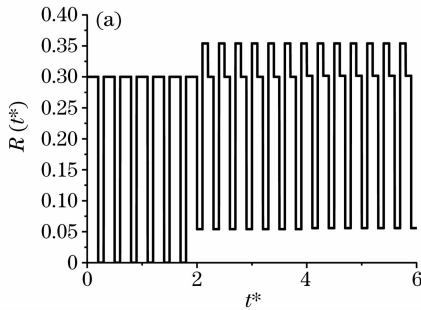
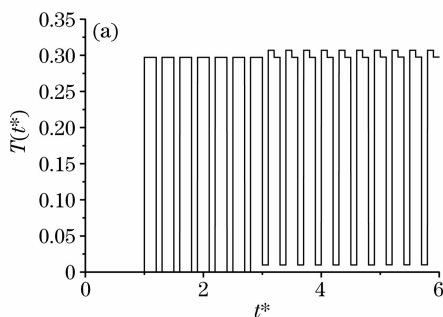


图 3 时间间隔对时域反射率的影响。(a)  $t_{\text{d}i}^*=0.1$ ; (b)  $t_{\text{d}i}^*=0.2$

Fig. 3 Effect of time interval on time-resolved reflectance. (a)  $t_{\text{d}i}^*=0.1$ ; (b)  $t_{\text{d}i}^*=0.2$

当  $t_{\text{d}i}^*=0.1$  时,脉冲链的无量纲时间周期为  $t_d^* + t_{\text{d}i}^*=0.3$ 。经左边界反射的子光波到达右边界的无量纲时滞为脉冲链无量纲时间周期的整数倍,二者相互叠加时透射信号随无量纲时间变化为阶梯



型,出现了波峰、波谷叠加的现象,如图 4(a)所示。当无量纲时间间隔  $t_{\text{d}i}^*=0.2$  时,脉冲链的无量纲时间周期为  $t_d^* + t_{\text{d}i}^*=0.4$ ,经多次反射的子光波到达右边界的无量纲时滞为脉冲链无量纲时间周期的整

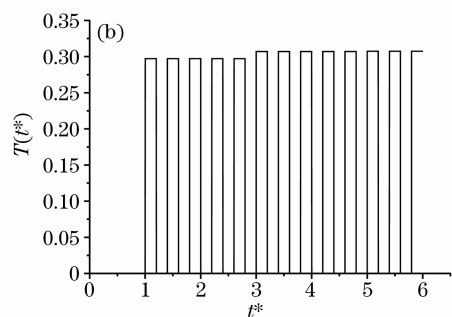


图 4 时间间隔对时域透射比的影响。(a)  $t_{\text{d}i}^*=0.1$ ; (b)  $t_{\text{d}i}^*=0.2$

Fig. 4 Effect of time interval on time-resolved transmittance. (a)  $t_{\text{d}i}^*=0.1$ ; (b)  $t_{\text{d}i}^*=0.2$

出了无量纲脉冲时间宽度  $t_d^*=0.2$ ,脉冲的无量纲时间间距分别为  $t_{\text{d}i}^*=0.1$  和  $t_{\text{d}i}^*=0.2$  时的时域反射率、时域透射率的变化情况。

左边界在无量纲时间  $t^*=0$  开始出现反射光波,同时一部分光线透射进入介质内,到右边界后再次反射一部分光线并滞后到达左边界,并与此时的其它反射光线叠加。当脉冲链的无量纲时间间距  $t_{\text{d}i}^*=0.1$  时,脉冲链的无量纲时间周期为  $t_d^* + t_{\text{d}i}^*=0.3$ 。经右边界反射的子光波到达左边界的无量纲时滞并非脉冲链无量纲时间周期的整数倍,所以二者相互叠加时反射信号随无量纲时间变化为阶梯型,出现了波峰、波谷叠加的现象,如图 3(a)所示。

当无量纲时间间距  $t_{\text{d}i}^*=0.2$  时,脉冲链的无量纲时间周期为  $t_d^* + t_{\text{d}i}^*=0.4$ ,而经多次反射的子光波到达左边界的无量纲时滞为脉冲链无量纲时间周期的整数倍,所以经过右边界反射到左边界信号与脉冲链的其他反射信号波峰、波谷对应叠加,且叠加后仍为严格意义上的方波,此时反射信号的峰值增加,如图 3(b)所示。

数倍,在右边界的透射信号与脉冲链的其他透射信号波峰、波谷对应叠加,且叠加后仍为严格意义上的方波,此时透射信号的峰值增加,如图 4(b)所示。

### 3 散射介质内脉冲传输过程叠加机理分析

散射性介质内脉冲辐射传输过程的叠加机理与上述非散射性介质内的叠加机理类似,均为经过不同的光学行程后,子光波叠加因时滞不同而导致相应信号叠加。由于散射介质的散射作用与非散射介质边界的反射有所不同,在各向同性散射介质内散射作用将导致光线在介质内沿各方向均匀散射,造成光线连续不断地到达边界,从而使得相应反射信号、透射信号不会出现严格意义上的方波。

#### 3.1 单个方波脉冲传输过程的叠加机理分析

如图 5 所示,考虑一厚度为  $L$  的半透明各向同性散射平板介质内瞬态辐射传递问题。介质被真空包围。左右边界反射率均为透明边界,介质无吸收,散射系数为  $k_s$ 。右边界无照射,左侧边界受到(1)式所示的法向激光入射辐射的照射,其辐射强度为  $I_p$ 。

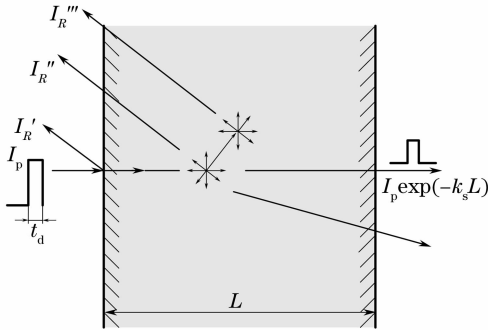


图 5 方波脉冲在散射介质内传输过程的叠加机理

Fig. 5 Superposition mechanism of single square pulse transmission in scattering medium

方波脉冲入射到散射介质后,受界面的反射和内部介质的散射,会分裂成一系列相互之间时滞为无穷小脉冲时间宽度为  $t_d$  的方波,这些反射光波在左边界叠加后离开平板。由于他们经过的光学行程不同,光学行程越长,衰减越严重,其辐射强度越小 ( $I_R'' < I_R'$ )。由于这些子方波信号在左边界相互叠加效果,当入射时间  $t$  介于  $0 \sim t_d$  时,左边界反射子光波的辐射强度逐渐增加,如图 6 所示。

当入射时间  $t > t_d$  时,反射信号会依次减小,随着辐射时间的增加,由于介质的散射作用导致光波衰减加剧,反射信号趋近于零。由于相应反射信号相互之间的时滞很小,因此其反射信号可视为持续

衰减的子方波叠加,叠加后的波形如图 6 所示。

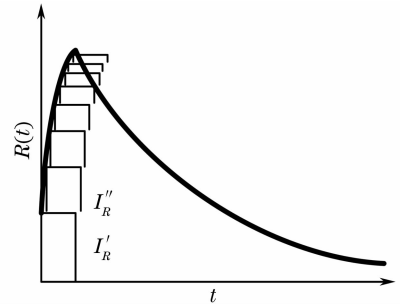


图 6 时域反射率分布示意图

Fig. 6 Distribution of time-resolved reflectance

光线进入散射介质后分成两条光线进行分析,即透射光线(平行光)和散射光线(漫射光)。对于透射信号而言,由于左边界脉冲信号的输入,针对散射光线这部分信号在右边界会有比左边界的反射信号延迟  $L/c_0$  的散射信号出现。而对于平行光这部分信号,在右边界会有辐射强度为  $I_p \exp(-k_s L)$  的透射光波射出,与投射的方波波形不变。因此,透射信号的波峰值为  $I_p \exp(-k_s L)$  的方波与散射信号的叠加,如图 7 所示。

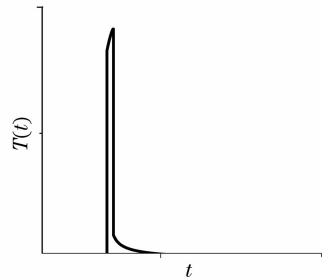


图 7 时域透射比分布示意图

Fig. 7 Distribution of time-resolved transmittance

#### 3.2 脉冲链传输过程的叠加机理分析

当散射介质受到如(2)式所示的脉冲链辐射时,每个单个的方波脉冲均产生如图 6 所示的时域反射信号,只是每个相邻的反射光波之间相差  $t_{df}$  时滞,如图 8 所示。脉冲链所产生的时滞不同的子光波在左边界叠加,即为脉冲链所产生的反射信号。每个方波脉冲均产生相同的反射子光波,这些子光波的时滞相差  $t_{df}$  的整数倍,因此前一反射信号开始衰减后才与相邻后面的反射信号叠加,导致叠加后的反射信号出现锯齿状变化的现象。时域透射信号为如图 7 所示的单个子光波在右边界的叠加,每个透射光波之间相差  $t_{df}$  时滞。

为了验证上述脉冲链传输过程的叠加机理,根据瞬态辐射传递方程在基本的小脉冲时间宽度为  $t_d$  的方形脉冲  $I_p(t) = I_p[H(t) - H(t - t_d)]$  下得到的

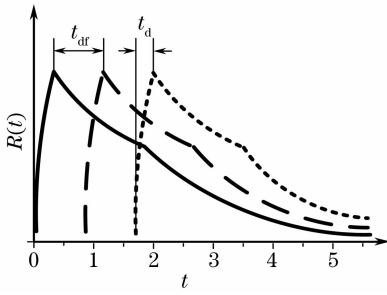


图 8 脉冲链在散射介质内传输过程的叠加机理

Fig. 8 Superposition mechanism of pulse train transmission in scattering medium

基础解,使用 Liu<sup>[16]</sup>所提出的时间平移和叠加法来求解脉冲链作用下的瞬态辐射传递问题。

考虑厚度为  $L=1.0$  m 的半透明平板介质内瞬态辐射传递问题。吸收系数为  $k_a=0.5$   $\text{m}^{-1}$ , 散射系数为  $k_s=0.5$   $\text{m}^{-1}$ 。右边界无照射,左侧边界受到(2)式的法向激光入射辐射的照射。图 9、图 10 分别给出了无量纲脉冲时间宽度  $t_d^*=0.2$ , 脉冲时间间距分别为  $t_{dif}^*=0.1$  和  $t_{dif}^*=0.2$  时反射信号、透射信号的变化。相同脉冲宽度的情况下,在相同无量纲时间内,脉冲之间的时间间距越小,有更多的脉冲与介质发生交互作用,因此其反射和透射强度越强。该算例的计算结果进一步证明了脉冲链传输过程叠加机理的分析。

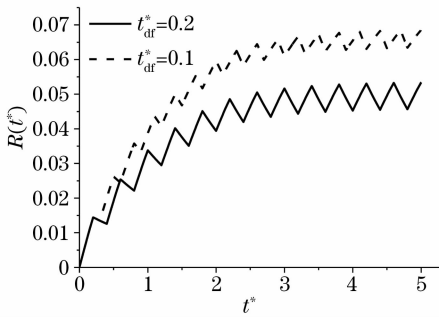


图 9 脉冲时间间距对时域反射率的影响

Fig. 9 Effect of time interval on time-resolved reflectance

下面分析散射系数对反射、透射信号的影响。考虑厚度为  $L=1.0$  m 的半透明平板介质内瞬态辐射传递问题。吸收系数为  $k_a=0.5$   $\text{m}^{-1}$ 。右边界无照射,左侧边界受到(2)式给出的法向激光脉冲链的照射,脉冲无量纲时间宽度为  $t_d^*=0.4$ , 脉冲链的无量纲时间间距为  $t_{dif}^*=1.6$ 。图 11 给出了介质各向同性散射系数分别为  $k_s=0.5$  和  $k_s=1.0$  时的反射信号随时间的演化情况。如图所示,当方波的峰值信号到达右边界时,散射系数的增大将导致反射回左边界的辐射强度增强,使得反射率将随散射系数

的增加而增大。

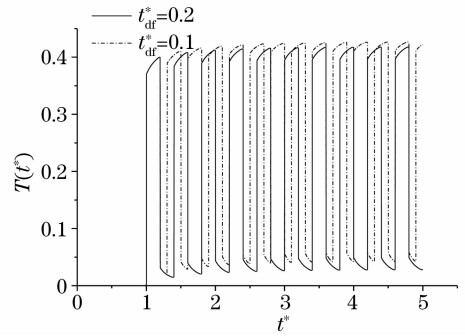


图 10 脉冲时间间距对时域透射比的影响

Fig. 10 Effect of time interval on time-resolved transmittance

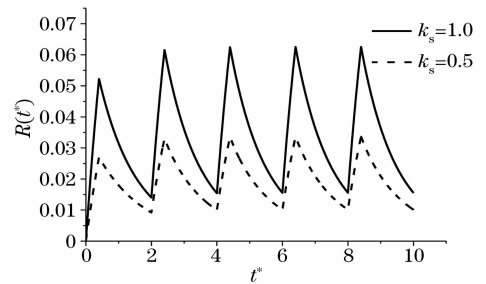


图 11 介质散射系数对时域反射率的影响

Fig. 11 Effect of scattering coefficient on time-resolved reflectance

## 4 结 论

研究了脉冲链在参与性介质内经界面反射和介质散射后传输过程的叠加机理。导出了非散射性介质、边界为反射边界情况下的时域透射率、时域反射率的解析解。脉冲链传输过程的叠加机理分析表明,脉冲链受界面的反射和内部介质的散射,分裂成一系列时滞不同的子光波,经过不同的光学行程后,子光波叠加成离开平板的反射光波和透射光波。叠加效果随介质散射系数、脉冲宽度和脉冲时间间距发生变化。通过调节脉冲链的脉冲宽度和脉冲时间间距可以得到不同波形的反射波和透射波。同时当介质散射系数不同时,其反射波和透射波也存在较大不同,因此通过调节脉冲链的脉冲宽度和脉冲时间间距,并根据反射波、透射波的时滞情况及峰值变化,可以进行非均匀介质内部结构和物性参数的反演与重构。

## 参 考 文 献

- 1 Qiu T. Q., Tien C. L., Short pulse laser heating in metals[J]. *International J. Heat and Mass Transfer*, 1992, 35(3): 319~726

- 2 Yamada Y., Tien C. L.. Light-tissue interaction and optical imaging in biomedicine[J]. *Annual Review of Fluid Mechanics and Heat Transfer*, 1995, **6**: 1~59
- 3 Zhou Bing, Jiang Yongliang, Chen Xiaowei *et al.*. Numerical simulation on propagation of ultra-short laser pulse in photonic crystal fibers with different group velocity dispersion parameters [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(2): 323~328  
周冰, 姜永亮, 陈晓伟等. 超短激光脉冲在不同色散参量光子晶体光纤中传输的数值模拟[J]. *光学学报*, 2007, **27**(2): 323~328
- 4 Liu F., Yoo K. M., Alfano R. R.. Ultrafast laser-pulse transmission and imaging through biological Tissues[J]. *Appl. Opt.*, 1993, **32**(4): 554~558
- 5 Ye Yunxia, Fan Dianyuan. Theoretical analysis and numerical calculation of transmitted light intensity of light scattering from nano-particle random scatterers[J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(5): 951~956  
叶云霞, 范滇元. 光通过纳米颗粒随机散射体透射光强的计算及分析[J]. *光学学报*, 2007, **27**(5): 951~956
- 6 Grant M. J. C., Welch A. J.. Clinical use of laser-tissue interaction[J]. *IEEE Engineering in Medicine and Biology Magazine*, 1989, **8**(4): 10~13
- 7 Mitra K., Kumar S.. Application of transient radiative transfer equation to oceanographic lidar [C]. ASME Heat Transfer Division, 1997, **353**: 359~365
- 8 Babovsky H.. An inverse model problem in kinetic theory[J]. *Inverse Problems*, 1995, **11**(3): 555~570
- 9 Tan Z. M., Hsu P. F.. An integral formulation of transient radiative transfer[J]. *J. Heat Transfer*, 2001, **123**(3): 466~475
- 10 Lu X. D., Hsu P. F.. Reverse Monte-Carlo method for transient radiative transfer in participating media[J]. *J. Heat Transfer*, 2004, **126**(4): 621~627
- 11 Cheng Q., Zhou H. C.. The DRESOR method for a collimated irradiation on an isotropically scattering layer [J]. *J. Heat Transfer*, 2007, **129**(5): 634~645
- 12 Cheng Qiang, Zhou Huaichun, Huang Zhifeng. Influence of media characteristic on transient radiation for serial-pulse incident radiation [J]. *J. Engineering Thermophysics*, 2007, **28**(S2): 25~28  
程强, 周怀春, 黄志峰. 任意入射辐射条件下介质特性对瞬态辐射传递的影响[J]. *工程热物理学报*, 2007, **28**(2): 25~28
- 13 Guo Z., Kumar S.. Discrete-ordinates solution of short-pulsed laser transport in two-dimensional turbid media[J]. *Appl. Opt.*, 2001, **40**(19): 3156~3163
- 14 Sakami M., Mitra K., Hsu P. F.. Analysis of light-pulse transport through two-dimensional scattering and absorbing media [J]. *J. Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 2002, **73**(2~5): 169~179
- 15 Liu L. H., Liu L. J.. Discontinuous finite element approach for transient radiative transfer equation [J]. *J. Heat Transfer*, 2007, **129**(8): 1069~1074
- 16 Liu L. H., Hsu P. F.. Time shift and superposition method for solving transient radiative transfer equation [J]. *J. Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 2008, **109**(7): 1297~1308