

# 图像噪声对相位变更波前传感的影响研究

王 欣 赵达尊

(北京理工大学光电工程系, 北京 100081)

**摘要** 相位变更(PD)方法是一种基于两个或多个不同离焦面图像来恢复光瞳畸变波前相位的光学波前传感技术。它使用相对简单的光学系统,运用统计最优化计算方法,借鉴图像处理中的一些技术手段,在得到波前信息的同时,还可以得到目标的清晰像。但当图像存在噪声时,用于优化算法的误差函数会出现许多局部极值点,这会影响到算法的收敛速度,甚至会导致算法陷入局部极值而得不到正确的估计解。为消除这些影响,需对图像进行降噪处理。在实际光学系统中,由于光瞳大小的限制,实际得到图像的高频信息一般要远少于低频信息,所以宜使用低通滤波器对图像进行滤波。仿真中通过比较各种滤波器性能,针对含有加性高斯噪声的图像,采用了图像模糊影响较小的巴特沃思(Butterworth)低通滤波器。研究结果表明,利用滤波器处理后的图像,相位恢复结果的均方根误差(RMSE)比未使用滤波器有明显下降。

**关键词** 图像处理; 波前传感; 相位变更; 噪声消除; 低通滤波; 最优化

**中图分类号** O439 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20092908.2142

## Influence of Noise to Phase Diversity Wavefront Sensing

Wang Xin Zhao Dazun

(Department of Optical Engineering, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, China)

**Abstract** Phase diversity (PD) is a kind of wavefront sensing technique based on the measurement of two or more object images. The optical system involved is relatively simple. Using the methods of optimization and image processing, it can jointly estimate the phase aberration as well as the object itself simultaneously. However, when additive noise appears in the images, many local minimum are produced in the function function. Consequently, the convergence of the algorithm is influenced, or even worse, the algorithm will be trapped in the local minimum which are far from the global minimum. It is necessary to preprocess the image to lower the affection of noise before using the method of optimization. Low pass filter is chosen to eliminate the noise because the images contain less high-frequency components than the lower-frequency ones due to the finite size of the pupil of the optical system. The Butterworth low-pass filter is chosen after considering the performance of some low-pass filters. The research results demonstrate that the speed of convergence and precision of the algorithm is dramatically improved when the filtered images are used, and the RMSE between the estimated and real object is less than before.

**Key words** image processing; wavefront sensing; phase diversity; noise eliminating; low-pass filtering; optimization

## 1 引 言

相位变更(PD)方法首先由 Gonsalves 提出<sup>[1]</sup>。通常情况下,PD 波前传感方法只需采集焦面和一个离焦量已知的离焦面图像,然后运用最优化方法,经过迭代计算来恢复波前相位。相对于传统的波前传感技术,它具有光学系统简单,可对扩展目标实施波前探测等优点<sup>[2]</sup>。PD 方法已经在空间望远镜共相

位调整<sup>[3]</sup>,目标成像清晰化<sup>[4]</sup>处理等多个领域得到了应用。它是自适应光学等领域目前最受关注的技术之一,是未来望远镜波前传感器的最佳选择之一。

由于 PD 方法是基于图像来恢复相位的,当图像存在比较明显的噪声时,PD 算法的迭代收敛就会受到影响,算法精度就会降低,导致 PD 方法无法对波前做出正确的估计。就噪声对 Gonsalves 误差

收稿日期: 2008-10-07; 收到修改稿日期: 2008-12-19

作者简介: 王 欣(1983—),男,博士研究生,主要从事波前相位探测和图像处理等方面的研究。

E-mail: wangxin1122@bit.edu.cn

导师简介: 赵达尊(1939—),男,教授,博士生导师,主要从事颜色与彩色图像、空间光学与自适应光学等方面的研究。

E-mail: zhdz@bit.edu.cn

方程的影响,Paxman<sup>[6]</sup>和 D. J. Lee 等<sup>[7]</sup>已经有了一定的研究。波音公司的 Dolne 等<sup>[8]</sup>对 PD 方法中的噪声模型也已经有了较深入的分析研究。

本文将图像处理中去噪声的滤波方法引入到 PD 方法中,研究并探索一种降低噪声对 PD 算法影响的简单方法。事实上,在光学系统中,光瞳总是有一定大小的,根据傅里叶光学可知<sup>[9]</sup>,CCD 采集到的图像的高频信息一般要远少于低频信息<sup>[10]</sup>。如果用低通滤波器对图像进行降噪处理,尽管会对图像的强度分布特性造成一定影响,却可以在很大程度上消除噪声影响,提高 PD 算法的精度。

## 2 PD 方法中含噪图像滤波预处理

假设光学成像是线性空间平移不变的,目标上各点发出的光是非相干的。根据 Gonsalves 等<sup>[1,6]</sup>的论述,含有未知波前相位参数的误差函数可表示为

$$E = \sum_{u,v} \frac{|Z_1(u,v)\hat{P}_2(u,v) - Z_2(u,v)\hat{P}_1(u,v)|^2}{|\hat{P}_1(u,v)|^2 + |\hat{P}_2(u,v)|^2}, \quad (1)$$

式中  $Z_1$  和  $Z_2$  分别表示焦面和离焦面图像的傅里叶变换, $P_1(u,v)$  和  $P_2(u,v)$  是焦面和离焦面的光学传递函数, $\hat{P}_1(u,v)$  和  $\hat{P}_2(u,v)$  是其估计值。

目标强度分布函数的估计为

$$\hat{O}(u,v) = \frac{\hat{P}_1^*(u,v)Z_1(u,v) + \hat{P}_2^*(u,v)Z_2(u,v)}{|\hat{P}_1(u,v)|^2 + |\hat{P}_2(u,v)|^2}, \quad (2)$$

式中“\*”表示复共轭。

PD 波前传感使用最优化计算方法得到波前信息。(1)式是优化迭代的误差函数,可以看到,误差函数是基于图像频谱和光学传递函数的,如果图像含有噪声,图像的频谱信息就会受到破坏。噪声对误差函数及对迭代算法收敛性质的影响将在后面的计算机仿真部分作更详细的阐述。

使用低通滤波消除噪声影响,其表达式为<sup>[11]</sup>

$$G_k(u,v) = H(u,v)Z_k(u,v), \quad k = 1,2 \quad (3)$$

式中  $G_1(u,v)$  和  $G_2(u,v)$  分别为焦面和离焦面图像频谱  $Z_1$  和  $Z_2$  滤波后的值, $H(u,v)$  为低通滤波器传递函数。

图像处理中低通滤波器包括指数滤波器,梯形滤波器和巴特沃思(Butterworth)滤波器等。其中巴特沃思低通滤波器的通带和阻带之间没有明显的不连续性,没有“振铃”现象发生,对图像的模糊程度也较小,所以仿真中使用了这种滤波器。

$n$  阶 Butterworth 滤波器的传递函数为

$$H(u,v) = \frac{1}{1 + (\sqrt{2} - 1)[D(u,v)/D_0]^{2n}}, \quad (4)$$

式中  $D(u,v) = \sqrt{u^2 + v^2}$ ,  $D_0$  表示截止频率。

将滤波后的图像频谱值  $G_1(u,v)$  和  $G_2(u,v)$  代入(1)式得到

$$E = \sum_{u,v} \frac{|G_1(u,v)\hat{P}_2(u,v) - G_2(u,v)\hat{P}_1(u,v)|^2}{|\hat{P}_1(u,v)|^2 + |\hat{P}_2(u,v)|^2}. \quad (5)$$

将(5)式作为算法优化的误差函数,可以求得波前相位参数的值,进一步根据(2)式就可以得到目标的强度分布。

## 3 计算机仿真结果

模拟光学系统的中心波长  $\lambda$  为 632.8 nm,焦距为 632.1 mm,光瞳直径为 40 mm,离焦距离为 1.26 mm,CCD 像元大小为 5  $\mu\text{m}$ ,图像采样点数为 256 pixel  $\times$  256 pixel。

仿真中使用 BFGS 算法作为核心优化算法<sup>[12]</sup>。为模拟 CCD 成像<sup>[13,14]</sup>,在图像中加入高斯噪声<sup>[15]</sup>,信噪比定义为无噪声图像的方差与噪声方差之比的平方根值。波前误差模拟使用 Noll 形式的 Zernike 多项式前 11 项<sup>[16]</sup>,在相位估计时也使用相同的 Zernike 项。其中第一,二,三项分别表示平移, $x$  方向的倾斜, $y$  方向的倾斜,这三项对于图像质量没有影响,所以将这几项排除在外,算法中实际要计算的参数为  $a_4 - a_{11}$ 。

### 3.1 图像噪声对误差函数和优化算法的影响

#### 3.1.1 图像噪声对误差函数的影响

误差函数(5)式中含有多个参数( $a_4 - a_{11}$ ),研究噪声对多个参数估计的影响会比较复杂,且不易直观作图表示。为简单起见,仿真中只选择 Zernike 多项式系数中的一项(这里选取  $a_5$ )为变量,将其他参数设为固定值,即研究误差函数在某一个二维剖面的变化情况。在信噪比为 0.930 时,可以得到误差函数变化曲线如图 1 所示。

图 1(a)使用没有噪声的图像的频谱来计算误差函数,得到的误差函数曲线光滑,且在预先给定值点处达到最低。图 1(b)使用存在噪声的图像的频谱计算,得到的曲线的最低点偏离了给定值;同时,曲线上出现了许多局部极值点,这意味着在迭代优化计算中参数估计很有可能陷入局部极值点而得不到实际的值,造成算法的不稳定,从而无法得到正确的波前估计值。

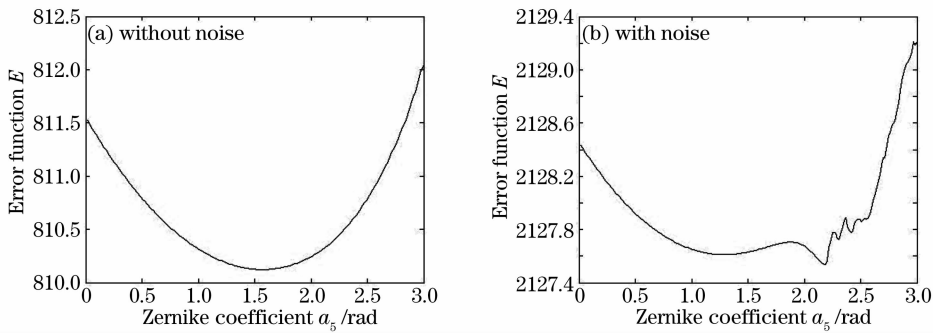


图 1 无噪声(a)和有噪声(b)影响的误差函数曲线图

Fig. 1 Plot of error function without noise (a) and with noise (b)

### 3.1.2 图像噪声对算法迭代的影响

仿真中定义计算结果的  $f_{\text{RMSE}}$  值为

$$f_{\text{RMSE}} = \sqrt{\frac{\sum_{\text{circle}} [\varphi - \varphi_0]^2}{N}}, \quad (6)$$

式中  $\varphi$  和  $\varphi_0$  分别表示计算得到的广义光瞳相位分布和预先给定的相位分布,  $N$  是光瞳内的采样点数。

利用 BFGS 算法对参数进行迭代优化, 每一次

迭代计算结果的  $f_{\text{RMSE}}$  值如图 2(a) 所示, 图中不同的曲线分别表示不同的信噪比。

从图 2 可见, 信噪比的降低极大的影响了算法的收敛, 计算结果的  $f_{\text{RMSE}}$  只在有限几次迭代内出现明显下降趋势, 之后便处在停滞状态, 有很大的残余误差无法校正。

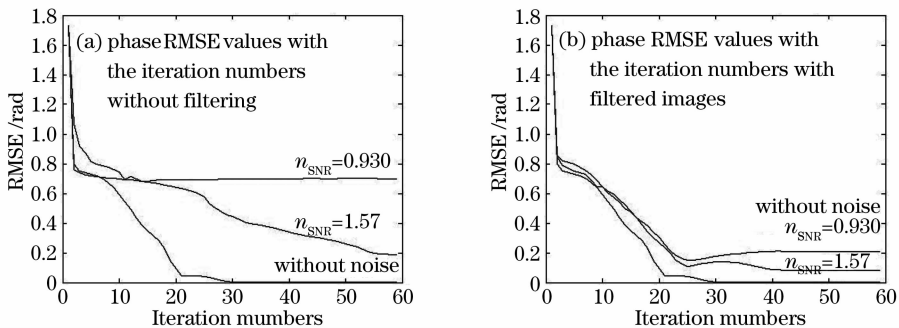


图 2 滤波前后均方根误差(RMSE)值随迭代次数变化的曲线

Fig. 2 Plot of RMSE using noisy image data and filtered image data

## 3.2 图像滤波后的结果

根据 Butterworth 低通滤波器的频率响应特性, 阶数  $n$  控制滤波器的衰减速度, 当  $n$  增大时滤波器的特性曲线变得陡峭, 在通带更大范围内接近于 1, 在阻带则更迅速接近于 0, 但其滤波后图像的“振铃”现象就越明显, 为尽量减少“振铃”现象的影响, 且满足图像噪声滤波的要求, 选择  $n=2$ ; 滤波器的截止频率应小于系统的截止频率, 同时根据图像频谱分析, 确定  $D_0=32$ 。

在与图 1 相同的信噪比下, 使用低通滤波器滤波处理后的图像得到的误差函数变化曲线如图 3 所示。与图 1(b) 比较, 图 3 中曲线的光滑性得到了很好的改善, 图中所示范围内的所有的局部极值点得以消除。

使用滤波后的图像数据, 算法经 60 次迭代后的  $f_{\text{RMSE}}$  值如图 2(b) 所示。其数值结果对比如表 1。

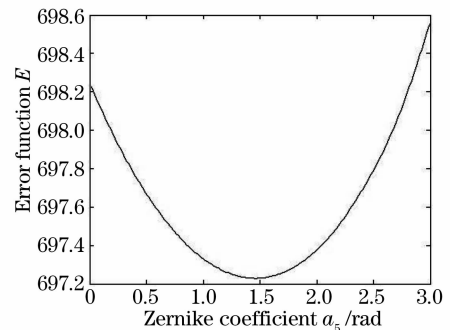


图 3 滤波后误差函数曲线

Fig. 3 Plot of error function using filtered image data

从表 1 可以看出, 图像经过低通滤波后, 计算结果的  $f_{\text{RMSE}}$  值减少了将近 2/3, 结果的  $f_{\text{RMSE}}$  值均在  $\lambda/20$  内。说明优化计算结果有了明显的改善, 图像低通滤波处理是减少相位估计  $f_{\text{RMSE}}$  的有效方法。

根据上述计算结果, 利用(2)式, 在不同的信噪

比条件下,计算可以得到图 4 中的恢复图像。

表 1 使用滤波后图像数据与使用未滤波图像数据相位估计的 RMSE 的比较

Table 1  $f_{\text{RMSE}}$  using noisy image data and filtered image data

	Noiseless	$n_{\text{SNR}}=1.57$	$n_{\text{SNR}}=0.930$
$f_{\text{RMSE}}$ (without filtering) /rad	$1.216 \times 10^{-4}$	0.1884	0.6963
$f_{\text{RMSE}}$ (after filtering) /rad	—	0.0818	0.2089

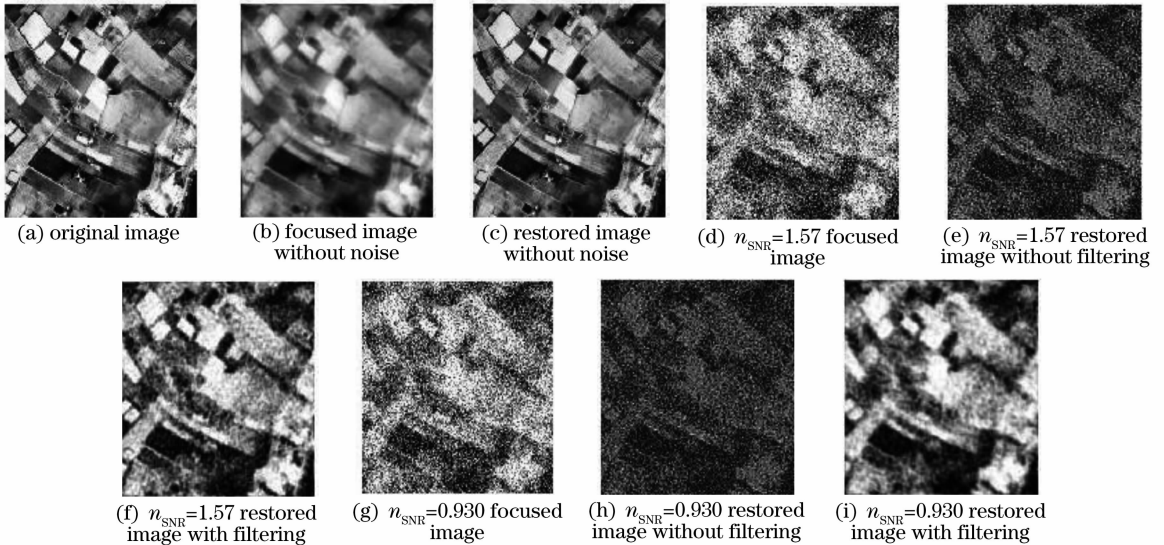


图 4 PD 方法中加噪图像的恢复结果对比

Fig. 4 Noisy image restoration with the method of PD

图 4(e)和图 4(h)是使用未滤波图像恢复得到的目标强度分布,与原始图像[图 4(a)]相比,有较严重的失真。图 4(f)和图 4(i)是使用滤波器后,在信噪比分别为 1.57 和 0.930 情况下,恢复得到的目标强度分布。可以看出,恢复图像较原始图像有一定程度的模糊,这与图像处理中使用低通滤波器有关。为了增强图像的对比度,提高图像质量,对恢复图像进行了直方图均衡化处理。

## 4 结 论

存在噪声的图像数据对 PD 波前传感中的优化算法造成了影响,其误差函数出现了局部极值点,在很大程度上影响了波前相位恢复的精度。用于相位恢复的图像经过低通滤波器处理后,算法的收敛性明显好于未滤波情况,波前相位估计结果的 RMSE 值也明显降低。这说明低通滤波是消除图像噪声对 PD 波前传感影响的有效方法。

## 参 考 文 献

- 1 R. A. Gonsalves. Phase retrieval and diversity in adaptive optics [J]. *Opt. Eng.*, 1982, **21**(5): 829~832
- 2 Qiang Li, Sheng Liao, Honggang Wei *et al.*. restoration of solar and star images with phase diversity-based blind deconvolution

- [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2007, **5**(4): 201~203
- 3 D. J. Lee. Evaluation and Application of Space Telescope Aberration Sensing Using Phase Diversity[D]. Washington, D. C.: Air Force Institute of Technology, 1997
- 4 M. G. Löfdahl, R. L. Kendrick, A. Harwit *et al.*. A phase diversity experiment to measure piston misalignment on the segmented primary mirror of the Keck II telescope[C]. *SPIE*, 1998, **3356**: 1190~1201
- 5 M. G. Löfdahl, G. B. Scharmer. Application of phase-diversity to solar images[C]. *SPIE*, 1994, **2302**: 254~267
- 6 R. G. Paxman, J. R. Fienup. Optical misalignment sensing and image reconstruction using phase diversity[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1988, **5**(6): 914~923
- 7 D. J. Lee, M. C. Roggemann, B. M. Welsh. Evaluation of least-squares phase-diversity technique for space telescope wave-front sensing[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1997, **36**(35): 9186~9197
- 8 Jean J. Dolne. Evaluation of the phase diversity algorithm for noise statistics error and diversity function combination [C]. *SPIE*, 2006, **6307**: 630708
- 9 Xie Jinghui, Zhao Dazun, Yan Jixiang. Optical Physics [M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2005
- 谢敬辉,赵达尊,阎吉祥. 物理光学教程[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2005
- 10 Zhang Wei, Deng Jian, Long Funian *et al.*. Image quality evaluation for segmented mirror synthetic aperture optics [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(4): 687~691
- 张伟,邓 键,龙夫年等. 子孔径合成光学成像系统像质评价研究[J]. *光学学报*, 2008, **28**(4): 687~691
- 11 Gong Shengrong, Liu Chunping, Wang Qiang *et al.*. Digital Image Processing and Analysis [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2006
- 龚声蓉,刘纯平,王 强等. 数字图像处理与分析[M]. 北京: 清

华大学出版社, 2006

- 12 Yunhai Xiao, Zengxin Wei. A new subspace limited memory BFGS algorithm for large-scale bound constrained optimization [J]. *Applied Mathematics and Computation*, 2007, **185**: 350~359
- 13 Ding Xiaohua, Li You, Yu Qifeng *et al.*. CCD noise calibration and its application in edge location[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(1): 99~104  
丁晓华, 李 由, 于起峰 等. CCD 噪声标定及其在边缘定位中的应用[J]. *光学学报*, 2008, **28**(1): 99~104
- 14 Liu Zhong, Qiu Yaohui, Lu Ruwei *et al.*. Analysis of noise influence on astronomical speckle imaging techniques [J]. *Acta*

*Optica Sinica*, 2002, **22**(4): 417~421

- 刘 忠, 邱耀辉, 卢汝为 等. 天文斑点成像技术中的噪声影响分析[J]. *光学学报*, 2002, **22**(4): 417~421
- 15 Huang Jianming, Shen Maozuo. Multiframe blind deconvolution restoration of atmospheric turbulence-degraded images based on noise characteristic [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(9): 1686~1690  
黄建明, 沈忙作. 基于噪声特性的大气湍流退化图像多帧盲反卷积复原[J]. *光学学报*, 2008, **28**(9): 1686~1690
- 16 R. J. Noll. Zernike polynomials and atmospheric turbulence[J]. *J. Opt. Soc. Am.*, 1976, **66**(3): 207~211

# 光学前沿

## ——第二届“大珩杯”光学期刊优秀论文评选活动开展通知

为了进一步提高我国光学期刊的学术水平和论文质量,吸引和催生优秀稿件,鼓励和培育优秀作者,促进我国光学、激光科技事业发展,《光学学报》《中国激光》《中国光学快报》(英文版)特发起“光学期刊优秀论文评选活动”。在光学泰斗王大珩先生的支持下,本活动特命名为光学前沿——“大珩杯”光学期刊优秀论文评选活动。

光学前沿——首届“大珩杯”光学期刊优秀论文评选结果在中国光学学会 2008 年学术年会上隆重公布。中国光学学会秘书长倪国强宣读了入选论文名单,中国光学学会理事长周炳琨院士、副理事长徐至展院士等为上海光机所周军等入选论文的作者代表颁发了证书和奖金。

根据“大珩杯”光学期刊优秀论文评选活动评选办法,光学前沿——第二届“大珩杯”光学期刊优秀论文评选活动即将开始,欢迎广大作者提交论文信息,参与评选。评选规则请参考“大珩杯”光学期刊优秀论文评选办法。

编辑部将在 2009 年年底,对获奖作者进行表彰,并颁发证书和奖金。

主办单位:中国科学院上海光学精密机械研究所

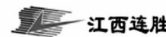
联合主办单位:相干(北京)商业有限公司

上海瀚宇光纤通讯技术有限公司

协办单位:高功率激光物理联合实验室

江西连胜实验装备有限公司

普爱纳米位移技术有限公司



时间安排:参评论文统计截止时间:2009 年 8 月 30 日。

论文作者提交申请材料时间:2009 年 7 月 1 日~9 月 30 日(论文被引的材料和论文所在项目或课题获奖的证明),请在中国光学期刊网上提交。

审核时间:2009 年 10 月 8 日~10 月 30 日。

详情请浏览:<http://www.opticsjournal.net/Daheng.htm>

咨询电话:021-69918426 段家喜 编辑 duanjiaxi@siom.ac.cn

光学期刊联合编辑部

2009-5-1