

二维随机介质中偏振模式的竞争和阈值特性

吕健滔 刘 海 王可嘉 刘劲松

(华中科技大学 光电子科学与工程学院, 武汉光电国家实验室, 湖北 武汉 430074)

摘要 基于随机激光的时域理论,建立了横磁与横电光波模式共享反转粒子数情况下的理论模型,并利用时域有限差分法(FDTD)数值求解麦克斯韦方程组和速率方程组,从而获得了二维随机介质内横磁与横电光波模式的阈值特性。结果表明,如果横磁与横电偏振模式之间没有共享反转粒子数,则横磁光波模式拥有较低的激发阈值;反之,则横电光波模式的激发阈值更低。在共享反转粒子数的情况下,改变样品的表面填充率对两种偏振模式的阈值并没有很大的影响,而增加样品面积则可以明显的降低横磁模式的阈值。

关键词 激光物理;随机介质;有限时域差分方法;模式竞争

中图分类号 O43 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS20092907.1892

The Competition and Threshold Property between Two Polarization States in Two-Dimensional Random Medium

Lü Jiantao Liu Hai Wang Kejia Liu Jinsong

(Wuhan National Laboratory for Optoelectronics, School of Optoelectronic Science and Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan, Hubei 430074, China)

Abstract The theoretical model which transverse magnetic (TM) polarization state and transverse electric (TE) polarization state share the same inverted population is built based on the time dependent theory of random lasers. By using the finite difference time domain (FDTD) method to numerically solve Maxwell equations and rate equations, we can obtain the threshold properties for two polarization states. The results show that TM state has a lower lasing threshold than TE state when they don't share the inverted population, otherwise, the TM state is strongly suppressed. In the competition condition, the threshold for two states changes hardly by changing the surface-filling fraction, but will decrease for TM state when increasing the sample size.

Key words Laser physics; Random medium; Finite difference time domain method; Mode competition

1 引 言

近年来,随机激光器作为一种新型的无腔微型激光器,由于其特殊的物理机制和广泛的应用前景而引起了学术界的广泛关注^[1~28]。与传统激光器不同的是,随机激光器的受激辐射放大来源于光波在无序介质中的多重散射所产生的相干反馈。各国的科学家相继报道了不同随机介质中的实验结果,与此同时,多种解释实验现象的理论模型也建立了起来^[14~17]。在各种模型中,时域理论应用最为广泛,其基本原理是将麦克斯韦方程组和速率方程相结合,并利用时域有限差分方法(FDTD)进行数值

求解^[15]。这种模型能比较直观和全面的描述相干反馈随机激光辐射的多种特性^[18,19]。

利用时域理论研究随机激光辐射现象时,激光器模型多以二维随机构型为主。为了方便讨论,我们建立如下的一个三维坐标系: x 和 y 位于二维随机介质平面内, z 垂直于此平面;在二维随机介质中存在着两种偏振光波模式,由 H_x 、 H_y 、 E_z 分量组成的偏振光波模式称为横磁(TM)模,由 E_x 、 E_y 、 H_z 分量组成的偏振光波模式称为横电(TE)模。P. Sebbah等^[29]首先研究了TM模的激光行为,而刘劲松等^[30]把研究范围拓展到TE模式,并率先在理

收稿日期: 2009-03-09; 收到修改稿日期: 2009-04-02

基金项目: 国家自然科学基金(60778003, 60378001, 10876010)资助项目。

作者简介: 吕健滔(1980—),男,博士研究生,主要从事随机激光现象方面的研究。E-mail: kentle@sina.com

导师简介: 刘劲松(1959—),男,博士,博士生导师,主要从事激光物理与非线性光学等方面的研究。

E-mail: jsliu4508@vip.sina.com(通信联系人)

论上研究了两种模式的竞争特性^[31]。

2002年,日本科学家 Tetsu Ito 等^[32]用掺染料的尼龙光纤阵列建立了一个准二维的随机介质构型,并对随机激光辐射的偏振依赖特性进行了研究。实验结果表明, TM 光波模式比 TE 光波模式具有更低的阈值。他们在实验中所选用的增益介质为染料,而染料分子中偶极矩的投影在空间有不同的取向,使得不同偏振模式的光波可以享用不同的染料分子,导致 TM 与 TE 光波模式并没有共享反转粒子数。但是,如果增益介质不是染料, TM 与 TE 光波模式则要共享反转粒子数,这必将导致这两种偏振模式对反转粒子数的竞争,从而对辐射特性有根本的改变。迄今为止,尚未有相关的理论研究此竞争行为。本文在随机激光时域理论的基础上,建立了两种偏振模式共享反转粒子数情况下的理论模型,并比较了在竞争与否的情况下随机激光的阈值特性。结果表明,在非共享反转粒子数的情况下,所得结果与 Tetsu Ito 等人的实验结论一致;在共享反转粒子数的情况下, TE 模拥有较低的阈值, TM 模的振荡往往被抑制。在此基础上,本文还深入讨论了在共享反转粒子数的情况下,如何通过改变样品参数来降低 TM 模的阈值。

2 理论模型

考虑一个边长为 L 的正方形二维平面随机介质,半径为 r ,折射率为 n_2 的圆形散射颗粒随机分布在折射率为 n_1 的均匀增益介质中。随机介质的表面填充率 Φ 定义为 $\Phi = N\pi r^2/L^2$,其中 N 为散射颗粒总数。

在二维随机介质内, TM 模光波的电场与磁场分量满足如下麦克斯韦方程组

$$\mu_0 \partial H_x / \partial t = -\partial E_z / \partial y, \quad (1a)$$

$$\mu_0 \partial H_y / \partial t = \partial E_z / \partial x, \quad (1b)$$

$$\epsilon_i \epsilon_0 \partial E_z / \partial t + \partial P_z / \partial t = \partial H_y / \partial x - \partial H_x / \partial y \quad (1c)$$

对于 TE 模,有

$$\partial H_z / \partial y = \epsilon_0 \epsilon_i \partial E_x / \partial t + \partial P_x / \partial t, \quad (2a)$$

$$-\partial H_z / \partial x = \epsilon_0 \epsilon_i \partial E_y / \partial t + \partial P_y / \partial t, \quad (2b)$$

$$\partial E_y / \partial x - \partial E_x / \partial y = -\mu_0 \partial H_z / \partial t, \quad (2c)$$

其中 ϵ_0 和 μ_0 分别是真空介电常数和真空磁导率, $\epsilon_i = n_i^2$, $i = 1, 2$ 。

用于描述随机介质中增益部分的激光四能级系统能级方程如下所示:

$$dN_1/dt = N_2/\tau_{21} - W_p N_1, \quad (3a)$$

$$dN_2/dt = N_3/\tau_{32} - N_2/\tau_{21} - (\mathbf{E}/\hbar\omega_1) \cdot d\mathbf{P}/dt, \quad (3b)$$

$$dN_3/dt = N_4/\tau_{43} - N_3/\tau_{32} + (\mathbf{E}/\hbar\omega_1) \cdot d\mathbf{P}/dt, \quad (3c)$$

$$dN_4/dt = -N_4/\tau_{43} + W_p N_1, \quad (3d)$$

其中 W_p 为抽运速率, $N_i (i = 1 \sim 4)$ 为各能级粒子数密度。 τ_{21} 、 τ_{32} 和 τ_{43} 分别是能级 2、3 和 4 的寿命。 $(\mathbf{E}/\hbar\omega_1) d\mathbf{P}/dt$ 表征了受激跃迁速率; $\omega_1 = (E_3 - E_2)/\hbar$ 是辐射光的中心频率。

另外, \mathbf{P} 为极化强度,并满足方程

$$d^2 \mathbf{P} / dt^2 + \Delta\omega_1 d\mathbf{P} / dt + \omega_1^2 \mathbf{P} = \kappa \Delta N \mathbf{E}, \quad (4)$$

其中 $\Delta N = N_2 - N_3$ 为单位体积内激光上、下能级的粒子数差; $\Delta\omega_1 = 1/\tau_{32} + 2/T_2$ 为激光辐射频谱的半高全宽, T_2 为原子的碰撞时间; κ 为常量, 满足 $\kappa = 6\pi\epsilon_0 c^3 / \omega_1^2 \tau_{32}$ 。

1) 在染料作为增益介质时, TM 与 TE 偏振模式不共享反转粒子数,所以在(3b)式、(3c)式和(4)式中,对于 TM 模式有

$$\mathbf{E} = E_z \mathbf{e}_z, \quad \mathbf{P} = P_z \mathbf{e}_z,$$

对于 TE 模式有

$$\mathbf{E} = E_x \mathbf{e}_x + E_y \mathbf{e}_y, \quad \mathbf{P} = P_x \mathbf{e}_x + P_y \mathbf{e}_y.$$

2) 在 TM 与 TE 偏振模式共享反转粒子数情况下,(3b)式、(3c)式和(4)式中, TM 与 TE 偏振模式均为

$$\mathbf{E} = E_x \mathbf{e}_x + E_y \mathbf{e}_y + E_z \mathbf{e}_z,$$

$$\mathbf{P} = P_x \mathbf{e}_x + P_y \mathbf{e}_y + P_z \mathbf{e}_z,$$

其中 $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z$ 分别表示在空间坐标系下,沿 x, y, z 三个方向上的单位矢量。

采用时域有限差分方法,我们可以联立求解以上麦克斯韦方程组和速率方程。为了表征此系统为开放系统,边界条件采用完全匹配层(PML)方式。空间步长和时间步长分别为 $\Delta x = \Delta y = 10 \text{ nm}$ 和 $\Delta t = \frac{\Delta x}{(2c)} \approx 1.67 \times 10^{-17} \text{ s}$ 。其他参数值如下: $\tau_{21} = 5 \times 10^{-12} \text{ s}$, $\tau_{32} = 10^{-10} \text{ s}$, $\tau_{43} = 10^{-13} \text{ s}$, $T_2 = 2 \times 10^{-14} \text{ s}$, $\nu_1 = \omega_1/2\pi = 6.45 \times 10^{14} \text{ Hz}$ ($\lambda_1 = 464.46 \text{ nm}$)。上述这些参数与文献[32]中所用染料分子的参数相近。

3 结果与分析

为了更好的与先前的理论与实验结果进行比较,我们首先研究了无反转粒子数共享和反转粒子数共享两种情况下 TM 和 TE 模式光波的辐射光谱和阈值特性,然后讨论共享反转粒子数条件下辐射光谱和激光阈值随样品参数的变化关系。

3.1 竞争与否的比较

我们选用一方形随机构型,参数如下: $L = 2 \mu\text{m}$,

$\Phi=30\%$, $r=60\text{ nm}$, $n_1=1$, $n_2=2$, 在计算中不改变样品内颗粒的分布, 并考察 6 ps 时刻的辐射功率谱。

图 1 和图 2 分别给出了在不考虑 TM 和 TE 模式共享反转粒子数情况下, 随机样品在不同抽运速率条件下的辐射功率谱。我们在 TM 和 TE 偏振态下分别选取一个阈值最低的激光模式(波长分别为 464.2 nm 和 462.7 nm), 并描绘出图 3 所示的阈值曲线。从图中可以看出, TM 和 TE 模式的辐射光

都具有相似的阈值特性和增益饱和现象。当抽运速率超过阈值时, 在相同的抽运速率下, TM 模的辐射强度远强于 TE 模的辐射强度, 而且 TM 模比 TE 模具有更低的激光辐射阈值, 这个结论与 Tetsu Ito 等人的实验结果相符合。产生这一结果的原因是, TM 波在无序介质中产生的背向散射强于 TE 波, 光子不容易逃逸到边界以外而使系统拥有更小的损耗, 从而更有利于光子局域化的形成。

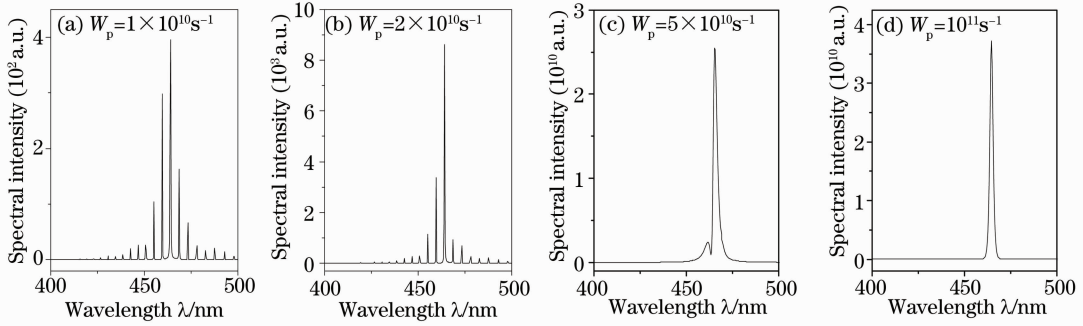


图 1 非竞争反转粒子数情况下二维随机介质中 TM 光波模式辐射频谱图

Fig. 1 The spectral intensity in arbitrary units vs. the wavelength λ for TM state in the 2D random medium in non-competitive case

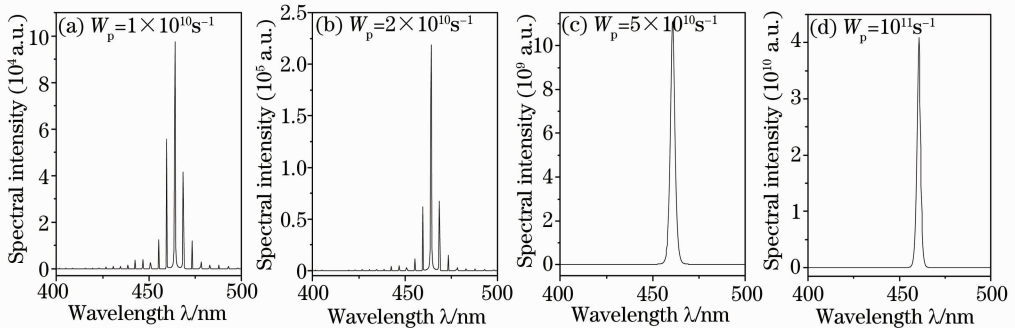


图 2 非竞争反转粒子数情况下二维随机介质中 TE 光波模式辐射频谱图

Fig. 2 The spectral intensity in arbitrary units vs. the wavelength λ for TE state in the 2D random medium in non-competitive case

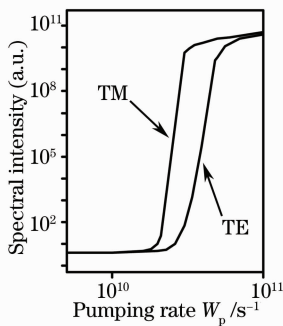


图 3 非竞争反转粒子数情况下 TM 与 TE 光波模式的阈值曲线

Fig. 3 The lasing threshold vs. the pumping rate for both TE and TM states in non-competitive case

我们接下来研究在 TM 和 TE 模式共享反转粒子数的情况下, 二维随机介质腔内两种偏振模式的辐射光谱以及阈值特性。图 4 和图 5 分别给出了在考虑 TM 和 TE 模式共享反转粒子数情况下, 随机样品在不同抽运速率条件下的辐射功率谱。我们同样选取两个阈值最低的激光模式并获得图 6 所示的阈值曲线。从图 6 可以看出, 当 TM 和 TE 光波模式共享反转粒子数时, TM 模式几乎被完全抑制, 辐射光近似于单纯的 TE 偏振光。这是由于 TM 模式只有一个电场分量 E_z 消耗反转粒子数, 而 TE 模式有两个电场分量 E_x 和 E_y 同时消耗反转粒子数, 从而获得更大的输出场强。

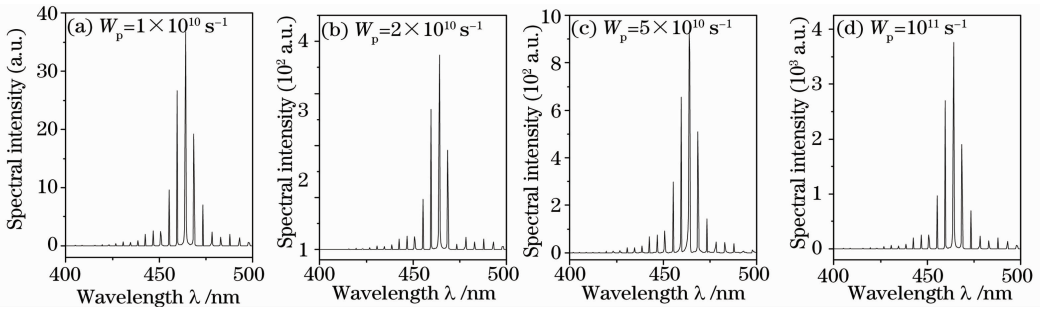


图 4 竞争反转粒子数情况下二维随机介质中 TM 光波模式辐射频谱图

Fig. 4 The spectral intensity in arbitrary units vs. the wavelength λ for TM state in the 2D random medium in competitive case

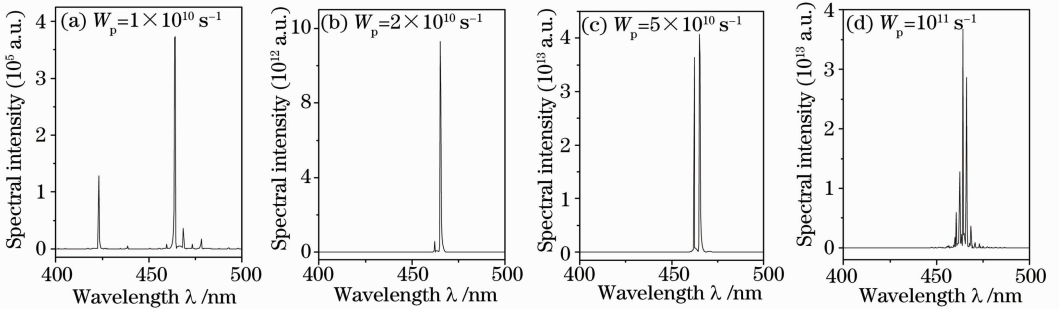


图 5 竞争反转粒子数情况下二维随机介质中 TE 光波模式辐射频谱图

Fig. 5 The spectral intensity in arbitrary units vs. the wavelength λ for TE state in the 2D random medium in competitive case

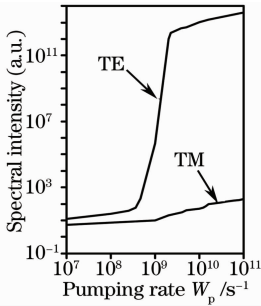


图 6 竞争反转粒子数情况下 TM 与 TE 光波模式的阈值曲线

Fig. 6 The lasing threshold vs. the pumping rate for both TM and TE states in competitive case

3.2 竞争情况下的样品参数依赖特性

从上面的分析我们注意到,在参数为: $L=2 \mu\text{m}$,

$\Phi=30\%$, $r=60 \text{ nm}$, $n_1=1$, $n_2=2$ 的随机构型中, TM 模式几乎完全被抑制。接下来我们尝试通过改变介质模型的相关参数,包括填充率 Φ 和介质尺寸 L , 研究腔内偏振模式的辐射频谱变化情况。

3.2.1 改变填充率 Φ

表面填充率是与随机材料制备直接相关的参数,也是决定光波在无序介质中散射强度的因素之一。我们在固定介质模型其他参数($L=2 \mu\text{m}$, $r=60 \text{ nm}$, $n_1=1$, $n_2=2$)的前提下选择不同的填充率 Φ ,并计算抽运速率为 $W_p=10^{12} \text{ s}^{-1}$ 时无序介质中 TM 与 TE 模式的频谱图,如图 7 所示。通过改变抽运速率,我们可以获得两种填充率情况下的阈值曲线,如图 8 所示。

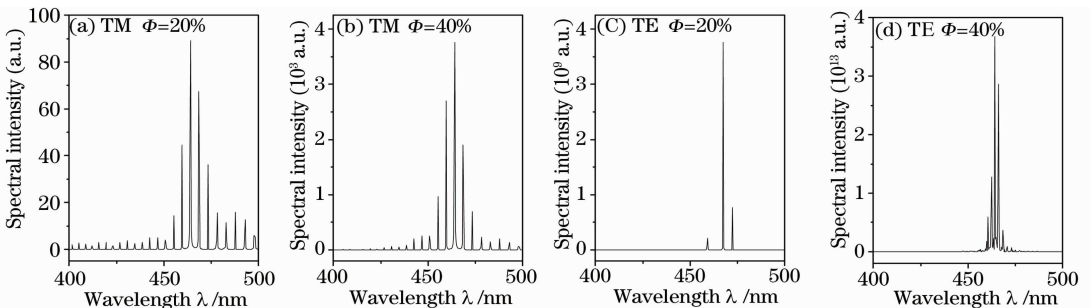


图 7 竞争反转粒子数情况下不同填充率的二维随机介质中 TM 与 TE 光波模式辐射频谱图

Fig. 7 The spectral intensity in arbitrary units vs. the wavelength λ for both TM and TE states in the 2D random medium with different filling-fraction in competitive case

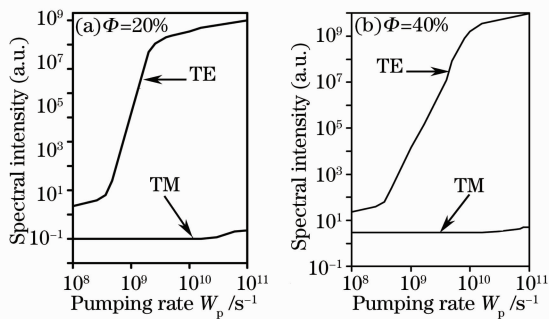


图 8 竞争反转粒子数情况下不同填充率的二维随机介质 TM 与 TE 光波模式的阈值曲线

Fig. 8 The lasing threshold vs. the pumping rate for both TE and TM states in the 2D random medium with different filling-fraction in competitive case

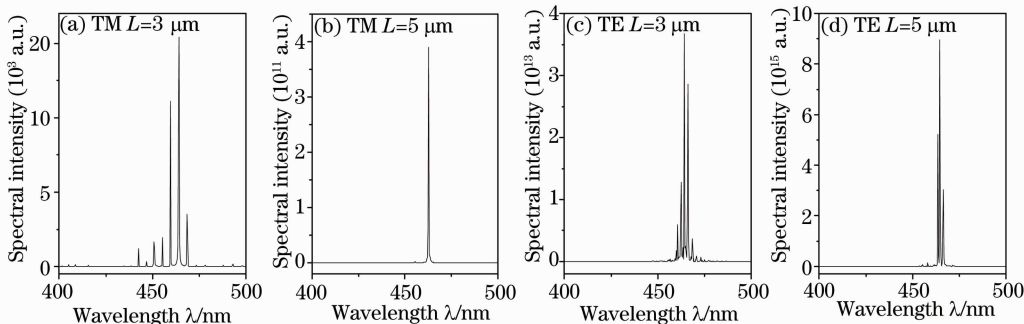


图 9 竞争反转粒子数情况下不同尺寸的二维随机介质中 TM 与 TE 光波模式辐射频谱图。

Fig. 9 The spectral intensity in arbitrary units vs. the wavelength λ for both TM and TE states in the 2D random medium with different size in competitive case

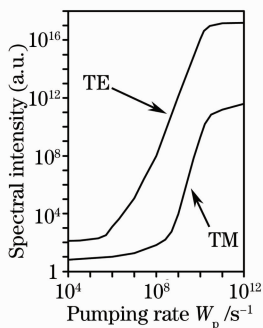


图 10 竞争反转粒子数情况下 TM 与 TE 光波模式的阈值曲线, $L=5 \mu\text{m}$ 。

Fig. 10 The lasing threshold vs. the pumping rate for both TE and TM states in competitive case, $L=5 \mu\text{m}$

由图 10 可以明显看出, 尽管 TM 模式依然被 TE 模式压制, 但是随着介质尺寸的加大, TM 模式最终被有效激发, 并具有与 TE 模式相似的阈值特性。

从图 8 可以看出, 对于 TM 与 TE 偏振模式, 在相同的抽运速率下, 增加表面填充率 Φ 可以增强辐射光强度。因为在固定的介质尺寸和颗粒半径下, Φ 越大, 颗粒对光波的散射作用越强, 对光子局域化的形成越有利。然而, 增加或减小填充率并不能改变 TM 模式被严重压制这一状况, 辐射光仍然以 TE 偏振为主。

3.2.2 改变样品尺寸 L

固定介质模型参数为 $r=60 \text{ nm}$, $\Phi=30\%$, $n_1=1$, $n_2=2$, 选取不同的样品尺寸 L , 研究在共享反转粒子数情况下, 抽运速率为 $W_p=10^{12} \text{ s}^{-1}$ 时, TM 与 TE 模式的辐射频谱特性, 所得结果如图 9 所示。图 10 给出了 $L=5 \mu\text{m}$ 时辐射光的阈值曲线图。

激光时域理论为基础, 建立了二维随机介质内 TM 与 TE 模式共享反转粒子数情况下的理论模型, 并通过数值计算研究了 TM 与 TE 光波模式的辐射特性和阈值特性。我们发现, 如果 TM 与 TE 光波模式之间不共享反转粒子数, TM 光波容易在较低的阈值被激发; 反之, 则 TM 模式被严重抑制, 出射激光近似于单纯的 TE 偏振光。改变样品的表面填充率对两种模式的阈值没有明显的影响, 而增大样品的尺寸则可以很大程度的降低 TM 模式的阈值, 从而使 TM 模式更容易被激发出来。上述的结论与现有的关于随机激光偏振特性的实验结果完全符合, 并对此方面实验的进一步深入有着很大的指导作用。同时, 由于二维随机激光器的辐射光有着明显的偏振依赖特性, 因此可以通过某些手段来控制辐射光的偏振态输出, 这对于随机激光作为新型平面光源的应用有着较大的推动作用。

4 结 论

本文以麦克斯韦方程和速率方程相结合的随机

参 考 文 献

1 N. M. Lawandy, R. M. Salschandran, A. S. Lgomes *et al.*.

- Laser action in strongly scattering media [J]. *Nature*, 1994, **368**(6470): 436~439
- 2 H. Cao, Y. G. Zhao, S. T. Ho *et al.*. Random laser action in semiconductor power [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1999, **82**(11): 2278~2281
- 3 H. Cao, J. Y. Xu, E. W. Seelig *et al.*. Microlaser made by disorder media[J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2000, **76**(21): 2997~2999
- 4 H. Cao, Y. Ling, J. Y. Xu *et al.*. Photon Statistics of lasers with resonant feedback [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2001, **86**(20): 4524~4527
- 5 B. Liu, A. Yamilov, Y. Ling *et al.*. Dynamic nonlinear effect on lasing in a random medium [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2003, **91**(6): 063903~063907
- 6 S. Mujumdar, M. Ricci, R. Torre *et al.*. Amplified extended modes in random lasers[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2004, **93**(5): 053903~053907
- 7 R. C. Polson, Z. V. Vardeny. Random lasing in human tissues [J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2004, **85**(7): 1289~1291
- 8 G. D. Dice, S. Mujumdar, A. Y. Elezzabi. Plasmonically enhanced diffusive and subdiffusive metal nanoparticle-dye random laser[J]. *Appl. Phys. Lett.*, 2005, **86**(13): 131105~131108
- 9 J. Bertolotti, S. Gottardo, D. S. Wiersma *et al.*. Optical necklace states in Anderson localized 1D systems[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2005, **94**(1): 113903~11390
- 10 X. Wu, W. Fang, A. Yamilov *et al.*. Random lasing in weakly scattering systems[J]. *Phys. Rev. A*, 2006, **74**(5): 053812~053823
- 11 Q. H. Song, L. Y. Liu, S. M. Xiao *et al.*. Unidirectional high intensity narrow - linewidth lasing from a planar random microcavity laser[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2006, **96**(3): 033902~033906
- 12 C. Vanneste, P. Sebbah, H. Cao. Lasing with resonant feedback in weakly scattering random systems[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2007, **98**(14): 143902~143906
- 13 X. H. Wu, J. Andreasen, H. Cao *et al.*. Effect of local pumping on random laser modes in one dimension[J]. *J. Opt. Soc. Am. B*, 2007, **24**(10): A26~A33
- 14 V. M. Alparkov, M. E. Raikh, B. Shapiro. Random resonator and prelocalized mode in disorder dielectric films [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2002, **89**(1): 016802~016806
- 15 X. Y. Jiang, C. M. Soukoulis. Time dependent theory for random laser [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2000, **85**(1): 70~73
- 16 G. Hackenbroich, C. Viviescas, B. Elattari *et al.*. Photocount Statistics of Chaotic Lasers [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2001, **86**(23): 5262~5265
- 17 A. L. Burin, M. A. Ratner, H. Cao *et al.*. Model for a random laser[J]. *Phys. Rev. Lett.*, 2001, **87**(21): 215503~215507
- 18 Liu Jinsong, Liu Hai, Wang Chun. Spectral time evolution of quasistate modes in two-dimensional random media [J]. *Acta Physica Sinica*, 2005, **54**(7): 3116~3122
刘劲松, 刘 海, 王 春. 二维随机介质中准态模的频谱时间演化特性[J]. *物理学报*, 2005, **54**(7): 3116~3122
- 19 Liu Jinsong, Liu Hai, Wang Chun *et al.*. Threshold and saturation properties of two-dimensional random lasers and mode selection[J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, **55**(8): 4123~4131
刘劲松, 刘 海, 王 春. 二维随机激光器的模式选择及阈值与饱和特性[J]. *物理学报*, 2006, **55**(8): 4123~4131
- 20 Ye Yunxia, Fan dianyuan. Incoherent radiation of amplifying Random media[J]. *Chinese J. Lasers.*, 2007, **34**(3): 364~369
叶云霞, 范滇元. 增益随机散射介质中的非相干辐射[J]. *中国激光*, 2007, **34**(3): 364~369
- 21 He Benqiao, Liao Qing, Huang Yong. Random lasing in a cholesteric liquid crystal polymer solution [J]. *Chinese J. Lasers.*, 2008, **35**(10): 1477~1480
何本桥, 廖 青, 黄 勇. 胆甾型液晶溶液膜中的随机激光[J]. *中国激光*, 2008, **35**(10): 1477~1480
- 22 Wang Hong, Ouyang Zhengbiao, Han Yanling *et al.*. Mode area and amplification of localized modes in Two-dimensional active Random media [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(7): 1295~1300
王 宏, 欧阳征标, 韩艳玲 等 二维随机增益介质中局域模的模面积和放大 [J]. *光学学报*, 2007, **27**(7): 1295~1300
- 23 Jiang Nan, Du Fei, Bai Ran *et al.*. Factor of influencing pumping threshold energy of whispering-gallery-mode laser in a cylindrical micro-cavity [J]. *Chinese J. Lasers.*, 2008, **35**(5): 660~663
江 楠, 杜 飞, 白然 等. 影响柱形微腔回音廊模激光抽运阈值能量的因素 [J]. *中国激光*, 2008, **35**(5): 660~663
- 24 Gao Zhensen, Li Chunfei. Optical properties of the series-coupled microring resonators [J]. *Chinese J. Lasers.*, 2008, **35**(5): 675~679
高震森, 李淳飞. 串联微环谐振器的光学特性 [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2008, **35**(5): 675~679
- 25 Yingmao Xie, Zhengdong Liu. Localized modes in orientation-disordered one-dimensional media with uniaxial scatterers [J]. *Chinese Optics Letters*, 2008, **6**(8): 575~577
- 26 Jian Fu, Xiang Yin, Ningyuan Li *et al.*. Atom waveguide and 1D optical lattice using a two-color evanescent light field around an optical micro/nano-fiber [J]. *Chinese Optics Letters*, 2008, **6**(2): 112~115
- 27 Yutong Feng, Junqing Meng, Weibiao Chen. Shanghai High repetition rate, compact micro-pulse all-solid-state laser [J]. *Chinese Optics Letters*, 2007, **5**(11): 648~650
- 28 Kang Li, Yishan Wang, Wei Zhao *et al.*. Lasing characteristics of strongly pumped Yb-doped photonic crystal fiber laser [J]. *Chinese Optics Letters*, 2007, **5**(6): 347~350
- 29 P. Sebbah, C. Vanneste. Random laser in localized regime[J]. *Phys. Rev. B*, 2002, **66**(14): 144202~144212
- 30 Chun Wang, Jinsong Liu. Polarization dependence of lasing modes in two-dimensional random lasers [J]. *Phys. Lett. A*, 2006, **353**(2): 269~272
- 31 J S Liu, Z Xiong, Chun Wang. Theoretical investigation on polarization-dependent laser action in two-dimensional random media[J]. *J. Opt. A*, 2007, **9**(7): 658~663
- 32 Tetsu Ito, Makoto Tomita. Polarization-dependent laser action in a two-dimensional random medium [J]. *Phys. Rev. B*, 2002, **66**(2): 027601~027605