

文章编号: 0253-2239(2009)07-1947-04

# 双光楔旋光退偏器的 Mueller 矩阵分析

宋师霞 宋连科

(曲阜师范大学激光研究所, 山东 曲阜 273165)

**摘要** 退偏度是衡量退偏器性能的主要参数。为了提高双光楔旋光退偏器的退偏性能,应用平均 Mueller 矩阵推导出双光楔旋光退偏器退偏度的理论表达式,并利用平均 Mueller 矩阵和斯托克斯矢量建立了退偏器偏振度与相关参量间的关系。通过对一阶贝塞尔函数求解,理论上就退偏器的退偏性能进行了解释。退偏度的大小与入射光的波长、光瞳半径、退偏器的结构角等参数有关。在 Matlab 软件环境下对理论结果进行了模拟计算。模拟计算结果表明:波长越短退偏越容易,在一定范围内适当增加光瞳半径或结构角可以提高退偏效果。理论结果与相应的实验结果相一致,证明了理论分析的正确性。为退偏器的优化设计、生产及使用提供了理论基础。

**关键词** 光学器件; 旋光退偏器; Mueller 矩阵; 退偏

中图分类号 O436.3 文献标识码 A doi: 10.3788/AOS20092907.1947

## Analysis of Double Plate Rotation Depolarizer by Mueller Matrix

Song Shixia Song Lianke

(Laser Institute, Qufu Normal University, Qufu, Shandong 273165, China)

**Abstract** Depolarization is a main parameter of the depolarizer. In order to improve the performance of the double plate rotation depolarizer, the average Mueller matrix is used to derive the theory expression of depolarization. The relationship between depolarization-polarization and related parameters is proposed by using the average Mueller matrix and Stokes vector. Through the first order Bessel function solution, a satisfactory explanation of the depolarization for the depolarizer in theory is gained. Depolarization is related to some parameters such as the wavelength, the beam diameters the structural angle etc. A digital simulation is performed based on Matlab software. The theory results show that the shorter wavelength depolarizers is easier, depolarization effects improve when increasing pupil radius or angle structure. Theoretical results meet well with the experiment. The discussions can supply theoretical basis for the design, production and use of the depolarizer.

**Key words** optical devices; rotation depolarizer; Mueller matrix; depolarization

## 1 引言

在光学测量系统和激光技术应用中,光学测量的精度以及激光应用的质量都与激光光束的偏振状态有关<sup>[1~4]</sup>。在许多情况下,激光光束的偏振状态起决定性的作用,一般要求完全非偏振光束作为激光测量或者加工的最佳光束,对激光光束的偏振状态控制的方案就是对激光光束进行退偏处理<sup>[5]</sup>。双光楔旋光退偏器由结构角相同、晶体光轴垂直于通光端面的左旋和右旋两块石英晶体棱镜组

合而成。它将入射的线偏振光束转变成偏振面复杂变化的混合光束,从而导致退偏。对于这种退偏器的实验研究已有多人作过不少工作<sup>[6,7]</sup>,而对于这种退偏器退偏性能的理论分析鲜有报道。退偏器的性能一般可以用其出射光信号的偏振度  $P$  来表示,其中有利用琼斯矩阵和相干矩阵求得退偏器偏振度<sup>[8~10]</sup>,也有利用 Mueller 矩阵和 Stokes 矢量求得退偏器偏振度<sup>[11,12]</sup>。由于琼斯矩阵和琼斯矢量元均为复数,因此相干矩阵和偏振度分析很复杂,而

收稿日期: 2008-07-09; 收到修改稿日期: 2008-10-24

作者简介: 宋师霞(1981—),女,硕士研究生,现主要从事激光偏光方面的研究。E-mail: qing26344@163.com

导师简介: 宋连科(1961—),男,教授,硕士生导师,主要从事激光偏光方面的研究。E-mail: lksong@qfnu.edu.cn

(通信联系人)

Mueller 矩阵和斯托克斯矢量元均为实数,且偏振度可由斯托克斯矢量元表示,分析计算方便。

本文应用平均 Mueller 矩阵推导这种退偏器的偏振度,并利用平均 Mueller 矩阵和斯托克斯矢量建立了退偏器偏振度与相关参量的关系。此理论方法通过模拟计算,就可以看出偏振度与相关参量的关系,不需要加工器件也可以分析退偏器的性能。从而为改善和应用退偏器的性能提供了较为全面的理论指导。

## 2 理论分析

双光楔旋光退偏器结构如图 1 所示,它是由两个结构角相同的左右旋石英晶体组合成的。这种退偏器的哪一端是左旋还是右旋没有关系,重要的是两晶体的旋光性质必须相反,否则就变成了一个简单的石英旋光器了。 $\beta$  称为结构角, $d_0$  表示晶体的长度, $Z$  轴为光传播方向, $O$  为光瞳的中心;设光通过左边晶体楔的长度  $OA = d_1$ ,通过右边晶体楔的长度  $AC = d_2$ 。

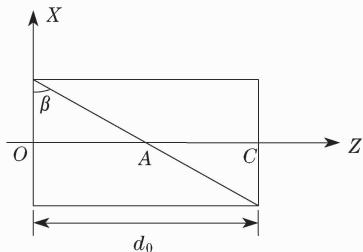


图 1 双光楔旋光退偏器结构图

Fig.1 Structure of double plate rotation depolarizer  
退偏器的 Mueller 矩阵可以表示为<sup>[13]</sup>

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos 2\varphi & \sin 2\varphi & 0 \\ 0 & -\sin 2\varphi & \cos 2\varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1)$$

其中旋光角  $\varphi = \alpha L$ ;  $\alpha$  为物质的旋光率,数值与波长有关<sup>[14]</sup>  $\alpha = \frac{\Delta n}{\lambda} \pi$ ,  $\Delta n$  为石英的双折射率, $\lambda$  为波长, $L$  为光线通过石英晶体的厚度。

$$L = (d_1 - Rx \tan \beta) - (d_2 + Rx \tan \beta)$$

$$2\varphi = 2\alpha L = 2\alpha[(d_1 - Rx \tan \beta) - (d_2 + Rx \tan \beta)] = fx + b$$

其中  $f = -4\alpha R \tan \beta$ ,  $b = 2\alpha(d_1 - d_2)$ ,  $R$  为光瞳半径, $x$  为归一化坐标。

由于这种退偏器可以看成是空域上的退偏效应,首先求平均 Mueller 矩阵  $\bar{M}$ ,对  $M$  在光瞳范围

$\Sigma$  上求积分:

$$\bar{M} = \int_{\Sigma} M dx dy$$

对  $\cos 2\varphi$  和  $\sin 2\varphi$  在光瞳范围内积分有

$$(\cos 2\varphi)_{\Sigma} = \frac{1}{\pi} \int_{\Sigma} \cos(fx + b) dx dy = \frac{1}{\pi} \int_0^1 \rho d\rho \int_0^{2\pi} \cos(f\rho \cos \theta) \cos b d\theta = 2 \cos b \frac{J_1(f)}{f}, \quad (2)$$

$$(\sin 2\varphi)_{\Sigma} = \int_{\Sigma} \sin 2\varphi dx dy = 2 \sin b \frac{J_1(f)}{f}, \quad (3)$$

其中  $J_1(f)$  为一阶贝塞尔函数<sup>[15]</sup>。

则退偏器的平均 Mueller 矩阵可以表示为

$$\bar{M} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 \cos b \frac{J_1(f)}{f} & 2 \sin b \frac{J_1(f)}{f} & 0 \\ 0 & -2 \sin b \frac{J_1(f)}{f} & 2 \cos b \frac{J_1(f)}{f} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (4)$$

当线偏振光的偏振方向与  $X$  轴的夹角为  $\theta$  时,令  $S, S'$  分别表示输入光线和输出光线的斯托克斯矢量,那么它们和  $\bar{M}$  的关系可以表示为

$$S' = \bar{M} S = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 \cos b \frac{J_1(f)}{f} & 2 \sin b \frac{J_1(f)}{f} & 0 \\ 0 & -2 \sin b \frac{J_1(f)}{f} & 2 \cos b \frac{J_1(f)}{f} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ \cos 2\theta \\ \sin 2\theta \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \cos b \cos 2\theta \frac{J_1(f)}{f} + 2 \sin b \sin 2\theta \frac{J_1(f)}{f} \\ -2 \sin b \cos 2\theta \frac{J_1(f)}{f} + 2 \cos b \sin 2\theta \frac{J_1(f)}{f} \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

根据偏振度的定义<sup>[16]</sup>可知,出射光的偏振度大小为

$$P = \frac{(S_1^2 + S_2^2 + S_3^2)^{1/2}}{S_0} =$$

$$\left[ \left( 2 \cos b \cos 2\theta \frac{J_1(f)}{f} + 2 \sin b \sin 2\theta \frac{J_1(f)}{f} \right)^2 + \right.$$

$$\left(-\sin b \cos 2\theta \frac{J_1(f)}{f} + 2\cos b \sin 2\theta \frac{J_1(f)}{f}\right)^2 \Bigg]^{1/2} = 2 \left| \frac{J_1(f)}{f} \right| = 2 \left| \frac{J_1\left(4 \frac{\Delta n}{\lambda} \pi R \tan \beta\right)}{4 \frac{\Delta n}{\lambda} \pi R \tan \beta} \right|. \quad (6)$$

由(6)式可知,某一偏振方向的线偏振光经过石英双光楔退偏器后,出射光的偏振度与入射光的偏振状态  $\theta$  无关,与入射光的波长  $\lambda$  以及晶体的结构角  $\beta$ 、光瞳半径  $R$  等参数有关。

### 3 数值模拟计算及结果

利用 Matlab 软件可以方便的对退偏器出射光的偏振度进行数值求解。下面给出了石英双光楔退偏器随晶体的结构角、入射光瞳半径以及入射光波长这些参数变化的模拟计算结果。

当光瞳半径一定时,出射光偏振度与晶体结构角的关系如图 2 所示。在光瞳半径  $R=5 \text{ mm}$  时,出射光的波长越大,第一次达到完全退偏所需要的结构角越大,并且波长越小偏振度随着结构角  $\beta$  的增加变化越平缓。对某一波长来讲,随着结构角  $\beta$  的增加出射光偏振度的振荡也越趋于平缓,当结构角  $\beta$  增加到一定的程度后偏振度趋于稳定,因此再增加时对降低出射光的偏振度的意义就不大了。

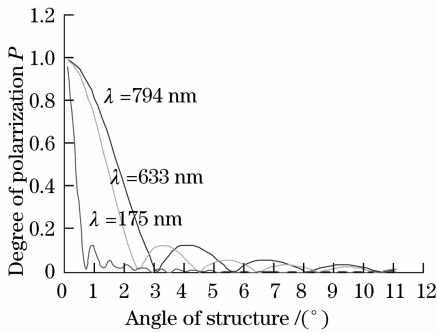


图 2  $R=5 \text{ mm}$  时偏振度与晶体楔结构角的关系  
Fig. 2 Relationship between the polarization and structural angle with pupil radius of 5 mm

特定波长下出射光偏振度与光瞳半径的关系如图 3 和图 4 所示。出射光的偏振度随着光瞳半径  $R$  的增大振荡下降;结构角  $\beta$  增大,振荡周期减小;结构角  $\beta$  越大出射第一次达到完全退偏所需要的光瞳越大。比较图 3 和图 4 可得,出射光的波长越短越容易退偏,出射光的波长越长退偏越难。

当结构角一定时,出射光偏振度与光瞳半径的关系图 5 所示。当结构角  $\beta$  一定时,退偏器对不同波长的光退偏所需要的光瞳半径  $R$  是不一样的。

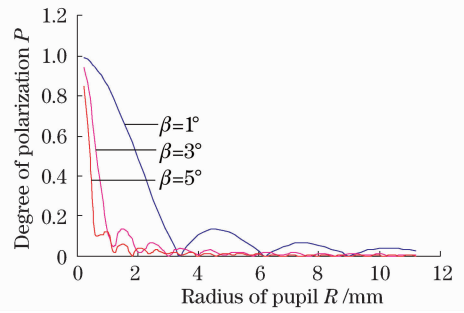


图 3 入射光  $\lambda=175 \text{ nm}$  出射光偏振度与光瞳半径的关系  
Fig. 3 Relationship between the polarization and pupil radius with wavelength of 175 nm

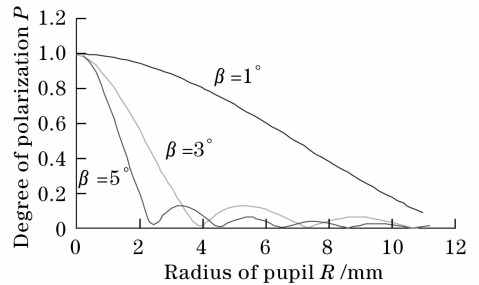


图 4 入射光  $\lambda=638 \text{ nm}$  出射光偏振度与光瞳半径的关系  
Fig. 4 Relationship between the polarization and pupil radius with wavelength of 638 nm

波长越短,出射光第一次达到完全退偏的所需要的光瞳半径越小,而且光瞳半径的增加一定程度就可以达到退偏的要求,再增加光瞳半径意义不大了。对于长波长而言出射光第一次达到完全退偏的所需要的光瞳要大的多。当光瞳半径较小时(如  $R < 10 \text{ mm}$  时),对较大波长(如  $\lambda=633 \text{ nm}$ )的出射光的偏振度而言,光瞳半径的增加效果不明显;但是适当调节光瞳半径大小对短波长(如  $\lambda=175 \text{ nm}$ )的出射光就能获得明显的退偏效果。

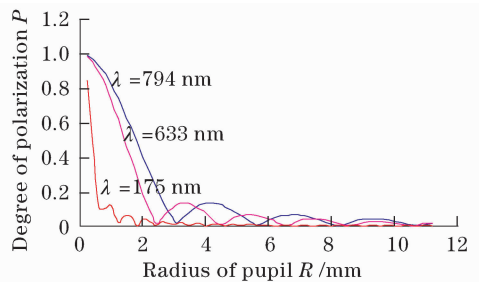


图 5 结构角  $\beta=5^\circ$  时,出射光偏振度与光瞳半径的关系  
Fig. 5 Relationship between the polarization and pupil radius with structural angle of  $5^\circ$

### 4 总 结

双光楔旋光退偏器可用于对偏振敏感的光电测

量系统中,以提高稳定性。应用平均 Mueller 矩阵推导出了双光楔旋光偏器偏振度的理论表达式,并对偏振度与入射光波长、退偏器的结构角和入射光瞳半径等参量的关系进行了较全面地定量说明。理论结果表明,短波长退偏相对于长波长退偏较容易;对某一波长来讲在一定范围内增加结构角或者增加光瞳半径可以改善退偏效果。这与文献[7]的所得:短波长优于长波长,大通光瞳优于小通光瞳,大结构角退偏器优于小结构角退偏器等实验结论相一致。这种理论方法及计算结果对类似退偏器的设计和应用有一定指导意义。

### 参 考 文 献

- Du Lingyan, Deng Yong, Ju Shan *et al.*. Measurement of polarized backscattering differential spectra for tissue phantom [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(11):2038~2041  
杜玲艳, 邓 勇, 鞠 珊 等. 组织模型偏振后向散射差分光谱的测量[J]. *光学学报*, 2007, **27**(11):2038~2041
- Liu Chong, Ge Jianhong, Xiang Zhen *et al.*. Thermal-induced birefringence2Compensated laser system with Two Nd : YAG rods [J]. *Chinese J. Lasers*, 2007, **34**(11):1483~1487  
刘 崇, 葛剑虹, 项 震 等. 双棒串接补偿热致双折射效应激光谐振腔[J]. *中国激光*, 2007, **34**(11):1483~1487
- Zhang Xuguo, Jiang Yuesong, Lu Xiaomei. Adjustment of optical elements and error analysis for laser remote sensing polarization imaging system [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(6):1191~1196  
张绪国, 江月松, 路小梅. 激光遥感偏振成像系统光学元件调整及误差分析[J]. *光学学报*, 2008, **28**(6):1191~1196
- Chen Benyong, Mu Ruizhen, Zhou Yanjiang *et al.*. Nonlinear error analysis of laser synthetic-wavelength nanomeasurement interferomet [J]. *Chinese J. Lasers*, 2008, **35**(2):240~244  
陈本永, 穆瑞珍, 周砚江 等. 激光合成波长纳米测量干涉仪的非线性误差分析[J]. *中国激光*, 2008, **35**(2):240~244
- Wang Jianjun, Li Mingzhong, Deng Qinghua *et al.*. Polarization control technology of fiber front-end system in ICF driver [J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2006, **18**(5):803~806  
王建军, 李明中, 邓青华 等. ICF 驱动器光纤前端系统偏振控制技术[J]. *强激光与粒子束*, 2006, **18**(5):803~806
- Wu Fuquan, Li Guohua, Huang Jiayin *et al.*. Study on the measurement of spectral propertles of monochromatic light crystalline quartz depolarizer [J]. *Spectroscopy and Spectral Analysis*, 1996, **16**(3):23~25  
吴福全, 李国华, 黄家寅 等. 单色石英退偏器的光谱性能测试研究[J]. *光谱学与光谱分析*, 1996, **16**(3):23~25
- Wu Fuquan, Li Guohua, Huang Jiayin *et al.*. Study of depolarization mechanism and performances of a monochromatic light crystalline quartz depolarizer [J]. *Chinese J. Lasers*, 1995, **A22**(5)338~341  
吴福全, 李国华, 黄家寅 等. 单色石英退偏器的退偏机理及性能研究[J]. *中国激光*, 1995, **A22**(5)338~341
- Peterman Bohm K, Weidel E K. Performance of depolarizers with birefringent single-mode fibers [J]. *J. Light Tech*, 1983, **1**(1):71~74
- Burns W K. Degree of polarization in the Lyot depolarizer [J]. *J. Light Tech*, 1983, **1**(3):475~479
- Mochizuki K. Degree of polarization in jointed fibers: the Lyot depolarizer [J]. *Appl. Opt.*, 1984, **23**(19):3284~3288
- Chi Hao, Gao Jun, Xu Senlu. A novel practical quasi-monochromatic depolarizer [J]. *Acta Optica Sinica*, 1997, **17**(8):1097~1102  
池 灏, 高 军, 徐森禄. 一种实用的准单色光退偏器的研究[J]. *光学学报*, 1997, **17**(8):1097~1102
- Zhang Jinghua. Analysis of lyot optical fiber depolarizer by mueller matrix [J]. *Journal of Shanghai University (Natural Science)*, 2002, **8**(2):141~144  
张靖华. Lyot 型光纤消偏器的 Mueller 矩阵分析[J]. *上海大学学报(自然科学版)*, 2002, **8**(2):141~144
- Long Kuisheng, Zhang Zhongxian, Tan Hening. *Light Polarization and Its Application* [M]. Beijing: Machinery Industry Press, 1989. 260  
龙槐生, 张仲先, 谈恒英. 光的偏振及其应用[M]. 北京:机械工业出版社, 1989. 260
- Feng Weiwei, Li Guohua. Study of crystal specific rotation by applying circular hones vector [J]. *Journal of Optoelectronics • Laser*, 2003, **14**(6):657~658  
冯伟伟, 李国华. 圆琼斯矢量应用于晶体旋光率的研究[J]. *光电子 • 激光*, 2003, **14**(6):657~658
- Fourth of Higher Mathematics* [M]. Beijing: Higher Education Press, 1985. 355~366  
高等数学第四册[M]. 北京:高等教育出版社, 1985. 355~366
- Wei Guanghui, Yan Jixiang, Ha Liuzhu *et al.*. Matrix optical [M]. Beijing: Ordnance Press, 1985. 185  
魏光辉, 阎吉祥, 哈流柱 等. 矩阵光学[M]. 北京:兵器工业出版社, 1985. 185