

文章编号: 0253-2239(2009)08-2147-06

# 一种新的基于非下采样 Contourlet 变换 的自适应图像去噪算法

武晓玥<sup>1</sup> 郭宝龙<sup>1</sup> 唐 璐<sup>2</sup> 李雷达<sup>1</sup>

(<sup>1</sup>西安电子科技大学智能控制与图像工程研究所, 陕西 西安 710071)  
(<sup>2</sup>中国矿业大学信息与电气工程学院, 江苏 徐州 221116)

**摘要** 提出了一种新的结合非下采样 Contourlet 变换(NSCT)和斯坦无偏风险估计(SURE)的自适应图像去噪方法。通过 NSCT 对含噪图像进行分解,根据斯坦无偏风险估计准则对分解后的噪声图像进行均方误差  $E_{MS}$  估计,并依据得到的  $E_{MS}$  构造线性自适应阈值方程,对含噪图像的每一个分解子带进行阈值去噪。对自适应阈值去噪后的图像分解子带进行重构,得到去噪图像。实验结果表明,该方法可以有效地消除标准图像和自然图像中的噪声,在去噪图像峰值信噪比(PSNR)和边缘保持性能上都优于已有算法。

**关键词** 图像处理; 自适应图像去噪; 非下采样 Contourlet 变换; 斯坦无偏风险估计

**中图分类号** TP391 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20092908.2147

## A New Adaptive Image Denoising Method Based on The Nonsubsampled Contourlet Transform Algorithm

Wu Xiaoyue<sup>1</sup> Guo Baolong<sup>1</sup> Tang Lu<sup>2</sup> Li Leida<sup>1</sup>

(<sup>1</sup>Institute of Intelligent Control & Image Engineering, Xidian University,  
Xi'an, Shaanxi 710071, China  
<sup>2</sup>School of Information and Electrical Engineering, China University of Mining and  
Technology, Xuzhou, Jiangsu 221116, China)

**Abstract** This paper presents a new adaptive image denoising scheme by combining the nonsubsampled contourlet transform (NSCT) and Stein's unbiased risk estimation (SURE). The original image is first decomposed by using NSCT. Then the mean square error ( $E_{MS}$ ) is estimated based on Stein's unbiased risk estimation. The noises of each decomposed subband are reduced by using the linear adaptive threshold function, which can be constructed based on the  $E_{MS}$ . Finally, the denoised image is obtained after reconstructing the processed subbands. Experiments and comparisons on both standard images and natural images show that the proposed scheme can remove image noises effectively and outperforms the current schemes in regard of both the peak signal-to-noise-ratio (PSNR) and the edge preservation ability.

**Key words** image processing; adaptive image denoising; nonsubsampled contourlet transform; Stein's unbiased risk estimate

## 1 引 言

众所周知,图像往往在其采集或传输时会受到

噪声污染,因此,图像去噪是计算机视觉和图像处理领域中一个根本和广泛的研究课题。去除图像中噪

收稿日期: 2008-10-07; 收到修改稿日期: 2008-12-01

基金项目: 国家 863 计划(2006AA01Z127)和国家自然科学基金(60572152,60802077)资助课题。

作者简介: 武晓玥(1982-),男,博士研究生,主要研究方向为图像的多尺度几何分析,图像压缩方面的研究。

E-mail:javajarod@163.com

导师简介: 郭宝龙(1962-),男,教授,博士生导师,主要从事图像处理 and 图像通信,神经网络与模式识别,智能信息处理等方面的研究。E-mail:blguo1199@163.com

声的关键是保存重要的影像特征并有效抑制噪声<sup>[1]</sup>。为了得到理想的去噪效果,去噪算法要适应图像边缘的不连续性,而图像边缘的不连续性是按空间分布的。近年来,由于小波变换具备良好的时频特性和多分辨率特性,小波阈值去噪方法被广泛应用于各种去噪处理中<sup>[2,3]</sup>,但由于小波展开的系数不是稀疏的,从而影响了逼近误差。Cunha 等<sup>[4]</sup>提出了非下采样 Contourlet 变换(NSCT)。去掉了 Contourlet 变换(CT)<sup>[5~8]</sup>中的采样操作,由非下采样多级分解和非下采样多级方向滤波器组成,具有平移不变性,能够更好地对图像进行稀疏表示。因此,对于数据冗余量要求不高的图像处理任务(如去噪),这种方法能得到更加理想的结果,且设计更加灵活。Luisier 等<sup>[9]</sup>利用斯坦无偏风险估计(SURE)准则,引入了以 SURE 准则为基础的尺度内正交小波图像去噪方法<sup>[10]</sup>。其算法利用 SURE 对均方误差  $E_{MS}$  估计准确的优势,不需要事先假定统计模型的小波系数,直接利用参数进行图像去噪,结合未知权重对非线性元素进行处理。但是当图像有相当高频率的内容(如 Barbara)等图像,该算法表现不是很理想,对线和轮廓等重要信息的表达不够清晰。由于小波变换不具有平移不变性,通常去噪后的图像存在伪吉布斯(Pseudo-Gibbs)现象。

针对这个问题,本文提出了一种结合 NSCT 和 SURE 准则的自适应图像去噪算法。算法的核心是基于 NSCT 变换,利用分解子带的方向性特点以及分解系数的几何分布关系,根据 SURE 准则建立对均方误差( $E_{MS}$ )的估计,利用线性阈值对图像分解后不同尺度、不同方向的轮廓细节自适应调节实现图像去噪。实验结果表明,该方法能有效地去除图像中的噪声,保留图像细节,特别是对于那些有大量纹理的图像,能获得更好的视觉效果和更高的峰值信噪比(PSNR)。

## 2 非下采样 Contourlet 变换

与 CT 类似,NSCT 也是将尺度分解与方向分解分开进行。首先采用非下采样塔式滤波器组(Nonsubsampled pyramid filter bank, NSPFB)获得图像的多尺度分解,然后采用非下采样方向滤波器组(Nonsubsampled directional filter bank, NSDFB)对得到的各尺度子带图像进行方向分解,从而得到不同尺度、方向的子带图像(系数)<sup>[11]</sup>。与 CT 不同的是,NSCT 在图像的分解和重构过程中,取消了对图像进行降采样和上采样操作,使得

NSCT 不仅具有多尺度、良好的空域、频域局部特性和多方向特性,还具有平移不变特性,并且各子带图像之间具有相同尺度大小相等的特性。图 1 为 NSCT 变换图示。

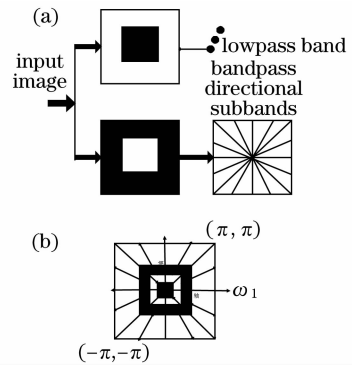


图 1 NSCT 变换原理图(a), 分解后的理想频率分布(b)

Fig. 1 Scheme of NSCT transform (a) decomposed ideal frequency distribution (b)

非下采样塔式滤波器组分级结构(如图 2)是通过多级迭代的方式实现的。首先提供满足下列完全重建条件的一组基本低通、高通滤波器组:

$$H_0(z)G_0(z) + H_1(z)G_1(z) = 1, \quad (1)$$

其中  $H_0(z)$  为低通分解滤波器,  $H_1(z)$  为高通分解滤波器,  $G_0(z)$  为低通重建滤波器,  $G_1(z)$  为高通重建滤波器。

通过这组滤波器,图像被分为 1 个二维低频子带和 1 个二维高频子带。要实现多级结构,只需对低频子带继续迭代滤波即可。

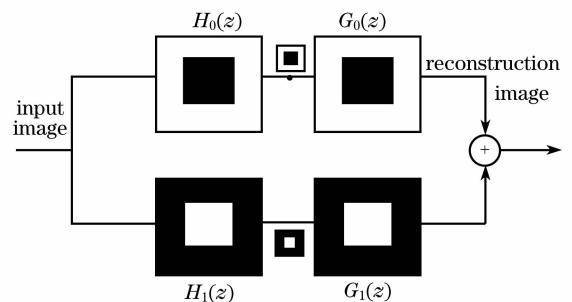


图 2 非下采样塔式滤波器组

Fig. 2 Nonsubsampled pyramid filter bank

NSCT 在扇形滤波器组或钻石滤波器组(见图 3)的基础上,通过对滤波器的操作来得到需要的象限滤波器组、平行滤波器组,避免了对图像的采样操作。扇形滤波器组和钻石滤波器组可通过调制  $\pi$  来相互转换。

非下采样方向滤波器组的结构为:1) 先经过扇型滤波器组和象限滤波器组将图像分为 4 个方向的子带;2) 经过平行滤波器组的迭代分为各个不同的

方向子带<sup>[5]</sup>。

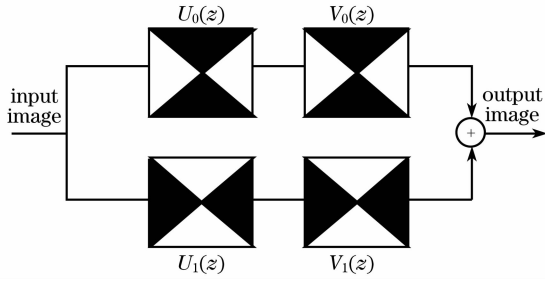


图 3 非下采样方向滤波器组

Fig. 3 Nonsampled directional filter bank

### 3 基于 SURE 准则的自适应去噪

Donoho 等首先提出了基于 SURE 准则的算法 SureShrink, 随后 Pesquet 提出基于 SURE 准则的多阈值去噪<sup>[8]</sup>。正是由于 SURE 准则对  $E_{MS}$  有较好的估计, 而且通过线性扩展阈值可以更好的逼近图像。本文采用 SURE 准则结合线性阈值方程建立去噪模型, 并结合尺度和方向特性建立自适应阈值方程。

#### 3.1 基于 SURE 准则的 $E_{MS}$ 估计

噪声图像经 NSCT 分解后, 在每个尺度和方向的分解子带上得到

$$y_i = x_i + b_i, \quad (i = 1, \dots, n), \quad (2)$$

$y_i$  是噪声图像分解系数,  $x_i$  是原始图像分解系数,  $b_i$  为加性高斯白噪声, 满足正态分布  $N(0, \sigma^2)$ , 与  $x_i$  相互独立,  $i$  表示各系数子带的序号。因此,  $E_{MS}$  在空间域的定义可以表示为每个分解子带  $E_{MS}$  的加权总和:

$$E_{MS} = \langle |\hat{x} - x|^2 \rangle = \sum_{j=0}^J \frac{N_j}{N} \langle |\hat{x}^j - x|^2 \rangle, \quad (3)$$

其中  $\hat{x}$  表示对原始图像  $x$  的估计,  $N$  为图像大小,  $J$  表示总分解层数,  $j$  为当前分解层数。由于  $x_i$  与  $b_i$  相互独立, 所以, 去噪过程可以归结为一个尽量使  $\hat{x}$  接近  $x$  的过程, 即使  $E_{MS}$  值为最小。图像去噪的目的是最大限度的减小  $E_{MS}$  的值, 可以认为是使每个分解子带的  $E_{MS}$  值最小。设每一个子带的  $x^j$  可以由  $y^j$  表示:

$$\hat{x}_n^j = \theta^j(y_n^j), \quad n \in [1, N_j]. \quad (4)$$

若找到一个函数  $\theta$  使  $E_{MS}$  值最小, 则  $E_{MS}$  可以表示为

$$E_{MS} = \langle |\theta(y) - x|^2 \rangle = \langle \theta(y)^2 \rangle - 2\langle x\theta(y) \rangle + \langle x^2 \rangle. \quad (5)$$

由于 SURE 准则不需要考虑原始图像  $x$ , 因此  $x^2$  对  $E_{MS}$  的最小化问题没有影响, 在去噪过程中无需进

行估计, 需要考虑的仅是  $x\theta(y)$ 。在 SURE 准则中,  $x\theta(y)$  可以表示为  $y\theta(y) - \sigma^2\theta'(y)$ 。设  $\epsilon$  为  $E_{MS}$  的期望, 则  $E_{MS}$  的斯坦无偏期望<sup>[7]</sup>为

$$E_{MS} = E\{\epsilon\} = E\{\langle |\theta(y) - x|^2 \rangle\} \\ = \langle \theta(y)^2 - 2y\theta(y) + 2\sigma^2\theta'(y) \rangle + \langle x^2 \rangle. \quad (6)$$

现在, 需构造阈值去噪方程, 方程由满足  $E_{MS}$  期望  $\epsilon$  最小的参数所决定。由于  $\epsilon$  是二次方程,  $\epsilon$  可以近似逼近  $E_{MS}$ , 所以关键就是构造一个函数  $\theta(y)$ , 使其满足  $E_{MS}$  期望最小。本文设  $\theta(y)$  由线性阈值去噪方程  $\varphi_k(y)$  组成, 其可以表示为

$$\theta(y) = \sum_{k=1}^K a_k \varphi_k(y), \quad (7)$$

式中  $k$  为系数个数,  $a_k$  为线性系数,  $\varphi_k$  为阈值函数。  $a_k$  满足期望  $\epsilon$  取最小。由于  $E_{MS}$  为二次方程, 所以求解线性阈值问题可以转化为求解极小化问题, 即解出满足线性阈值方程的系数  $a_k$ 。把线性阈值函数  $\varphi_k$  带入式(6), 其求解方程为

$$\frac{\partial \epsilon}{\partial a_k} = \sum_{l=1}^K \langle \varphi_k(y) \varphi_l(y) \rangle a_l - \langle y \varphi_k(y) - \sigma^2 \varphi_k'(y) \rangle = 0. \quad (8)$$

引入  $M_{k,l} = \varphi_k(y) \varphi_l(y)$ ,  $c_k = y \varphi_k(y) - \sigma^2 \varphi_k'(y)$ , 方程可以归纳为矩阵形式, 线性系统方程可以表示为

$$\mathbf{M} \mathbf{a} = \mathbf{C}, \quad (9)$$

式中  $\mathbf{a} = [a_1 \dots a_k]^T$ ,  $\mathbf{c} = [c_1 \dots c_k]^T$ , 向量的大小为  $K \times 1$ ,  $\mathbf{M} = [M_{k,l}]_{1 \leq k, l \leq K}$ , 矩阵的大小为  $K \times K$ 。由于  $\epsilon$  总是存在的, 所以线性阈值方程始终有解。

#### 3.2 基于图像尺度和方向特性的自适应阈值

在以往的自适应图像去噪算法中, 算法把注意力主要集中在各子带方差及噪声方差方面, 却没有带来明显的提升去噪性能。主要原因是在以往的去噪方法中没有结合图像特性, 考虑分解后尺度和方向特性。为得到更好的去噪效果, 本文除考虑多数自适应算法中提及的各子带方差及噪声方差外, 同时考虑图像分解后不同尺度和不同方向的特性。

图像经过尺度和方向分解后, 能量分解到不同的尺度和方向上, 由于分解的层数和方向不同, 能量分配也各有不同。NSCT 具有去相关性, 保证了图像经变换后的能量集中在有限的变换域系数上, 而其余大部分变换域系数的幅值较小。高斯白噪声经变换后仍是白噪声, 能量分布在所有的变换域系数上<sup>[12]</sup>, 噪声经 NSCT 变换后在不同层的能量分布各有不同, 不同尺度的噪声方差沿着分解层次近似为指数分布, 并且每一层各个方向的能量分布基本相当。

根据图像分解和噪声分布的特点,依据噪声在不同尺度的大小和不同方向的能量分配,对阈值函数做相应调整。图 4 为采用 NSCT 自适应去噪算法与尺度间 SURE 准则去噪算法,尺度内及尺度间 SURE 准则去噪算法<sup>[13]</sup>,未采用自适应阈值 NSCT 的 SURE 准则(如图中 NSCT 所示)去噪算法进行了比较。可以看出,采用自适应的阈值在去噪效果上有明显提高,说明尺度和方向特性在去噪过程中是一个重要的影响因素。

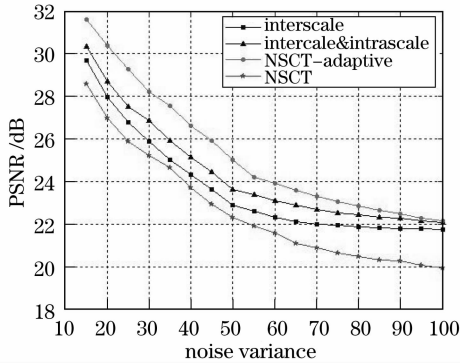


图 4 NSCT 自适应算法与其他算法比较

Fig. 4 Comparison of NSCT adaptive algorithm with others

根据上文中对 SURE 准则和线性阈值方程的分析,结合 NSCT 分解特性,需要选择合适的阈值方程  $\varphi_k$ 。首先去噪阈值方程需满足 SURE 无偏估计方程即(6)式。其次对于较大的分解系数,需满足线性关系(噪声系数对较大的图像分解系数的影响几乎可以忽略不计)。实验表明,当  $k \geq 2$  时,其去噪结果是相似的,本文取  $K=2$ 。在上述条件得到满足后,选取以下去噪方程  $\varphi_k$ :

$$\theta_i(y) = a_{i,1}\varphi_1(y) + a_{i,2}\varphi_2(y), \quad (10)$$

$$\varphi_1(y) = y, \varphi_2(y) = y\{1 - \exp[-y^2/(T\sigma)^2]\}, \quad (11)$$

其中  $i$  表示当前分解子带的序号,  $T$  为引入的因子,  $T = (1 + |\sin \omega|) \exp\left[\frac{3}{4}(j-J)\right]$ , 其中  $\sin \omega$  为方向系数,表示分解后的方向子带的特性,  $\omega$  为分解方向,  $J$  为分解的层数,  $j$  为当前分解层数,  $\exp\left[\frac{3}{4}(j-J)\right]$  满足了噪声方差在不同尺度沿着分解层次近似为指数分布的特性。

### 3.3 算法描述

算法描述如下:

- 1) 先对图像进行分解,分解成各个子带。
- 2) 对每一个分解子带(除了低频子带部分),依次进行如下操作:
  - a) 应用阈值方程  $\theta_i(y)$  到当前处理子带中;
  - b) 通过把当前子带  $\theta_i(y)$  系数置为 0, 重构当前子带;
  - c) 结合(11)式,利用阈值方程,在满足(9)式时,计算得到  $c_k$ ;
  - d) 结合矩阵  $\mathbf{M}$  和  $c_k$ , 利用(8)式推导出满足 SURE 准则的最优  $a_{i,k}$ ;
  - e) 根据  $a_{i,k}$ , 代入(10)式,计算得到  $\theta_i(y)$ 。
- 3) 从处理过的子带和低频子带中重构图像。

## 4 实验结果与分析

为了检验算法的正确性和有效性,选择 512 pixel  $\times$  512 pixel 的标准图像 Boat 及 Barbara 叠加均值为零的高斯白噪声进行实验,噪声方差分别为 15, 25, 30。为了验证算法的通用性,选择一幅自然图像进行实验。实验中 NSCT 变换选择 9-7 塔式分解和方向滤波器组进行四层分解,方向数分别为(4, 4, 8, 8)。实验中比较了尺度间 SURE 准则去噪,尺度内及尺度间 SURE 准则去噪<sup>[13]</sup>,及著名的 BLS-GSM<sup>[14]</sup>去噪,实验结果如表 1,图 5~图 8 所示。

表 1 与不同去噪算法 PSNR 值比较(dB)

Table 1 Comparison of PSNR of different image denoising algorithms (dB)

	Barbara 512 pixel $\times$ 512 pixel			Boat 512 pixel $\times$ 512 pixel		
	15	25	30	15	25	30
input PSNR	22.11	20.17	18.59	22.11	20.17	18.59
method 1 <sup>[10]</sup>	29.69	26.80	25.90	30.66	28.45	27.66
method 2 <sup>[13]</sup>	30.36	27.48	26.85	30.96	28.60	27.75
method 3 <sup>[12]</sup>	31.40	28.96	27.90	31.33	29.01	28.20
proposed method	31.60	29.27	28.23	31.52	29.24	28.37

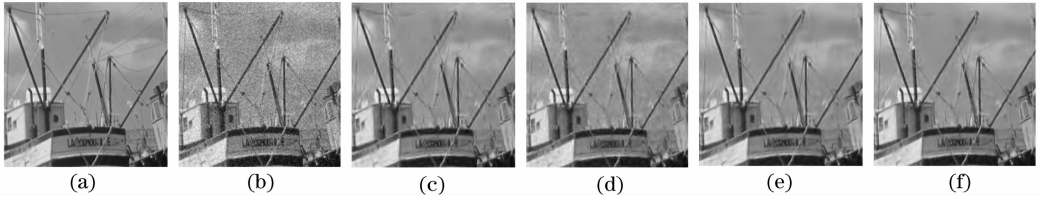


图 5 Boat 图像去噪效果(PSNR:20.17 dB)。(a) 原始图像；(b) 噪声图像；(c) 尺度间 SURE 方法；(d) 尺度内及尺度间 SURE 方法；(e) BLS-GSM 方法；(f) 本文方法

Fig. 5 Results of denoised boat image (PSNR; 20.17 dB). (a) Original image; (b) noise image; (c) interscale; (d) interscale & intrascale; (e) BLS-GSM; (f) proposed method



图 6 Barbara 图像去噪效果(PSNR: 18.59 dB)。(a) 原始图像；(b) 噪声图像；(c)尺度间 SURE 方法；(d) 尺度内及尺度间 SURE 方法；(e) BLS-GSM 方法；(f) 本文方法

Fig. 6 Results of denoised Barbara image(PSNR; 18.59 dB). (a) Original image; (b) noise image; (c) interscale; (d) intorscale & intrascale; (e) BLS-GSM; (f) proposed method

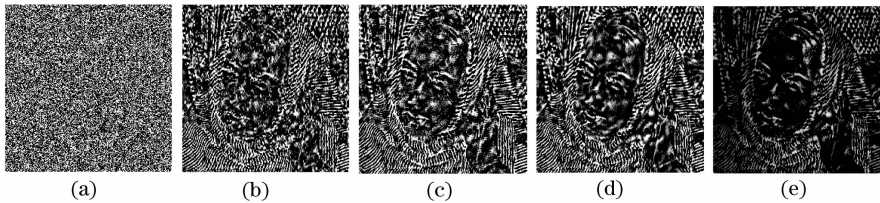


图 7 Barbara 图像去噪与原图像差值。(a) 噪声图像；(b) 尺度间 SURE 方法；(c) 尺度内及尺度间 SURE 方法；(d) BLS-GSM；(e)本文方法

Fig. 7 Difference between results of denoised Barbara image and original image. (a) Noise image; (b) interscale; (c) interscale & intrascale; (d) BLS-GSM; (e) proposed method



图 8 自然图像去噪效果。(a) 原始图像；(b) 尺度间 SURE 方法；(c) 尺度内及尺度间 SURE 方法；(d) BLS-GSM；(e)本文方法

Fig. 8 Results of denoised natural image. (a) Original image; (b) interscale; (c) interscale & intrascale; (d) BLS-GSM; (e) proposed method

从表 1 可见,本文方法与尺度间 SURE 去噪相比,效果平均升幅为 2 dB;与尺度内和尺度间 SURE 去噪相比,有 1.6 dB 的提高;比 Portilla 的 BLS-GSM 有 0.2 dB 的提高。为了比较本文算法与以上算法的去噪效果,采用两个被广泛应用的标准:伪影的处理及图像边缘细节的保存。从 Boat 图像去噪效果(图 5)(PSNR:20.17 dB)、Barbara 图像去噪效

果(图 6)(PSNR:18.59 dB)及去噪图像与原图像差值放大后的对比结果(图 7)可见,本文方法产生的伪影已基本看不到,且更好保存了原始图像的细节特征,消除了其他图中图像边缘附近的伪吉布斯现象。从实验结果可见去噪效果有明显的改善,在图像质量和 PSNR 值的表现上都有显著的提升,尤其在表示图像纹理比较丰富的图像时,视觉效果有很

大的提高。图 8 是自然图像去噪的结果。可见, 比较其他算法, 本文方法有效消除了自然图像中的噪声, 图像中的细节保存比较完整, 对图像的视觉效果有较明显改善, 提高了图像质量。

本文方法较以上算法性能突出, 主观效果改善明显归结于以下几个原因: 1) NSCT 多尺度、多方向性, 能够有效捕捉图像中的几何特征, 能够对图像进行稀疏表示, 变换后能量更加集中, 为图像去噪提供更多的有用信息。同时其具有平移不变特性, 能有效减少小波变换中的伪吉布斯现象, 且图像经分解得到的各子带图像之间有相同的尺寸大小, 便于去噪算法实现。2) 结合图像自身的轮廓细节来设置阈值的方法较其他去噪方法性能优异, 主要归结于对图像有一定的自适应性, 并充分利用了图像自身特性, 考虑了 NSCT 分解的多尺度和方向特性。3) SURE 无偏估计不需任何先验统计模型, 不需假定图像统计模型, 直接利用参数进行去噪。算法结合未知权重对非线性元素进行处理, 算法速度快, 自由度高。

## 5 结 论

提出了一种新的结合 NSCT 和 SURE 准则的自适应图像去噪方法。利用 NSCT 变换结合分解子带的方向性特点以及分解系数的几何分布关系, 根据斯坦无偏风险估计建立对均方误差  $E_{MS}$  的估计, 利用线性阈值对图像分解后不同尺度不同方向的轮廓细节自适应调节实现图像去噪。该方法能很好的去除图像中的高斯白噪声, 提取图像的轮廓细节, 改善图像的视觉效果, 提高去噪图像的 PSNR 值。与其他的基于 SURE 准则的去噪方法及小波域去噪方法相比, 不仅在去噪性能指标而且在边缘保持的主观视觉上都表现出了优异的性能。

通过大量的实验发现, 本文算法对于高斯类噪声及相干噪声, 能较好地实现噪声的去除。由于本文方法在阈值选择的局限性及椒盐类噪声、脉冲噪声等噪声的特点, 所以不能有效地去除图像中的此类噪声。结合偏微分方程等空域去噪方法对于消除椒盐类等噪声是一种思路。由初步的实验结果得到, 去噪后的图像质量有较明显的改善。所以如何

能使算法的通用性更好, 有效地去除椒盐类、脉冲类噪声, 将是进一步需要研究的内容。

## 参 考 文 献

- 1 Fu Xiang, Guo Baolong. Area-directed interpolation algorithm for underwater laser image[J]. *Chinese J. Lasers*, 2007, **34**(8): 1064~1068  
符 祥, 郭宝龙. 区域指导的激光水下图像插值算法[J]. *中国激光*, 2007, **34**(8): 1064~1068
- 2 Wang Haihong, Zeng Ni, Lu We *et al.*. Edge detection of laser imaging radar based on wavelet transform and mathematical morphology[J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(6): 903~906  
王海虹, 曾 妮, 陆 威等. 基于小波变换和数学形态学的激光成像雷达图像边缘检测[J]. *中国激光*, 2008, **35**(6): 903~906
- 3 S. G. Chang, B. Yu, M. Vetterli. Spatially adaptive wavelet thresholding with context modeling for image denoising [J]. *IEEE T. Image Process.*, 2000, **9**(9): 1522~1531
- 4 A. L. a Cunha, J. Zhou, M. N. Do. The nonsubsampling contourlet transform: theory, design, and applications[J]. *IEEE T. Image Process.*, 2006, **15**(10): 3089~3101
- 5 M. N. Do, M. Vetterli. The contourlet transform: An efficient directional multiresolution image representation [J]. *IEEE T. Image Process.*, 2005, **14**(12): 2091~2106
- 6 Ye Chuanqi, Miao Qiguang, Wang Baoshu. An image fusion algorithm using region segmentation and contourlet transform [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(3): 447~453  
叶传奇, 苗启广, 王宝树. 基于区域分割和 Counterlet 变换的图像融合算法[J]. *光学学报*, 2008, **28**(3): 447~453
- 7 Zhang Jingjing, Fang Yonghua. Novel denoising method for remote sensing image based on contourlet transform [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(3): 462~466  
张晶晶, 方勇华. 基于 Contourlet 变换的遥感图像去噪新算法 [J]. *光学学报*, 2008, **28**(3): 462~466
- 8 R. Eslami, H. Radha. Translation invariant contourlet transform and its application to image denoising [J]. *IEEE T. Image Process.*, 2006, **15**(11): 3362~3374
- 9 C. M. Stein. Estimation of the mean of a multivariate normal distribution [J]. *The Annals of Statistics*, 1981, **9**(6): 1135~1151
- 10 F. Luisier, T. Blu, M. Unser. A new SURE approach to image denoising: Inter-scale orthonormal wavelet thresholding [J]. *IEEE T. Image Process.*, 2007, **16**(3): 593~606
- 11 Zhang Qiang, Guo Baolong. Remote sensing image fusion based on the nonsubsampling contourlet transform [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(1): 74~80  
张 强, 郭宝龙. 基于非采样 Contourlet 变换的遥感图像融合算法 [J]. *光学学报*, 2008, **28**(1): 74~80
- 12 Dai Wei, Yu Shenglin, Sun Shuan. Image denoising algorithm using adaptive threshold based on contourlet transform [J]. *Acta Electronica Sinica*, 2007, **35**(10): 1939~1943  
戴 维, 于盛林, 孙 栓. 基于 Contourlet 变换自适应阈值的图像去噪算法 [J]. *电子学报*, 2007, **35**(10): 1939~1943
- 13 Fengxia Yan, Lizhi Cheng, Silong Peng. A new interscale and intrascale orthonormal wavelet thresholding for SURE-based image denoising [J]. *IEEE Signal Proc. Let.*, 2008, **15**: 139~142
- 14 J. Portilla, V. Strela, M. J. Wainwright *et al.*. Image denoising using scale mixtures of Gaussians in the wavelet domain [J]. *IEEE T. Image Process.*, 2003, **12**(11): 1338~1351