

光纤光栅应变传感器光-力转换的理论方程

吴永红¹ 屈文俊¹ 邵长江¹ 周 巍¹ 蔡海文²

(¹ 同济大学土木工程学院, 上海 200092; ² 中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800)

摘要 光纤光栅(FBG)应变传感器的光-力转换方程,为其标准化设计、参数标定及精度分析的理论依据。基于 Ansari 光纤传感器的应变传递分析模型及弹性力学的基本理论,建立了统一的埋入式光纤光栅应变传感器光-力转换的基本理论方程。方程的建立反映了传感器复合体内部及其与观测环境之间的力学耦合机制,考虑了应变传递分析模型的各边界条件、变形协调条件,以及传感器的所有几何尺寸。对传感器实例的实验研究表明,这一理论方程基本可靠,可成为光纤光栅应变传感器优化设计和性能分析的实用化理论工具。

关键词 光纤光学; 光-力转换; 光纤光栅传感器; 力学耦合; 应变传递

中图分类号 TP125 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/AOS20092908.2067

Basic Optical-Mechanical Transformation Theoretical Equation for FBG Strain Sensors

Wu Yonghong¹ Qu Wenun¹ Shao Changjiang¹ Zhou Wei¹ Cai Haiweng²

(¹ College of Civil Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China

² Shanghai Institute of Optics and fine mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China)

Abstract Based on Ansari's strain transferring analytical model for fiber optic sensors and basic theories in elastic mechanics, a universal basic optical-mechanical transformation theoretical equation which is the base for standardized design and precision analysis for embedded fiber Bragg grating (FBG) strain sensors is established. In course of establishing the equation, the axial mechanically coupling mechanisms within sensor complex and with sensed environments are reflected, each boundary condition and displacement coordination condition for strain transferring analytical mode are considered, and all sensor geometrical parameters are taken into account. Experimental study on a sensor sample has validated the rough reliability of proposed theoretical equation.

Key words fibre optics; optical-mechanical transformation equation; fiber Bragg grating sensors; mechanical coupling; strain transfer

1 引 言

光纤光栅(FBG)应变传感光-力转换方程建立的关键,是确定光纤光栅的封装基材与光纤纤芯之间的应变传递关系(以下简称应变传递关系)。这一关系的确定,有有限元法^[1,2]和解析法^[3]。有限元法过程复杂,且难以确定所需细观力学参数;解析法直观明了,简便实用。光纤传感器应变传递解析方程的建立,普遍基于 Ansari^[4]提出的光纤应变传递模型,且一般假定基材应变恒定不变,实际上是忽略基材-光纤之间的应力耦合作用。导致建立的应变传递关系,

不能全面、可靠地反映传感器封装结构的力学参数和几何参数对光-力转换效应的影响。使得据此最终建立的光-力转换方程,均不能成为传感器优化设计和性能分析的实用化分析工具,尽管光纤光栅应变传感已在众多领域得到广泛的应用研究^[5~7]。

在光纤传感器复合体内,包含“两刚(封装基材、裸纤)一柔(粘接层)”3种材料。刚性材料石英和封装基材的弹模,一般高达几十万 MPa,而柔性材料粘接剂的弹模不足 1 万 MPa。彼此在刚度上存在量级上的差异。文献[3,4]。分析光纤应变传递所蕴涵的

收稿日期: 2008-08-03; 收到修改稿日期: 2008-11-28

基金项目: 国家自然科学基金(50878152)资助课题。

作者简介: 吴永红(1966—),男,副研究员,主要从事结构健康监测及光纤传感应用方面的研究。

E-mail: wuyonghonghao@yahoo.com.cn

基本力学原理,为 Cox 提出的用于分析复合材料内部应力传递的剪滞理论^[8]。这一理论应用的基本前提,是假定复合复体内不同材料的弹模不相匹配。换言之,基于这一理论建立的应变传递方程,应能反映不同材料之间力学参数及几何参数相对变化的影响,实质上即能反映各种材料之间的力学耦合效应。

本文建立了统一的埋入式光纤光栅应变传感器光-力转换的基本理论方程。

2 光纤光栅应变传感器应变传递的耦合方程

2.1 传感器的基本结构

由于光纤纤细,对于刚性封装的任何形式的埋入式光纤光栅应变传感器,均可等效简化为图 1 所示的基本结构。图 1 中, r_c , r_a , r_e 分别表示光纤纤芯、粘接层和封装壳外半径。

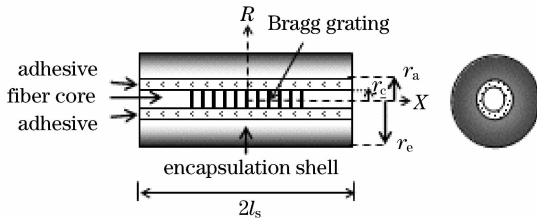


图 1 传感器结构示意图

Fig. 1 Schematic diagram of sensor structure

2.2 应变传递模型

对以上结构的光纤应变传感器的特性作假定:传感器的构成材料均为线弹性,且各向同性;传感器各层(光纤纤芯-粘接层-封装壳)之间,结合紧密,变形协调;不考虑温度效应。

刚性封装的传感器内部应变传递模型和变形协调模型,如图 2 所示。其中 $\Delta U_c(x)$, $\Delta U_e(x)$ 及 $\Delta U_a(x)$ 分别表示纤芯、封装壳的位移及两者的位移差^[4],

$$\Delta U_a(x) = \frac{r_c}{G_a} \tau(x, r_c) \ln\left(\frac{r_a}{r_c}\right). \quad (1)$$

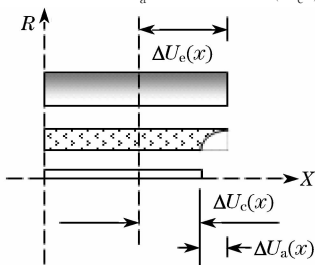


图 2 传感器变形位移示意图

Fig. 2 Schematic diagram of displacement coordination

式中 G_a 为封装胶的剪切模量, $\tau(x, r_c)$ 为粘接层-纤芯接触面上的剪应力。

2.3 应变传递耦合方程

根据

$$U_c(x) = \int_0^x \epsilon_c(\xi) d\xi = \int_0^x \frac{\sigma_c(\xi)}{E_c} d\xi; \quad (2)$$

$$U_e(x) = \int_0^x \epsilon_e(\xi) d\xi = \int_0^x \frac{\sigma_e(\xi)}{E_e} d\xi. \quad (3)$$

可得应变传递协调方程

$$\epsilon_c(x) - \epsilon_e(x) = \frac{r_a}{G_a} \frac{d\tau(x, r_c)}{dx} \ln\left(\frac{r_a}{r_c}\right). \quad (4)$$

(2)式~(4)式中, $\epsilon_c(x)$, $\epsilon_e(x)$, E_c , E_e 分别表示光纤纤芯和封装壳的应变和弹性模量。

在轴向 x 处,在纤芯和封装壳中各取一微元体(如图 3 所示),根据微元体轴向力的平衡,则有

$$r_c \frac{d\sigma_c(x)}{dx} = -2\tau(x, r_c). \quad (5)$$

$$t_e \frac{d\sigma_e(x)}{dx} = \tau(x, r_a); \quad (6)$$

(5)式,(6)式反映了纤芯和封装壳之间的应力耦合。式中 $\sigma_c(x)$, $\sigma_e(x)$ 分别表示纤芯和封装壳中点 x 处轴向应力, $t_e = (r_e^2 - r_a^2)/2r_a$, $\tau(x, r_c)$, $\tau(x, r_a)$ 满足^[4]

$$r_c \tau(x, r_c) = r_a \tau(x, r_a), \quad (7)$$

式中 $\tau(x, r_a)$ 为粘接层-封装壳接触面上的剪应力。

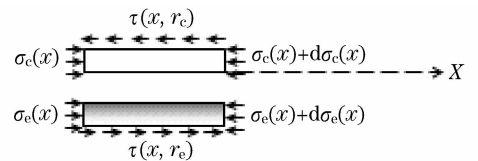


图 3 纤芯和封装壳微元体示意图

Fig. 3 Schematic diagram of fiber core and encapsulation shell infinitesimal element

由胡克定律

$$\sigma_c(x) = E_c \epsilon_c(x); \quad (8)$$

$$\sigma_e(x) = E_e \epsilon_e(x), \quad (9)$$

对(4)式求导,并将(5)式~(9)式代入其中,得到应变传递耦合方程

$$\frac{d^3 \epsilon_c(x)}{dx^3} - k^2 \frac{d\epsilon_c(x)}{dx} = 0; \quad (10)$$

$$\frac{d^3 \epsilon_e(x)}{dx^3} - k^2 \frac{d\epsilon_e(x)}{dx} = 0. \quad (11)$$

应变传递控制耦合方程为一对方程组,其中

$$k^2 = \frac{2G_a}{(\ln r_a - \ln r_c)} \left(\frac{1}{r_c^2 E_c} + \frac{1}{2r_a t_e E_e} \right). \quad (12)$$

(11)式,(12)式的通解为

$$\epsilon_c(x) = A_1 + A_2 \sinh(kx) + A_3 \cosh(kx); \quad (13)$$

$$\epsilon_e(x) = B_1 + B_2 \sinh(kx) + B_3 \cosh(kx). \quad (14)$$

由(5)式~(9)式,进一步有

$$\epsilon_c(x) = B_1 + \alpha[A_2 \sinh(kx) + A_3 \cosh(kx)]. \quad (15)$$

(13)式~(15)式中, A_1, A_2, A_3, B_1 由应变传递模型的边界条件和变形协调条件确定。其中

$$\alpha = -r_c^2 E_c / (2r_a t_e E_e). \quad (16)$$

3 应变传递关系

3.1 应变传递模型的边界条件及变形协调条件

根据模型的对称性、应变传递协调方程的特征,考虑传感器与环境的协同作用,可建立下述边界条件及变形协调条件

$$\epsilon_c(l_s) = 0, \dot{\epsilon}_c(0) = 0 \quad (17)$$

$$\epsilon_c(0) = \epsilon_e(0), \int_0^{l_s} \epsilon_e(x) dx / l_s = \epsilon_m \quad (18)$$

式中 ϵ_m 为传感器待观测的环境应变。

3.2 应变传递关系

由(13)式,(15)式,(17)式和(18)式可得

$$A_1 = \beta \cosh(kl_s) \epsilon_m; A_2 = 0; \quad (19)$$

$$A_3 = -\beta \epsilon_m; \quad (20)$$

$$B_1 = \beta[\alpha + \cosh(kl_s) - 1] \epsilon_m. \quad (21)$$

(19)式~(21)式中,

$$\beta = \frac{kl_s}{(\alpha - 1)kl_s + [kl_s \cosh(kl_s) - \beta \sinh(kl_s)]}$$

将 A_1, A_2, A_3 代入(13)式得光纤纤芯的应变分布

$$\epsilon_c(x) = -\beta [\cosh(kx) - \cosh(kl_s)] \epsilon_m. \quad (22)$$

则纤芯各点的应变传递率 $\eta(x)$ 为

$$\eta(x) = \frac{\epsilon_c(x)}{\epsilon_m} = -\beta [\cosh(kx) - \cosh(kl_s)]. \quad (23)$$

对于工程检测具有实际意义的是传感器所在区间的平均应变传递率 $\bar{\eta}$:

$$\bar{\eta} = \frac{\int_0^{l_s} \epsilon_c(x) dx}{\epsilon_m l_s} = -\frac{\beta [\sinh(kl_s) - kl_s \cosh(kl_s)]}{kl_s}. \quad (24)$$

4 光-力转换方程

光纤光栅中心反射波长 λ_B 与光纤纤芯应变 ϵ 之间的关系为^[9]

$$\Delta\lambda_B \approx 0.78\lambda_B \epsilon, \quad (25)$$

(25)式中, $\Delta\lambda_B$ 为光纤光栅中心反射波长的移动, ϵ

为光纤轴向应变。将(24)式代入(25)式即得光纤光栅应变传感器的光-力转换方程

$$\Delta\lambda_B \approx 0.78 \bar{\eta} \lambda_B \epsilon_m = \frac{0.78\beta [\sinh(kl_s) - kl_s \cosh(kl_s)]}{kl_s} \lambda_B \epsilon_m. \quad (26)$$

5 实 验

采用 Istron-5880 伺服实验系统,对制作的光纤光栅应变传感器直接进行纵向加载。光纤光栅波长解调仪为 Micron Optics 公司生产的 Si425-500。实验装置如图 4 所示,传感器光学、力学和几何参数如表 1 所示,实验结果和理论计算结果如图 5 所示。

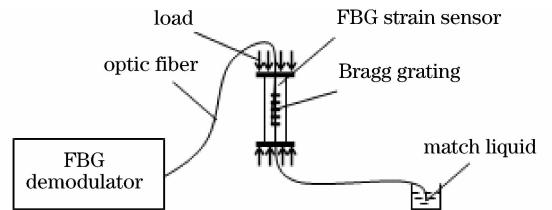


图 4 实验装置示意图

Fig. 4 Schematic diagram of experimental set up

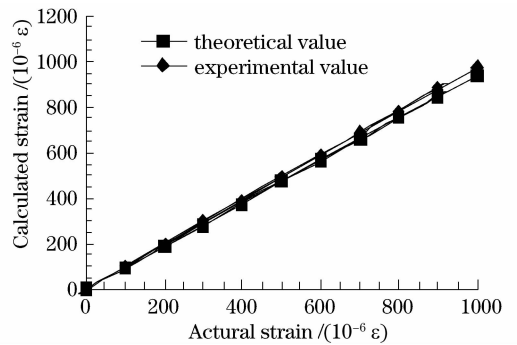


图 5 FBG 传感器光-力转换的理论值和实验值

Fig. 5 Theoretical and experimental values for FBG strain sensor

表 1 光纤光栅应变传感器参数

Table 1 FBG strain sensor parameters

optical parameter /nm	geometrical parameter / μm	mechanical parameter /GPa
λ_B	l_s	E_e
1550	20000	200
	r_e	G_a
	2000	0.96
	r_a	E_c
	937.5	72
	r_c	
	62.5	

由图 5 可见,传感器光-力转换的理论计算值与实验观测值基本一致,只是应变增大(大于 $450 \times 10^{-6} \epsilon$)时,两者出现分歧,前者比后者平均约低 4%。差异的大小决定于建立的理论模型、模型参

数、传感器加工制作等因素的可靠性。

6 结 语

建立了统一的埋入式光纤光栅应变传感器光-力转换的基本理论方程。方程的建立反映了光纤-基材复合体的力学耦合机制,考虑了应变传递分析模型的各边界条件、变形协调条件,以及传感器的所有几何尺寸。对传感器实例的实验研究表明这一方程可靠,从而可成为光纤光栅应变传感器标准化设计和性能分析的实用化理论分析工具。

参 考 文 献

- 1 Liu Haowu, Wu Yonghong, Ding Rui *et al.*. Nonlinear finite element analysis and test of fiber optic strain sensing [J]. *Journal of Optoelectronics. Laser*, 2003, **14**(5):526~528
刘浩吾,吴永红,丁睿等. 光纤应变检测的非线性有限元分析和试验[J]. *光电子·激光*, 2003, **14**(5):526~528
- 2 Wu Yonghong. Structural analysis and test of FBG hydraulic engineering seepage sensor encapsulation [D]. Chengdu: *Sichuan University*, 2003
吴永红. 光纤光栅水工渗压传感器封装的结构分析与实验 [D]. 成都: 四川大学, 2003
- 3 Li Dongsheng, Li Hongnan. Strain transferring of fmbded fiber Bragg grating sensors[C]. *SPIE*, 2005, **5765**: 1085~1094
- 4 Ansari, Yuan Libao. Mechanics of bond and interface shear transfer in optical fiber sensors [J]. *J. Eng. Mech.*, 1998, **124**(4):385~394
- 5 Zhang Jinlong, Yu Chongxiu, Wang Kuiru *et al.*. Displacement sensor with temperature compensation based on chirp fiber grating [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(4):779~782
张锦龙,余重秀,王葵如等. 基于啁啾光纤光栅的温度自补偿位移传感器[J]. *光学学报*, 2008, **28**(4):779~782
- 6 Yang Jian, Zhao Yong, Ni Xingjie. Development of novel Fiber Bragg Grating underwater acoustic sensor [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(9):1575~1579
杨剑,赵勇,倪行洁. 新型光纤光栅水声传感器的研究[J]. *光学学报*, 2007, **27**(9):1575~1579
- 7 Guo Tuan, Zhao Qida, Liu Lihui *et al.*. Light intensity-referred and temperature-insensitive fiber Bragg grating dynamic pressure sensor [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(2):207~211
郭团,赵启大,刘丽辉等. 光强检测型光纤光栅温变不敏感动态压力传感研究[J]. *光学学报*, 2007, **27**(2):207~211
- 8 H. L. Cox. The elasticity and strength of paper and other fibrous materials[J]. *Brit. J. Appl. Phys.*, 1952, **3**:72~78
- 9 K. O. Hill, G. Meltz. Fiber Bragg grating technology fundamentals and overview [J]. *J. Lightwave Technol.*, 1997, **15**(8):1263~1276