第 29 卷 第 6 期
2009 年 6 月

光 学 学 报
ACTA OPTICA SINICA

Vol. 29, No. 6
June, 2009

文章编号：0253-2239(2009)06-1691-06

高斯波束对离心球的辐射俘获力

颜 兵 韩香娥

（西安电子科技大学理学院，陕西 西安 710071）

摘要 基于广义洛仑兹-米氏理论(GLMT)，研究了高斯波束对离心球的纵向辐射俘获力。用积分区域近似法计算波束系数，散射场的展开系数由矢量球面波函数的加法定理并求解边界条件得到。给出了高斯波束对在轴离心球辐射俘获力的计算公式并进行了数值模拟。将离心球退化为同心双层球，对离心球辐射俘获力的公式进行了验证。讨论了离心距对纵向俘获力的影响，也讨论了束腰半径、介质折射率和波长对纵向辐射俘获力的影响。

关键词 电磁散射；辐射俘获力；广义米理论；离心球

中图分类号 O431.1 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/AOS20092906.1691

Radiation Trapping Forces Acting on Eccentric Sphere in Gaussian Beam

Yan Bing Han Xiang'e

(*School of Sciences, Xidian University, Xi'an, Shaanxi* 710071, *China*)

Abstract Axial force exerted on an eccentric sphere by a focused Gaussian beam is studied within the framework of the generalized Lorenz-Mie theory (GLMT). The beam shape coefficients are calculated by integral localized approximation. The translational addition theorems for spherical vector wave functions and the boundary conditions are used in solving the scattering coefficients. Expression and numerical results of the radiation force for an eccentric sphere are given. By reducing the eccentric sphere to a concentric sphere system, the expression of axial force exerted on an eccentric sphere by a focused Gaussian beam is validated. The effects of distance between centers, beam waist, refractive-index and wavelength on axial radiation force are discussed.

Key words electromagnetic scattering; radiation trapping forces; generalized Lorenz-Mie theory; eccentric sphere

1 引 言

在过去的几十年中，科学家们对光悬浮和光束的捕获特性进行了广泛的研究[1~9]。这些研究所产生的成果—光镊，以其能对微米量级小粒子进行无直接接触、无损伤且精确的操纵之优点，正被大量的应用于物理学[10]、生物学[11~13]以及工程动力学[14]等研究领域。在这些研究领域中，作为被研究对象的粒子不一定都是均匀粒子，很多情况下是被当作双层或多层粒子来处理的。而在自然界中，分层粒子并不一定总是同心的，如水滴包裹着冰核、玻璃微珠中嵌着气泡以及诸多的生物细胞等，在这些粒子中，内层介质与整个外层介质可能构成一个离心球模型。

研究辐射力有两种途径：电磁波方法和几何光学法[15]。对于粒子尺寸远大于波长的情况，可以用几何光学法来研究其俘获力；若粒子尺寸远小于波长，可将粒子等效成点偶极子，用瑞利近似法来计算俘获力；当粒子尺寸和波长处于同一数量级时，前述两种方法不再适用，此时应采用广义洛仑兹-米氏理论(GLMT)[5,6,8,9,16]。事实上，现实中遇到的粒子，其尺寸大小多数是与波长处于同一数量级范围内；而且，GLMT 并不受粒子尺寸大小的限制，可以用于研究任何大小的粒子对任意波束的散射问题[17]。在光镊系统中，用显微镜物镜变换将波束汇聚到微米量级，可以使波束有更大的光强梯度。当粒子在一定范围内偏离光轴时，波束对粒子的横向俘获力

收稿日期： 2008-08-06；**收到修改稿日期：** 2008-08-09

基金项目： 教育部科学技术研究重点项目(106149)资助课题。

作者简介： 颜 兵 (1976—)，男，博士研究生，主要从事小粒子散射方面的研究。E-mail: yanbing122530@163.com

导师简介： 韩香娥(1962—)，女，教授，博士，主要从事光散射、光测量方面的研究。E-mail: xehan@mail.xidian.edu.cn

可将粒子拉回到光轴上来。因此，单波束对粒子的俘获关键是在轴向对粒子的俘获。

本文主要目的在于研究波束对水环境或大气中离心球的辐射俘获力之特性。用 GLMT 研究了高斯波束对离心球纵向辐射俘获力的若干特性。用积分区域近似法计算了高斯波束的波束因子(BSCs)，给出了波束对离心球纵向辐射俘获力的公式，并对纵向俘获力的数值模拟进行了讨论。

2 入射场和散射场的描述

考虑半径为 b 折射率为 m_2 的小球完全镶嵌于半径为 a 介质折射率为 m_1 的大球内，对应的波数分别为 k_1 和 k_2。环境介质为非吸收介质，折射率为 m_0。分别以两球球心 O_1 和 O_2 为坐标原点，以球心连线为 z 轴建立直角坐标系 $O_1x_1y_1z_1$ 和 $O_2x_2y_2z_2$，两坐标系的 z 轴重合，其余两轴对应平行，小球球心在大球坐标系 $O_1x_1y_1z_1$ 中的坐标为 $(0,0,d)$。一束腰半径为 w_0，波长为 λ 的圆形高斯波束沿 z 轴正方向入射，电场矢量振动方向与 O_{xz} 平面平行，束腰中心在大球坐标系中的位置为 $O_G(x_0,y_0,z_0)$，亦即：当 $z_0>0$ 时，表示粒子处在波束的汇聚区，当 $z_0<0$ 时，表示粒子处在波束的发散区，如图 1 所示。文中用的时间因子为 $\exp(\mathrm{i}\omega t)$，其中 ω 为角频率。

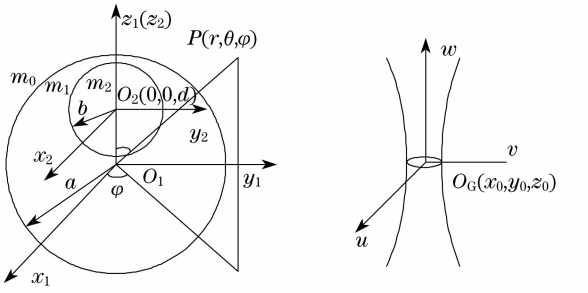

图 1 散射粒子、高斯波束及直角坐标系

Fig.1 Geometry of the scatterer, the Gaussian beam, and the Cartesian coordinate system

根据 Davis[18] 的论述，可用发散因子 s 的级数形式来描述高斯波束，发散因子 s 和瑞利长度 l 的关系如下

$$s = w_0/l = 1/(kw_0), \tag{1}$$

其中 $k=2\pi/\lambda$，是入射波束在真空中的波数。以下所讨论的内容是在 s 的一阶近似下的结果。

在大球坐标系 $O_1x_1y_1z_1$ 下，入射高斯波束可用矢量球面波函数 $\boldsymbol{M}_{mn}^{(1)}(k_0r_1,\theta_1,\phi_1)$ 和 $\boldsymbol{N}_{mn}^{(1)}(k_0r_1,\theta_1,\phi_1)$ 表示为[16,19]

$$\boldsymbol{E}_{\mathrm{i}} = E_0\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}C_{nm}\Big[g_{n,\mathrm{TM}}^{m}\boldsymbol{N}_{mn}^{(1)}(k_0r_1,\theta_1,\phi_1) - \mathrm{i}g_{n,\mathrm{TE}}^{m}\boldsymbol{M}_{mn}^{(1)}(k_0r_1,\theta_1,\phi_1)\Big], \tag{2}$$

$$\boldsymbol{H}_{\mathrm{i}} = \frac{k_0E_0}{\omega\mu}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}C_{nm}\Big[g_{n,\mathrm{TE}}^{m}\boldsymbol{N}_{mn}^{(1)}(k_0r_1,\theta_1,\phi_1) + \mathrm{i}g_{n,\mathrm{TM}}^{m}\boldsymbol{M}_{mn}^{(1)}(k_0r_1,\theta_1,\phi_1)\Big], \tag{3}$$

C_{nm} 为归一化系数，具体形式为

$$C_{nm} = \begin{cases} C_n & m\geqslant 0 \\ (-1)^{|m|}\dfrac{(n+|m|)!}{(n-|m|)!}C_n & m<0 \end{cases}, \tag{4}$$

$$C_n = (-\mathrm{i})^{n+1}\frac{2n+1}{n(n+1)}, \tag{5}$$

E_0 为入射高斯波束在束腰中心处的电场振幅。$g_{n,\mathrm{TM}}^{m}$ 和 $g_{n,\mathrm{TE}}^{m}$ 为描述入射波束的波束因子，只与波束的自身特性有关，其积分区域近似的 Bessel 函数形式可表示成[20]

$$\begin{pmatrix} g_{n,\mathrm{TM}}^{m} \\ \mathrm{i}g_{n,\mathrm{TE}}^{m} \end{pmatrix} = \mathrm{i}Q\frac{Z_n^m}{4\pi}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}Q\gamma^2+\mathrm{i}kz_0}\int_0^{2\pi}\mathrm{e}^{2\mathrm{i}Qb_n(\xi_0\cos\phi+\eta_0\sin\phi)}\Big(\mathrm{e}^{-\mathrm{i}(m-1)} \pm \mathrm{e}^{-\mathrm{i}(m+1)}\Big)\mathrm{d}\phi = \mathrm{i}Q\frac{Z_n^m}{2}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}Q\gamma^2+\mathrm{i}kz_0}\Big[\mathrm{e}^{\mathrm{i}(m-1)\phi_0}J_{m-1}(2Q\rho_n\rho_0) \pm \mathrm{e}^{\mathrm{i}(m+1)\phi_0}J_{m+1}(2Q\rho_n\rho_0)\Big], \tag{6}$$

其中

$$Q = 1/(\mathrm{i}-2z_0/l), \tag{7}$$

$$\rho_n = (n+1/2)s, \quad \gamma = \sqrt{\rho_n^2+\rho_0^2},$$
$$\xi_0 = x_0/w_0, \quad \eta_0 = y_0/w_0, \tag{8}$$

$$Z_n^0 = \frac{2n(n+1)}{2n+1}\mathrm{i}, \tag{9}$$

$$Z_n^m = \left(\frac{-2\mathrm{i}}{2n+1}\right)^{|m|-1} \quad m\neq 0. \tag{10}$$

(5)式可用来描述高汇聚、离轴较远的波束，并且与 Doicu's[19] 用转换加法定理所得的结果一致。

在坐标系 $O_1x_1y_1z_1$ 中，散射场可用矢量球面波函数表示成[16~19]

$$\boldsymbol{E}_s = E_0\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}C_{nm}\Big[\mathrm{i}b_{nm}g_{n,\mathrm{TE}}^{m}\boldsymbol{M}_{mn}^{(4)}(k_0r_1,\theta_1,\phi_1) - a_{nm}g_{n,\mathrm{TM}}^{m}\boldsymbol{N}_{mn}^{(4)}(k_0r_1,\theta_1,\phi_1)\Big], \tag{11}$$

$$\boldsymbol{H}_s = \frac{\mathrm{i}k_0E_0}{\omega\mu}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}C_{nm}\Big[-a_{nm}g_{n,\mathrm{TM}}^{m}\boldsymbol{M}_{mn}^{(4)}(k_0r_1,\theta_1,\phi_1) + \mathrm{i}b_{nm}g_{n,\mathrm{TE}}^{m}\boldsymbol{N}_{mn}^{(4)}(k_0r_1,\theta_1,\phi_1)\Big]. \tag{12}$$

系数 a_{nm}、b_{nm} 可通过分别在大球和小球表面解边界条件获得，且仅与粒子的性质有关[21]。还可将散射场分量写为

$$E_\theta^{\mathrm{s}} = -\frac{E_0}{k_0 r}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}\mathrm{i}^n\left[B_{nm}m\pi_n^{|m|}(\theta) + A_{nm}\tau_n^{|m|}(\theta)\right]\exp(\mathrm{i}m\phi - \mathrm{i}k_0 r), \tag{13}$$

$$E_\phi^{\mathrm{s}} = -\frac{E_0}{k_0 r}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}\mathrm{i}^{n+1}\left[B_{nm}\tau_n^{|m|}(\theta) + A_{nm}m\pi_n^{|m|}(\theta)\right]\exp(\mathrm{i}m\phi - \mathrm{i}k_0 r), \tag{14}$$

$$H_\theta^{\mathrm{s}} = -\frac{k_0}{\omega\mu}E_\phi^{\mathrm{s}}, \tag{15}$$

$$H_\phi^{\mathrm{s}} = \frac{k_0}{\omega\mu}E_\theta^{\mathrm{s}}. \tag{16}$$

其中 $A_{nm} = a_{nm}g_{n,\mathrm{TM}}^m C_n$，$B_{nm} = \mathrm{i}b_{nm}g_{n,\mathrm{TE}}^m C_n$；$\pi_n^{|m|}(\theta) = \frac{P_n^{|m|}(\cos\theta)}{\sin\theta}$，$\tau_n^{|m|}(\theta) = \frac{\mathrm{d}P_n^{|m|}(\cos\theta)}{\mathrm{d}\theta}$，在远场区域，散射强度函数可表示为

$$i_\phi = |S_1|^2, \qquad i_\theta = |S_2|^2, \tag{17}$$

其中

$$S_1 = E_0\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}\mathrm{i}^{n+1}\left[B_{nm}\tau_n^{|m|}(\theta) + A_{nm}m\pi_n^{|m|}(\theta)\right]\exp(\mathrm{i}m\phi), \tag{18}$$

$$S_2 = E_0\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}\mathrm{i}^{n}\left[B_{nm}m\pi_n^{|m|}(\theta) + A_{nm}\tau_n^{|m|}(\theta)\right]\exp(\mathrm{i}m\phi). \tag{19}$$

3　辐射俘获力

3.1　公式推导

波束对小粒子的辐射力是散射力和梯度力的合力，根据 GLMT 理论，辐射力可由辐射截面直接计算。高斯波束对离心球的纵向辐射俘获力可用纵向辐射截面 $C_{pr,z}$ 表示为[7,16]

$$F_z = \frac{m_0}{c}\frac{2P}{\pi w_0^2}C_{pr,z}. \tag{20}$$

c 表示真空中的光速。纵向辐射截面 $C_{pr,z}$ 可写为[16]

$$C_{pr,z} = \frac{1}{2}\frac{\pi w_0^2}{2P}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}\mathrm{Re}(E_\phi^{\mathrm{i}}H_\theta^{\mathrm{s}*} + E_\phi^{\mathrm{s}}H_\theta^{\mathrm{i}*} - E_\theta^{\mathrm{i}}H_\phi^{\mathrm{s}*} - E_\theta^{\mathrm{s}}H_\phi^{\mathrm{i}*})r^2\sin\theta\cos\theta\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\phi - \int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}(I_\theta^{+} + I_\phi^{+})r^2\sin\theta\cos\theta\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\phi \tag{21}$$

利用积分公式和 Bessel 函数在远场情况下的近似关系[16]

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{2}\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}\mathrm{Re}(E_\phi^{\mathrm{i}}H_\theta^{\mathrm{s}*} + E_\phi^{\mathrm{s}}H_\theta^{\mathrm{i}*} - E_\theta^{\mathrm{i}}H_\phi^{\mathrm{s}*} - E_\theta^{\mathrm{s}}H_\phi^{\mathrm{i}*})r^2\sin\theta\cos\theta\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\phi = \frac{\pi}{k_0^2}\frac{k_0E_0^2}{\omega\mu}\mathrm{Re}\sum_{\substack{n=1\\p=1}}^{\infty}\sum_{\substack{m=-n\\m=-p}}^{n,p}\Bigg\{C_n(-\mathrm{i})^p\times \\
&[A_{pm}^*g_{n,\mathrm{TM}}^m\psi'_n(k_0r) + B_{pm}^*g_{n,\mathrm{TE}}^m\psi_n(k_0r)] * \left[\frac{2(n-1)(n+1)}{(2n-1)(2n+1)}\frac{(n+|m|)!}{(n-|m|-1)!}\delta_{p,n-1} + \right. \\
&\left.\frac{2(p-1)(p+1)}{(2p-1)(2p+1)}\frac{(p+|m|)!}{(p-|m|-1)!}\delta_{n,p-1}\right] + C_n(-\mathrm{i})^n[mB_{nm}^*g_{n,\mathrm{TM}}^m\psi'_n(k_0r) + mA_{nm}^*g_{n,\mathrm{TE}}^m\psi_n(k_0r)]\times \\
&\left.\frac{2}{2n+1}\frac{(n+|m|)!}{(n-|m|)!}\right\}\exp(\mathrm{i}k_0r) + \frac{\pi}{k_0^2}\frac{k_0E_0^2}{\omega\mu}\mathrm{Re}\sum_{\substack{n=1\\p=1}}^{\infty}\sum_{\substack{m=-n\\m=-p}}^{n,p}\Bigg\{C_p^*\mathrm{i}^{n+1}[A_{nm}g_{p,\mathrm{TM}}^{m*}\psi_p(k_0r) - B_{nm}g_{p,\mathrm{TE}}^{m*}\psi'_p(k_0r)]\times \\
&\left[\frac{2(n-1)(n+1)}{(2n-1)(2n+1)}\frac{(n+|m|)!}{(n-|m|-1)!}\delta_{p,n-1} + \frac{2(p-1)(p+1)}{(2p-1)(2p+1)}\frac{(p+|m|)!}{(p-|m|-1)!}\delta_{n,p-1}\right] + \\
&C_n^*\mathrm{i}^{n+1}[mB_{nm}g_{n,\mathrm{TM}}^{m*}\psi_n(k_0r) - mA_{nm}g_{n,\mathrm{TE}}^{m*}\psi'_n(k_0r)]\frac{2}{2n+1}\frac{(n+|m|)!}{(n-|m|)!}\Bigg\}\exp(-\mathrm{i}k_0r) = \\
&\frac{\lambda_0^2}{4\pi}\frac{k_0E_0^2}{\omega\mu}\mathrm{Re}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}\Bigg\{\left[a_{n+1,m}g_{n+1,\mathrm{TM}}^m g_{n,\mathrm{TM}}^{m*} + b_{n+1,m}g_{n+1,\mathrm{TE}}^m g_{n,\mathrm{TE}}^{m*} + a_{nm}g_{n,\mathrm{TM}}^m g_{n+1,\mathrm{TM}}^{m*} + b_{nm}g_{n,\mathrm{TE}}^m g_{n+1,\mathrm{TE}}^{m*}\right]\times \\
&\frac{2}{(n+1)^2}\frac{(n+|m|+1)!}{(n-|m|)!} + [2\mathrm{i}mb_{nm}g_{n,\mathrm{TE}}^m g_{n,\mathrm{TM}}^{m*} + 2\mathrm{i}ma_{nm}^*g_{n,\mathrm{TM}}^{m*}g_{n,\mathrm{TE}}^m]\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}\frac{(n+|m|)!}{(n-|m|)!}\Bigg\}.
\end{aligned} \tag{22}$$

类似的积分过程可得到

$$\int_0^{\pi}\int_0^{2\pi}(I_\theta+I_\phi)r^2\cos\theta\sin\theta\mathrm{d}\theta\mathrm{d}\phi=\frac{k_0E_0^2}{2\omega\mu}\frac{\lambda_0^2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}\mathrm{Re}\left[(a_{nm}^{*}a_{n+1,m}g_{n+1,\mathrm{TM}}^{m}g_{n,\mathrm{TM}}^{m*}+b_{nm}^{*}b_{n+1,m}g_{n+1,\mathrm{TE}}^{m}g_{n,\mathrm{TE}}^{m*})\times\right.$$
$$\left.\frac{2}{(n+1)^2}\frac{(n+|m|+1)!}{(n-|m|)!}-2\mathrm{i}m(a_{nm}b_{nm}^{*}g_{n,\mathrm{TM}}^{m}g_{n,\mathrm{TE}}^{m*})\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}\frac{(n+|m|)!}{(n-|m|)!}\right].\tag{23}$$

$$C_{pr,z}=\frac{\lambda_0^2}{\pi}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}\left\{\frac{1}{(n+1)^2}\frac{(n+1+|m|)!}{(n-|m|)!}\mathrm{Re}\left[(a_{nm}+a_{n+1,m}^{*}-2a_{nm}a_{n+1,m}^{*})g_{n,\mathrm{TM}}^{m}g_{n+1,\mathrm{TM}}^{m*}+(b_{nm}+b_{n+1,m}^{*}\right.\right.$$
$$\left.\left.-2b_{nm}b_{n+1,m}^{*})g_{n,\mathrm{TM}}^{m}g_{n+1,\mathrm{TM}}^{m*}\right]+m\frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}\frac{(n+|m|)!}{(n-|m|)!}\mathrm{Re}[i(2a_{nm}b_{nm}^{*}-a_{nm}-b_{nm}^{*})g_{n,\mathrm{TM}}^{m}g_{n,\mathrm{TM}}^{m*}]\right\}.\tag{24}$$

联立(22)和(23)式并利用束腰中心 O_G 处的强度 $I_0=2P/\pi w_0^2$,可得到 P 和 λ_0 分别表示波束的功率和在环境介质中的波长,星号"*"表示共轭关系。

3.2 公式验证及数值模拟

当离心球的离心距 d 设定为 0 时,离心球退化为同心双层球,上述纵向俘获力的公式退化为计算高斯波束对同心双层球俘获力的公式。用与文献[13]相同的参量,能完全重复文献[13]的所有图线,验证了(24)式的正确性。

图 2 是高斯波束对小尺寸离心球纵向辐射俘获力随束腰中心在 z 轴位置变化($x_0=y_0=0$)的数值模拟。环境介质为水,$m_0=1.33$,激光功率 $P=100$ mW,水中波长 $\lambda_0=\lambda/m_0=0.5145/m_0$ 如无特殊说明,都采用此参量)。如图可见,在所给参量条件下,单束的高斯波束能将小尺寸的离心球形粒子稳定捕获,这是由于波束作用在粒子上的梯度力大于散射力所造成的结果。需要说明的是:以散射粒子的球心为坐标原点建立坐标系,对应图线的横轴表示束腰中心在 z 轴的位置。当 $z_0<0$ 时,表示粒子处在波束的发散区,图线对应的纵坐标为负值,意味着粒子受到的辐射力指向 z 轴的负半轴,即与波束传播方向相反,辐射俘获力将粒子拉回束腰中心;当 $z_0>0$ 时,表示粒子处在波束的汇聚区,图线对应的纵坐标为正值,意味着粒子受到的辐射力指向 z 轴的正半轴,此时的辐射力与波束传播方向相同将粒子推向束腰中心;当 $z_0=0$ 时,粒子处在束腰中心的位置,此时由于离心距的影响,使总的辐射力小于零,方向指向 z 轴的负半轴。而且,从图中还可看出,波束对粒子捕获的稳定程度依赖于束腰半径的大小。束腰越小(如 $w_0=0.6$ μm),在 $z_0=0$ 附近的曲线斜率越大,表示波束对粒子束缚得越稳定。

图 3 所示为高斯波束对不同离心距的小尺寸离心球的纵向辐射俘获力随束腰中心在 z 轴位置变化的数值模拟。由图3(a)可看出,随着离心距 d 从 −5 nm 到 5 nm 的变化,处在波束汇聚区域($z_0>0$)

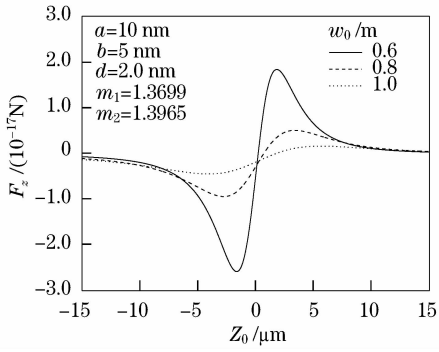

图 2 不同束腰半径时纵向辐射俘获力 F_z 随束腰中心在 z 轴位置变化的曲线

Fig. 2 Longitudinal radiation force F_z versus z_0 with different beam waists

的离心球受到的辐射力逐渐减小,而处在波束发散区域($z_0<0$)的离心球受到的辐射力逐渐增大。还可以看出:当粒子从坐标原点开始沿 z 轴向两个方向离开束腰中心时,在波束汇聚区域($z_0>0$)离心距 $d=-5$ nm的离心球最先获得最大辐射俘获力;而在波束发散区域($z_0<0$)离心距 $d=5$ nm 离心球最先获得最大辐射俘获力。这可以从辐射俘获力的形成原理来解释:在 $z_0=0$ 附近区域,光束对处在其中的散射体有梯度力的作用;此梯度力随着粒子与束腰中心距离的增大而逐渐达到最大值,再随粒子与束腰中心距离的增大而迅速减小[7]。处在波束发散区($z_0<0$)的小球沿 z 轴离开束腰中心时,内层小球沿 z 轴正方向偏离大球中心($d>0$)的离心球最先到达梯度力极大值的位置;而且,在 z 轴上的同一位置,内层小球沿 z 轴正方向偏离大球中心($d>0$)越远的离心球,其内层球更接近梯度力极大值的位置,因而整个离心球受到更大的辐射俘获力。类似的也可以对处在波束汇聚区域($z_0>0$)的离心球所受辐射俘获力的特性作出解释。为更明显的描述离心距对纵向辐射力的影响,图 3(b)给出了同一个离心球处在 z 轴上三个不同位置时,其所受到的辐射力随离心距变化的图线,粒子和波束的参数与图 3(a)相

同。如图所示，整个图线是倾斜的。

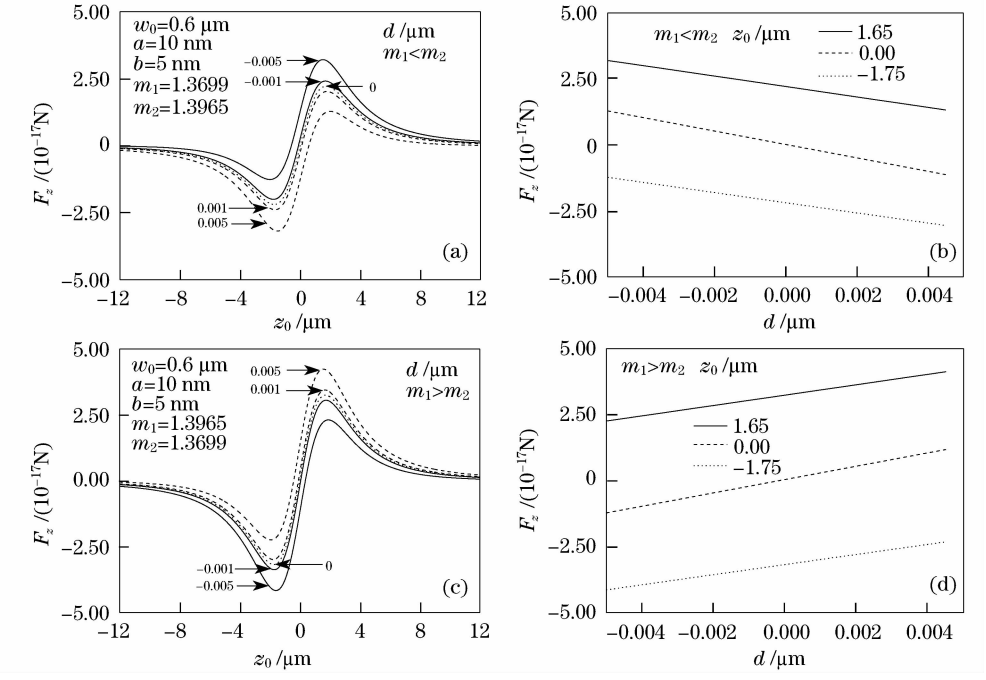

图 3　不同离心距时纵向辐射俘获力 F_z 随束腰中心在 z 轴位置变化的曲线(a,c)和波束中心处在不同位置时 F_z 随离心距变化的曲线(b,d)

Fig. 3　Longitudinal radiation force F_z versus z_0 with different displacement d; and F_z versus d with different beam center position z_0

在一些生物细胞[22]或其他的微粒中，内层小球的折射率可能小于外层大球的折射率。将离心球的折射率设为 $m_1=1.3965$，$m_2=1.3699$，其它参量与图 3(a)的参量相同，给出了高斯波束对离心球纵向辐射俘获力随束腰中心在 z 轴位置变化的数值模拟如图 3(c)、(d)所示。可看出各曲线的排列次序与图 3(a)刚好相反，而且在图 3(c)中获得了更大辐射俘获力的极值。此外，利用上述离心球和波束研究空气环境中纵向辐射力时，也得到了与上述相同的结论。

虽然直径在 35 nm 以下的微粒很容易被单光束成功捕获，但现实中用光镊操纵的微粒其直径一般在 0.4～10 μm 之间，这恰好是实际中能用光镊直接操纵的生物细胞的尺寸[23]。图 4 给出了高斯波束对不同离心距的较大尺寸的离心球纵向辐射俘获力随束腰中心位置变化的数值模拟。注意到束腰半径比粒子尺寸小很多，波束只能照射到粒子的局部区域，相比前述的小尺寸粒子，此时作用在粒子上的散射力对辐射力产生重要的影响。这种影响表现在：内层小球偏离大球中心不太远时，离心球能被成功的捕获，如图 4 所示；而当内层小球偏离大球中心较远，例如 $d=0.2$ μm时，离心球所受到的散射力将大于相应的梯度力，辐射力(散射力和梯度力的合力)对粒子的作用效果将使粒子一直处于加速运动状态，从而失去对粒子的捕获功能，如图 5(a)所示。另一个更有趣的现象是：保持其它参量不变，将波束的波长增大(例如由 $\lambda=1.06$ μm 增大到 1.15 μm)，可以对 $d=0.2$ μm 的离心球成功实现捕获，如图 5(b)所示。这说明，对离心球而言在介质折射率随激光波长变化不明显的情况下，波长较大的波束比波长较小的波束有更强的捕获能力。

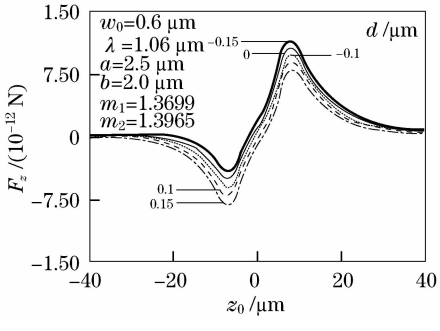

图 4　不同离心距时纵向辐射俘获力 F_z 随束腰中心在 z 轴位置变化的曲线

Fig. 4　Longitudinal radiation force F_z versus z_0 with different displacement d

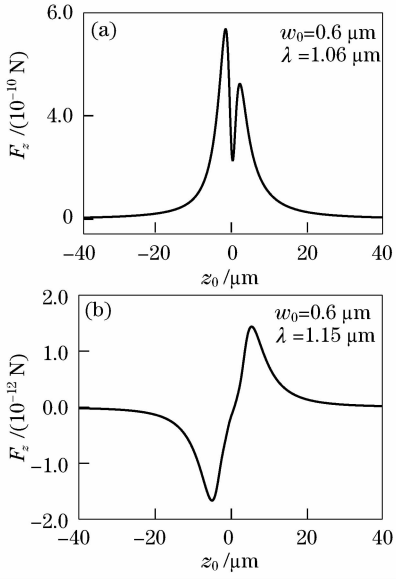

图 5 不同波长时纵向辐射俘获力 F_z 随束腰中心在 z 轴位置变化的曲线

Fig. 5 Longitudinal radiation force F_z versus z_0

4 结 论

给出了高斯波束对离心球纵向辐射俘获力的公式，研究了纵向辐射俘获力随束腰中心在 z 轴位置变化的特性。相应的数值模拟表明：离心球的内层小球沿光轴偏离大球中心时，小球的位置对纵向辐射俘获力产生显著的影响；内层小球折射率与大球折射率的相对大小不同，将使得纵向辐射俘获力呈现刚好相反的特性。离心球的内层球折射率小于外层球时，能产生更大的辐射俘获力峰值。在光束的波长对介质折射率影响不大的情况下，较大波长的激光束对粒子有更好的纵向俘获能力，可以捕获离心距更大的离心球形粒子。

需要特别指出的是：本文给出的例子是两球连心线刚好与波束的中心重合，这是非常特殊的情况。更普遍的情况：波束沿任意方向入射离心球时，波束对离心球的辐射俘获力将是下一步的重要工作。

参 考 文 献

1 A. Ashkin. Acceleration and trapping of particles by radiation pressure [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1970, **24**: 156～159

2 A. Ashkin, J. M. Dziedzic, J. E. Bjorkholm *et al.*. Observation of a single-beam gradient force optical trap for dielectric particles [J]. *Opt. Lett.*, 1986, **11**: 288～289

3 G. Roosen, S. Slansky. Influence of the beam divergence on the exerted force on a sphere by a laser beam and required conditions for a stable optical levitation [J]. *Opt. Commun.*, 1979, **29**: 341～346

4 J. P. Barton, D. R. Alexander, S. A. Schaub. Theoretical determination of net radiation force and torque for a spherical particle illuminated by a focused laser beam [J]. *J. Appl. Phys.*, 1989, **66**: 4594～4602

5 K. F. Ren, G. Grehan, G. Gouesbet. Radiation pressure forces exerted on a particle arbitrarily located in a Gaussian beam by using the generalized Lorenz-Mie theory, and associated resonance effects [J]. *Opt. Commun.*, 1994, **108**: 343～354

6 K. F. Ren, G. Grehan, G. Gouesbet, Prediction of reverse radiation pressure by generalized Lorenz-Mie theory [J]. *Appl. Opt.*, 1996, **35**: 2702～2710

7 Y. Harada, T. Asakura. Radiation forces on a dielectric sphere in Rayleigh scattering regime [J]. *Opt. Commun.*, 1996, **124**: 529～541

8 J. A. Lock. Calculation of the radiation trapping force for laser tweezers by use of generalized Lorenz - Mie theory. I. Localized model description of an on-axis tighty focused laser beam with spherical aberration [J]. *Appl. Opt.* 2004, **43**: 2532～2544

9 J. A. Lock, Calculation of the radiation trapping force for laser tweezers by use of generalized Lorenz - Mie theory. II. On-axis trapping force [J]. *Appl. Opt.*, 2004, **43**: 2545～2554

10 S. Chu, J. E. Bjorkholm, A. Ashkin *et al.*. Experimental observation of optically trapped atoms [J]. *Phys. Rev. Lett.*, **57**: 314～317

11 A. Ashkin, J. M. Dziedzic. Optical trapping and manipulation of viruses and bacteria [J]. *Science.*, 1987, **235**: 1517～1520

12 T. N. Buican, M. J. Smith, H. A. Crissman *et al.*. Automated single-cell manipulation and sorting by light trapping [J]. *Appl. Opt.*, 1987, **26**: 5311～5316

13 Han Yiping, Du Yungang, Zhang Huayong. Radiation trapping forces acting on a two-layered spherical particle in a Gaussian beam[J]. *Acta Phys. Sin.*, 2006, **55**(9): 4557～4562
韩一平，杜云刚，张华永. 高斯波束对双层粒子的辐射俘获力[J]. 物理学报, 2006, **55**(9): 4557～4562

14 R. C. Gauthier, Optical trapping a tool to assist optical machining [J]. *Opt. Laser Technol.*, 1997, **29**: 389～399

15 S. B. Kim, J. H. Kim, S. S. Kim. Theoretical development of in situ optical particle separator: cross-type optical chromatography [J]. *Appl. Opt.*, 2006, **45**: 6919～6924

16 G. Gouesbet, B. Maheu, G. Grehan. Light scattering from a sphere arbitrarily located in a Gaussian beam, using a Bromwich formulation [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 1988, **5**: 1427～1443

17 H. Polaert, G. Grehan, G. Gouesbet. Forces and torques exerted on a multilayered spherical particle by a focused Gaussian beam [J]. *Opt. Commun.*, 1998, **155**: 169～179

18 L. W. Davis. Theory of electromagnetic beams [J]. *Phys. Rev. A*, 1979, **19**: 1177～1179

19 A. Doicu, T. Wriedt. Computation of the beam-shape coefficients in the generalized Lorenz-Mie theory by using the translational addition theorem for spherical vector wave functions [J]. *Appl. Opt.*, 1997, **36**: 2971～2978

20 R. X. Li, X. E. Han, L. J. Shi *et al.*. Debye series for Gaussian beam scattering by a multilayered sphere [J]. *Appl. Opt.*, 2007, **46**: 4804～4812

21 D. Ngo, G. Videen, P. Chylek. A FORTRAN code for the scattering of EM waves by a sphere with a nonconcentric spherical inclusion [J]. *Comput. Phys. Commun.*, 1996, **99**: 94～112

22 R. Drezek, A. Dunn, R. Richards-Kortum, Light scattering from cells: finite-difference time-domain simulations and goniometric measurements [J]. *Appl. Opt.*, 1999, **38**: 3651～3661

23 K. C. Neuman, S. M. Block. Optical trapping [J]. *Rev. Sci. Instrum.*, 2004, **75**: 2787～2809