

# 菲涅耳数字全息图的 Gabor 小波变换再现法

翁嘉文<sup>1,2</sup> 钟金钢<sup>1</sup> 胡翠英<sup>1</sup>

(<sup>1</sup>暨南大学光电工程系, 广东 广州 510632; <sup>2</sup>华南农业大学物理系, 广东 广州 510642)

**摘要** 提出了一种基于 Gabor 小波变换的菲涅耳全息图的数值再现方法, 实现无需空间滤波处理, 即可对物光波进行数值再现。给出 Gabor 小波变换以及小波变换脊的定义, 并从理论上证明通过对全息图进行 Gabor 小波变换, 提取小波变换脊对应的小波变换系数, 包括幅值与相位信息, 即可直接获得与 +1 级频谱相对应的被测物光在全息面上的强度与相位分布, 并同时直接消除零级衍射像以及孪生像的影响。通过计算机模拟再现光波经全息图衍射后的传播规律实现数值再现, 得到清晰的再现像。通过计算机模拟一相位型物体以及实验证明该方法的有效性。

**关键词** 全息; 菲涅耳全息; 空间滤波; Gabor 小波变换

中图分类号 O436.1 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS20092908.2109

## Digital Reconstruction of Fresnel Hologram with a Ridge of Gabor Wavelet Transform

Weng Jiawen<sup>1,2</sup> Zhong Jingang<sup>1</sup> Hu Cuiying<sup>1</sup>

(<sup>1</sup>Department of Optoelectronic Engineering, Jinan University, Guangzhou, Guangdong 510632, China)  
(<sup>2</sup>Department of Physics, South China Agricultural University, Guangzhou, Guangdong 510642, China)

**Abstract** A digital reconstruction method of Fresnel hologram with a ridge of Gabor wavelet transform is described. Applied the Gabor wavelet transform to the digital holography, the object wave can be numerical reconstructed without the spatial filtering. The Gabor wavelet transform and the ridge of the wavelet transform are introduced. It proves that by abstracting the wavelet coefficients at the ridge of the wavelet transform of the hologram, the intensity and the phase of the object wave corresponding to the +1-order spectrum at the hologram plane are obtained, at the same time the effect of the zero-order diffraction image and the twin image is eliminated. Multiplying the wavelet coefficients at the ridge by an ideal wave corresponding to a replica of the reference wave and propagating for the corresponding propagation distance, the reconstructed wave at the image plane is reconstructed, and a clear image is obtained. The results of a simulated phase object and an experiment show that the method is effective.

**Key words** holography; Fresnel hologram; spatial filtering; Gabor wavelet transform

## 1 引言

数字全息是普通全息术、计算机技术、电子成像技术相结合的产物。数字全息术和普通全息术的记录过程基本相同, 不同的是用 CCD 摄像机代替全息干板记录全息图, 将记录的全息图存入计算机, 并且用数字计算方法对存入计算机的全息图进行数字再现。由于数字全息具有快速、灵活、实时的特点, 在

各个领域得到了广泛的应用, 如三维形貌测量<sup>[1,2]</sup>、数字全息显微<sup>[3,4]</sup>、相衬显微技术<sup>[5~7]</sup>、加密<sup>[8]</sup>、防伪技术<sup>[9]</sup>以及在对微小物体分析<sup>[10~12]</sup>方面显示出很好的应用前景。

在 CCD 的空间分辨率还不能大幅度提高的情况下, 研究针对复杂物体显示成像的数字再现复杂相位重构技术是改善成像质量的有效途径。目前数

收稿日期: 2008-10-07; 收到修改稿日期: 2008-12-12

基金项目: 国家自然科学基金(60677019)资助项目。

作者简介: 翁嘉文(1979—), 女, 博士生, 讲师, 主要从事光信息处理方面的研究。E-mail: weng-jw@163.com

导师简介: 钟金钢(1964—), 男, 博士, 教授, 主要从事信息光学方面的研究。E-mail: tzjg@jnu.edu.cn

字再现重构技术,主要包括采用 U. Schnars 和 W. Jüptner 最早提出的以菲涅耳衍射积分公式为基础的非涅耳算法<sup>[13]</sup>、卷积算法<sup>[14]</sup>以及基于角谱传播理论的角谱法<sup>[15]</sup>。但上述几种方法都借助了傅里叶变换算法来获得全息图的频谱,并进行滤波提取+1级频谱重构再现像。对于不同物体所形成的全息图频谱分布形状并不相同,因此在滤波过程中对于滤波窗口形状以及大小的选择<sup>[12]</sup>具有较大的任意性。由于再现像质量与滤波窗口的选择紧密相关,这使得再现过程很难实现自动化。近年得到广泛应用的小波变换,利用其在空域和频域中可通过伸缩和平移等运算对信号进行多尺度细化分析的功能,使其在信号分析中具有很大的优越性。周灿林等<sup>[16]</sup>和王亮等<sup>[17]</sup>为了消除零级衍射像<sup>[18]</sup>和散斑噪声的影响,提出了利用二进小波变换制作为非线性滤波器对数字全息图进行分析。Michael Liebling 等<sup>[19]</sup>提出了利用 B 样条小波对全息图像逐层分离来获得图像高频与低频信息,实现多分辨率非涅耳变换算法,以获取较高精度物光波数字再现。但分析过程非常复杂,在实际中难于应用。本文采用光学条纹的连续 Gabor 小波变换分析技术<sup>[20]</sup>对全息图进行分析,通过提取小波变换脊所对应的幅值与相位可直接准确地获得+1级频谱所对应的被测物光在每个空间点位置的强度与相位,得到清晰的再现像。无需进行滤波处理即可直接消除零级衍射像、孪生像以及其它噪音信息的影响。文中给出完整的理论证明并给出计算机模拟与实验验证。

## 2 数字全息的基本原理

数字全息的实现过程可以简单地划分为两个过程。第一是通过记录物光与参考光发生干涉的波前得到全息图;第二是通过计算机模拟再现光波经全息图衍射后的传播规律实现数值再现。离轴数字全息记录中单色平面参考光波以及物光波的复振幅分布可分别表示为

$$O(x, y) = o(x, y) \cdot \exp[j\phi(x, y)], \quad (1)$$

$$R(x, y) = R_0 \cdot \exp\left(j2\pi \frac{\sin \theta}{\lambda} x\right), \quad (2)$$

式中  $(x, y)$  是 CCD 记录平面坐标,  $o(x, y)$  和  $R_0$  分别表示物光波和参考光波的振幅,  $\phi(x, y)$  为物光波的相位分布,  $\lambda$  为参考光波波长,  $\theta$  为物光波和参考光波夹角,  $\frac{\sin \theta}{\lambda}$  为参考光在  $x$  方向的空间频率。通过 CCD 记录物光波与参考光波的干涉图样,其光强

分布为

$$I(x, y) = R \cdot R^* + O \cdot O^* + O \cdot R^* + O^* \cdot R = |R_0|^2 + |o(x, y)|^2 + o(x, y)R_0 \exp\left\{j\left[-2\pi \frac{\sin \theta}{\lambda} x + \phi(x, y)\right]\right\} + o(x, y)R_0 \exp\left\{-j\left[-2\pi \frac{\sin \theta}{\lambda} x + \phi(x, y)\right]\right\}, \quad (3)$$

式中  $|R_0|^2$ ,  $|A(x, y)|^2$  分别是参考光波与物光波各自独立照射底板时的光强度,第三、四项为物光波与参考光波的干涉项。当用计算机模拟原参考光照射全息图,重构波前的复振幅分布可表示为

$$U(x, y) = [|R_0|^2 + |o(x, y)|^2]R + (OR^*)R + (O^*R)R, \quad (4)$$

式中第一项为零级衍射项;第二项再现的是+1级衍射像,即原始物光波,为虚像;第三项是-1级衍射像,代表原始物体的共轭实像。如何在全息图平面上提取出物光波或共轭物光波信息,消除直透光以及孪生像的影响,成为数值再现的关键。

## 3 Gabor 小波变换再现法

### 3.1 小波变换

一维信号  $f(x)$  的连续小波变换(WT)定义为

$$W_f(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi_{a,b}^*(x) dx = \langle f(x), \psi_{a,b}(x) \rangle, \quad (5)$$

$$\psi_{a,b}(x) = \frac{1}{a} \psi\left(\frac{x-b}{a}\right), \quad (6)$$

其中星号“\*”表示共轭; $\psi_{a,b}(x)$ 是母小波函数  $\psi(x)$  经伸缩和平移后得到的一个小波序列; $a$ 为尺度因子,其作用是将母小波函数  $\psi(x)$  做伸缩, $a$ 愈大  $\psi(x/a)$ 愈宽,反之亦然; $b$ 为平移因子。我们选取在空频域都具有良好局部化性能的 Gabor 解析小波函数作为母小波

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi}} \sqrt{\frac{2\pi}{\gamma}} \exp\left[-\frac{(2\pi/\gamma)^2 x^2}{2} + j2\pi x\right], \quad (7)$$

其中  $\gamma = \pi \sqrt{2/\ln 2}$ 。对于实信号  $f(x)$  进行连续小波变换,得到  $W_f(a, b)$ ,其实部记为  $\text{Re}[W_f(a, b)]$ ,虚部记为  $\text{Im}[W_f(a, b)]$ ,则幅值  $A(a, b)$  和相位  $\varphi(a, b)$  分别为

$$A(a, b) = \sqrt{\{\text{Im}[W_f(a, b)]\}^2 + \{\text{Re}[W_f(a, b)]\}^2}, \quad (8)$$

$$\varphi(a, b) = \arctan\{\text{Im}[W_f(a, b)]/\text{Re}[W_f(a, b)]\}. \quad (9)$$

(5)式描述了信号与小波序列的内积关系,反映

了信号与小波序列函数的相似程度。因此连续小波变换可以理解为将信号和小波函数进行比较的结果,幅值和相位综合反映了它们的相似程度。而当被测信号的局部频率与相应尺度的小波函数振荡频率相同或者相近时,其小波系数,也就是幅值相应较大。其中,在各个位置沿尺度轴方向上,小波变换幅值的最大值的位置的连线定义为小波变换的脊  $f_{\text{ridge}}(b)^{[21]}$

$$f_{\text{ridge}}(b) = \max[A(a_i, b)], \quad (10)$$

其中  $i$  为尺度参数  $a$  的总个数,  $a_i$  为各尺度参数的值。

### 3.2 Gabor 小波变换再现法

以全息图中的一行干涉条纹图样作为一维实信号进行分析。由于全息图光强中  $|R_0|^2 + |o(x)|^2$  项对再现原物光波没有贡献,因此可使用直流偏置项代替。并对全息图光强分布进行归一化后,(3)式可表示为

$$I(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4}o(x)\exp\left\{j\left[-2\pi\frac{\sin\theta}{\lambda}x + \phi(x)\right]\right\} + \frac{1}{4}o(x)\exp\left\{-j\left[-2\pi\frac{\sin\theta}{\lambda}x + \phi(x)\right]\right\}, \quad (11)$$

将全息图相位  $\varphi(x) = -2\pi\frac{\sin\theta}{\lambda}x + \phi(x)$  在  $x=b$  处进行泰勒级数展开,并取其前两项有

$$\varphi(x) = \left[-2\pi\frac{\sin\theta}{\lambda}b + \phi(b)\right] + \left[-2\pi\frac{\sin\theta}{\lambda} + \phi'(b)\right](x-b), \quad (12)$$

假设  $o(x) \approx o$ , 对全息图进行 Gabor 小波变换有

$$W(a, b) = \int_{-\infty}^{\infty} I(x)\psi_{a,b}^*(x)dx = W_1(a, b) + W_2(a, b) + W_3(a, b), \quad (13)$$

其中  $W_1(a, b)$ 、 $W_2(a, b)$ 、 $W_3(a, b)$  分别表示全息图光强中各项小波变换的结果,为

$$\begin{cases} W_1(a, b) = \frac{\sqrt{\gamma}}{2\sqrt[4]{\pi}}\exp(-\gamma^2), \\ W_2(a, b) = \frac{\sqrt{\gamma}}{4\sqrt[4]{\pi}}o \exp\left\{-\gamma^2\left[\left(-\frac{\sin\theta}{\lambda} + \frac{\phi'(b)}{2\pi}\right)a - 1\right]^2\right\} \exp\left\{j\left[-2\pi\frac{\sin\theta}{\lambda}b + \phi(b)\right]\right\}, \\ W_3(a, b) = \frac{\sqrt{\gamma}}{4\sqrt[4]{\pi}}o \exp\left\{-\gamma^2\left[\left(-\frac{\sin\theta}{\lambda} + \frac{\phi'(b)}{2\pi}\right)a + 1\right]^2\right\} \exp\left\{-j\left[-2\pi\frac{\sin\theta}{\lambda}b + \phi(b)\right]\right\}. \end{cases} \quad (14)$$

可见当尺度因子满足  $a = \frac{1}{-\frac{\sin\theta}{\lambda} + \frac{\phi'(b)}{2\pi}}$  时,小波变换幅值的将取得最大值,即对应于小波变换脊。此

时提取小波变换脊对应的小波变换信号为

$$W_{\text{ridge}}(b) = \frac{\sqrt{\gamma}}{2\sqrt[4]{\pi}}\exp(-\gamma^2) + \frac{\sqrt{\gamma}}{4\sqrt[4]{\pi}}o \exp\left\{j\left[-2\pi\frac{\sin\theta}{\lambda}b + \phi(b)\right]\right\} + \frac{\sqrt{\gamma}}{4\sqrt[4]{\pi}}o \exp(-4\gamma^2) \exp\left\{-j\left[-2\pi\frac{\sin\theta}{\lambda}b + \phi(b)\right]\right\}. \quad (15)$$

由于  $\exp(-\gamma^2) = \exp\left[-\pi^2\left(\frac{2}{\ln 2}\right)\right] \approx 0$ ,

$\exp(-4\gamma^2) = \exp\left[-4\pi^2\left(\frac{2}{\ln 2}\right)\right] \approx 0$ , 并用坐标  $x$  表示位置,则上式可简化为

$$W_{\text{ridge}}(x) = \frac{\sqrt{\gamma}}{4\sqrt[4]{\pi}}o \exp\left\{j\left[-2\pi\frac{\sin\theta}{\lambda}x + \phi(x)\right]\right\}. \quad (16)$$

当用计算机模拟原参考光  $R(x) = \exp\left(j2\pi\frac{\sin\theta}{\lambda}x\right)$  照射全息图,重构波前的复振幅分布为

$$U_{\text{ridge}}(x) = \frac{\sqrt{\gamma}}{4\sqrt[4]{\pi}}o \exp[j\phi(x)]. \quad (17)$$

可见再现得到的复振幅分布与原物光波在全息面上的复振幅分布仅仅只差了一个常数因子而已,结合菲涅耳变换公式即可获得像面上再现像的复振幅分布。上述论理论证明了在数字全息中,基于 Gabor 小波的局部分析的功能,通过确定小波变换的脊,提取脊所对应的幅值和相位值,可直接获得被测物光在每一个空间位置点的强度与相位,无需进行空间滤波即可直接消除零级衍射像以及孪生像的影响,

得到清晰的再现像。将该方法推广至二维全息图的物光波重构时,可认为是对整幅全息图进行逐行扫描地再现每个空间位置点的物光波信息。

## 4 计算机模拟

本文以正方形相位型物体为模拟物体,其在振幅分布如图 1(a)所示,方形内强度透过率为 1,方形外强度透过率为 0,大小为  $256 \text{ pixel} \times 256 \text{ pixel}$ ;方形内相位分布如图 1(b)所示。假设物体经波长为  $632.8 \text{ nm}$ 的平面光波照射,衍射传播距离  $0.9 \text{ m}$ 后到达全息面上得到衍射物光波,将其与同波长且物

参夹角为  $2.1^\circ$ 的平面光波干涉叠加得到复振幅分布。对该复振幅取模的平方得到全息图的光强分布,如图 1(c)所示。再现时,对全息图进行 Gabor 小波变换,并通过提取小波变换脊所对应的幅值与相位直接获得全息平面上所记录的衍射物光波。然后用原参考光波作为再现光波照射小波变换脊对应的小波变换值。最后将经过再现光波照射的光场分布衍射传播相应的距离,对其取模平方后得到再现像强度以及相位分布如图 1(d),(e)所示。可见 Gabor 小波变换再现法可以很好地再现原物光场信息。

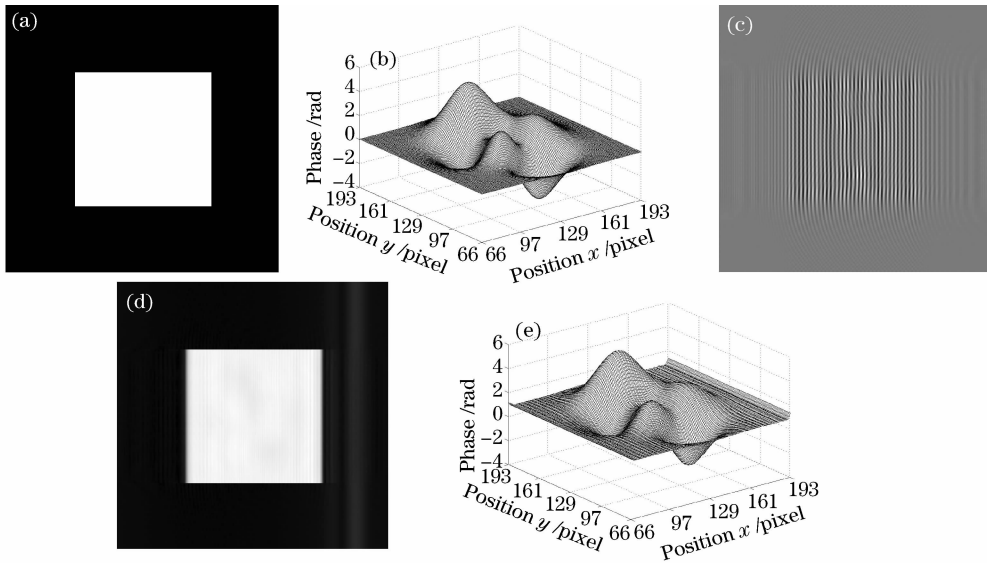


图 1 模拟相位物体。(a)振幅分布;(b)相位分布;(c)计算菲涅耳全息图;(d) Gabor 小波变换数值再现像强度分布及(e)相位分布

Fig. 1 Simulated phase object. (a) the amplitude; (b) the phase; (c) the digital Fresnel hologram; (d) the amplitude and (e) the phase of the reconstructed wave by the analysis of the GWT

## 5 实 验

数字全息实验光路如图 2 所示。由 He-Ne 激光器发出的激光束,由分束镜 BS1 分成两束,一束经平面反射镜 M1 反射后,经扩束照射在透射物体上,作为物光 OBJ;另一束则经平面反射镜 M2 反射后,经扩束作为平面参考光 REF。物光和参考光经分束镜 BS2 在 CCD 靶面上形成干涉图样,并将记录的光强信号转化为数字信号,经图像采集卡传送到计算机 PC 中储存,得到全息图。实验中,通过改变 BS2 的方位角可以方便地调节到达 CCD 靶面上的物参光夹角。

记录的是物体离轴菲涅耳全息图,光源 He-Ne 激光器波长为  $632.8 \text{ nm}$ ,最大输出功率为  $3 \text{ mW}$ ; CCD 像素尺寸为  $8.33 \mu\text{m} \times 8.33 \mu\text{m}$ ;图像采集卡

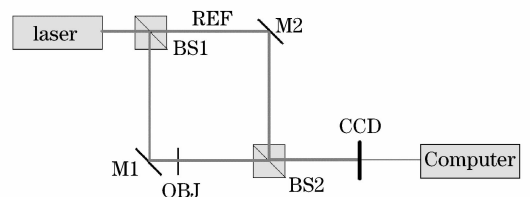


图 2 光学全息实验光路图

记录的图像大小为  $768 \text{ pixel} \times 576 \text{ pixel}$ ;截取大小为  $512 \text{ pixel} \times 512 \text{ pixel}$ 的全息图保存在计算机中。实验采用的是美国空军 1951 型分辨率测试标板 (RESOLUTION VALUES FOR STANDARD USAF 1951 RESOLUTION TEST PATTERN),所拍摄的全息图是物面上分辨率为  $1.41 \text{ line/mm}$ 的刻线。物光衍射传播距离为  $0.12 \text{ m}$ ,物光与参考

光的夹角为  $0.6^\circ$ 。图 3(a), (b) 为实验记录的全息图及其频谱。图 3(c) 是通过计算机数值模拟原参考平面光(振幅为 1, 传播方向角为  $0.6^\circ$ )作为再现光对全息图直接进行再现得到的结果。可见当借助傅里叶变换进行分析, 如果不进行滤波处理则无法去除零级像以及孪生像, 无法得到清晰的再现像。对图像进行一级二维小波分解, 可得到表示图像的

低频信息和相对应的水平、垂直、对角风向上的高频信息的四幅子带图像。为了比较, 采用文献[14, 15]提出的方法, 应用 Daubechies 小波对全息图进行 3 层小波分解, 在重构时去除低频子带成分所构成的直流分量, 消除零级衍射像, 如图 3(d) 所示。但是该方法仍然无法消除孪生像的影响。

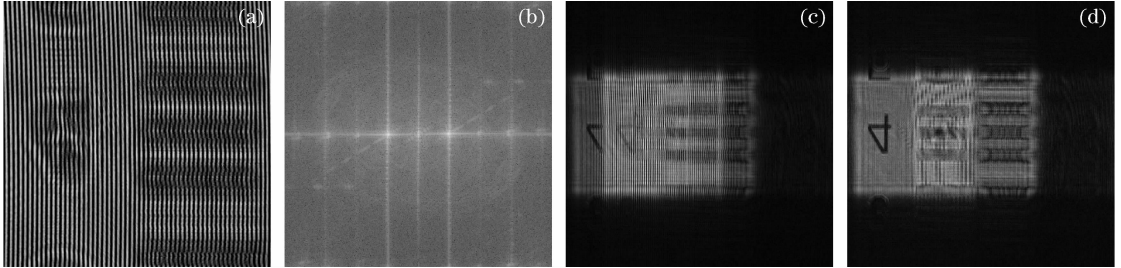


图 3 (a) CCD 记录的数字全息图, (b) 频谱, (c) 无滤波处理再现像, (d) 消除零级衍射像再现像

Fig. 3 (a) the digital hologram recorded by CCD, (b) spectrum, (c) the reconstructed image without the spatial filtering, (d) the reconstructed image without the zero-order diffraction image

图 4(a), (b) 为对全息图第 256 行信号应用 Gabor 小波变换得到的幅值分布以及相位分布。通过计算机自动检测小波变换脊, 提取其对应的小波变换系数, 得到物光的信息。图 4(c), (d), (e) 分别为对整幅全息图应用 Gabor 小波分析得到的物光在全息面上的信息, 包括幅值分布和相位分布, 以及对应的频谱信息。可见 Gabor 小波分析可以完整地提取 +1 级衍射像频谱信息, 并同时消除了代表

零级衍射像, -1 级孪生像以及其它噪音信息的频谱。图 4(f), (g) 为全息面上的物光信息传播 0.12 m 得到的菲涅耳变换再现像的强度分布以及相位分布, 可见应用 Gabor 小波变换分析无需滤波处理即可得到清晰的再现像, 并同时直接消除零级衍射像以及孪生像的影响。图 4(h) 为图 4(f) 中再现像部分的相位分布的三维立体显示图。

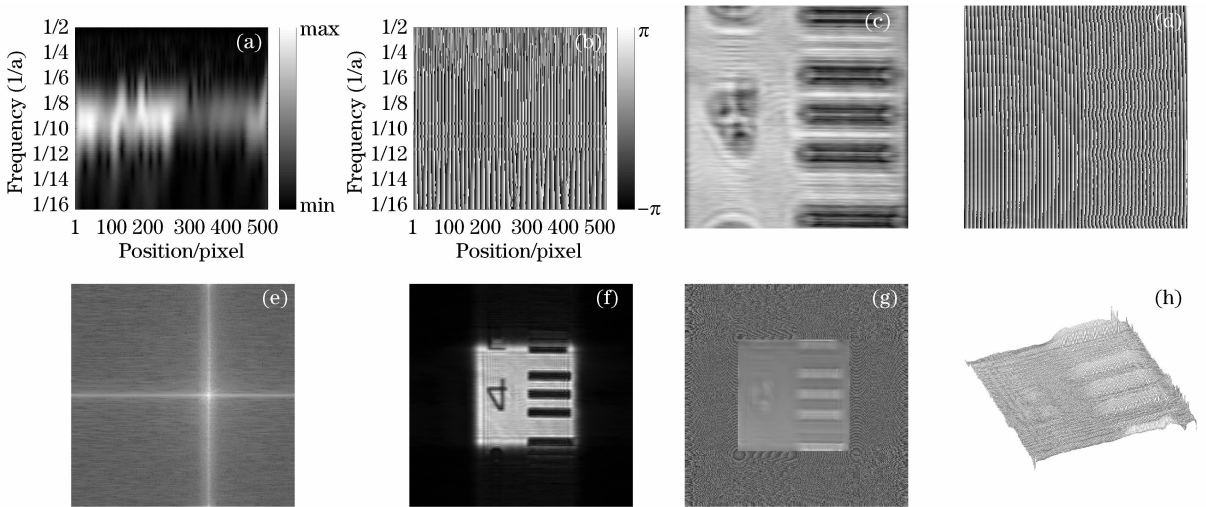


图 4 Gabor 小波变换再现结果。(a) 第 256 行全息图小波变换幅值分布, (b) 相位分布, (c) 全息面上的物光场振幅分布, (d) 相位分布, (e) 频谱, (f) 伽伯小波变换数值再现像强度, (g) 相位, (h) 再现像相位分布的三维立体显示图

Fig. 4 Result by the analysis of the Gabor WT. (a) the amplitudes, (b) the phase of the wavelet transform at the 256<sup>th</sup> row of the hologram, (c) the amplitudes, (d) the phase of the reconstructed wave at the hologram plane by the analysis of the Gabor WT, (e) spectrum, (f) the amplitudes, (g) the phase of the reconstructed wave, (h) the unwrapped phase in 3-D view

## 6 结 论

本文给出了 Gabor 小波分析在数字全息再现技术中应用的详细完整的理论分析证明,指出通过确定小波变换的脊,进而提取小波变换脊所对应的小波变换系数的幅值和相位值,无需滤波处理即可直接获得被测物光的复振幅信息,再现出原物体的振幅以及相位分布,并同时直接消除零级衍射像以及孪生像的影响。并且文中分别对振幅型物体进行了计算机模拟分析,以及实验结果,证实了该方法的可行性。

## 参 考 文 献

- 1 Yamaguchi I, Ohta S, Kato J. Surface contouring by phase-shifting digital holography [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2001, **36**(5):417~428
- 2 Wang Hui, Ying Chaofu, Wan Xu *et al.*. Information content of 3D object and its compression in the digital hologram display[J]. *Chinese J. Lasers*, 2003, **30**(9):823~828  
王 辉, 应朝富, 万 旭 等. 数字全息显示中三维物体信息量及其压缩[J]. *中国激光*, 2003, **30**(9):823~828
- 3 Yamaguchi I, Kato J, Ohta S *et al.*. Image formation in phase-shifting digital holography and applications to microscopy[J]. *Appl. Opt.*, 2001, **40**(34):6177~6186
- 4 Wang Dapeng, WeiSui. Characterization of a digital micromirror device for computer generated holographic video[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(1):50~55  
王大鹏, 韦 穗. 数字微镜器件在视频全息中的应用[J]. *光学学报*, 2008, **28**(1):50~55
- 5 Christopher J. Mann, Lingfeng Yu, Chun-Min Lo *et al.*. High-resolution quantitative phase-contrast microscopy by digital holography[J]. *Opt. Express*, 2005, **13**(22):8693~8698
- 6 Björn Kemper, Gert von Bally. Digital holographic microscopy for live cell applications and technical inspection [J]. *Appl. Opt.*, 2008, **47**(4):A52~A61
- 7 Patrik Langehanenberg, Björn Kemper, Dieter Dirksen *et al.*. Autofocusing in digital holographic phase contrast microscopy on pure phase objects for live cell imaging[J]. *Appl. Opt.*, 2008, **47**(19):D176~D182
- 8 Sun Liujie, Zhuang Songlin. Identification mark of encrypted in-line Fresnel holography[J]. *Chinese J. Lasers*, 2007, **34**(3):402~405  
孙刘杰 庄松林. 基于同轴菲涅耳全息标识印刷防伪技术[J]. *中国激光*, 2007, **34**(3):402~405
- 9 Ji Jin, Huang Fei, Wang Liang *et al.*. Information encryption based on digital holography and phase retrieve algorithm[J]. *Chinese J. Lasers*, 2007, **34**(10):1408~1412  
季 瑾, 黄 飞, 王 亮 等. 利用数字全息和相位恢复算法实现信息加密[J]. *中国激光*, 2007, **34**(10):1408~1412
- 10 Popescu G, Deflores L P, Vaughan J C *et al.*. Fourier phase microscopy for investigation of biological structures and dynamics [J]. *Opt. Lett.*, 2004, **29**(21):2503~2505
- 11 Sebesta M, Gustafsson M. Object characterization with refractometric digital Fourier holography[J]. *Opt. Lett.*, 2005, **30**(5):471~473
- 12 Florian Charrière, Anca Marian, Frédéric Montfort *et al.*. Cell refractive index tomography by digital holographic microscopy [J]. *Opt. Lett.*, 2006, **31**(2):178~180
- 13 Schnars U, Juptner W P O. Digital recording and numerical reconstruction of holograms [J]. *Measurement Science and Technology*, 2002, **13**(9):85~101
- 14 Tristan Colomb, Jonas Kühn, Florian Charrière *et al.*. Total aberrations compensation in digital holographic microscopy with a reference conjugated hologram[J]. *Opt. Express*, 2006, **14**(10):4300~4306
- 15 Lingfeng Yu, Myung K. Kim. Wavelength-scanning digital interference holography for tomographic three-dimensional imaging by use of the angular spectrum method[J]. *Opt. Lett.*, 2005, **30**(16):2092~2094
- 16 Zhou Canlin, Kang Yilan, Zhang Zhifeng. Application of wavelet transform in digital holography [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2004, **31**(7):42~45  
周灿林, 亢一澜, 张志锋. 小波变换在数字全息中的应用[J]. *光电工程*, 2004, **31**(7):42~45
- 17 Wang Liang, Feng Shaotong, Nie Shourping *et al.*. Improving the reconstructed image quality of the digital holography through multiscale transform [J]. *J. Optoelectronics · Laser*, 2007, **18**(5):625~628  
王 亮, 冯少彤, 聂守平等. 利用多尺度变换提高数字全息再现像质量[J]. *光电子·激光*, 2007, **18**(5):625~628
- 18 Liu Wenwen, Dai Yiquan, Kang Xin *et al.*. Zero order image elimination in digital hologram based on finite impulse response filter[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(5):856~859  
刘雯雯, 戴宜全, 康 新 等. 基于有限脉冲响应滤波器的数字全息零级像消除[J]. *光学学报*, 2008, **28**(5):856~859
- 19 Michael Liebling, Thierry Blu, Michael Unser. Fresnelets: new multiresolution wavelet bases for digital holography[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2003, **12**(1):29~43
- 20 Jingang Zhong, Jiawen Weng. Phase retrieval of optical fringe patterns from the ridge of a wavelet transform[J]. *Opt. Lett.*, 2005, **30**(19):2560~2562
- 21 Cesar A., Taeueui Kim. Determination of strains from fringe patterns using space-frequency representations[J]. *Opt. Eng.*, 2003, **42**(11):3182~3193