

矢量可控空心光束的非傍轴传输

梅掌荣^{1,2} 赵道木² 顾菊观¹

(¹湖州师范学院物理系, 浙江 湖州 313000; ²浙江大学物理系, 浙江 杭州 310027)

摘要 提出了矢量可控空心光束概念, 可控空心光束可以很好地描写中心光强不完全为零的圆对称空心光束, 具有可用多个参量来控制中央暗斑尺寸、形式简单易于分析、其传输变换特性更接近于实际等特点。利用矢量瑞利-索末菲衍射积分公式, 导出了矢量可控空心光束的非傍轴传输解析公式, 从所得结果可退化得到傍轴近似结果。利用导出的公式计算分析了矢量可控空心光束在自由空间的非傍轴传输特性, 并与傍轴结果进行了比较分析。结果表明矢量可控空心光束在近场很好地保持其空心光场分布特性; 参量 f 和传输距离决定了矢量可控空心光束的非傍轴特性。

关键词 物理光学; 矢量可控空心光束; 非傍轴传输; 衍射积分

中图分类号 O436 **文献标识码** A **doi:** 10.3788/AOS20092906.1675

Nonparaxial Propagation of Vectorial Controllable Dark-hollow Beams

Mei Zhangrong^{1,2} Zhao Daomu² Gu Juguan¹

(¹Department of Physics, Huzhou Teachers College, Huzhou, Zhejiang 313000, China)
(²Department of Physics, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China)

Abstract The concept of vectorial controllable dark-hollow (CDH) beams is proposed. The CDH beams can be used to describe circular hollow beam whose axial intensity is not entirely equal to zero. This model has many interesting characteristics that the central dark size of beam can be controlled easily by various parameters, the form simple and easy analysis, propagation properties approach actual case and so on. On the basis of vectorial Rayleigh-Sommerfeld formulas, the nonparaxial propagation analytical formulas of vectorial CDH beams are derived. The paraxial approximation is dealt with as special cases of our general results. By using the derived formulae, the propagation properties of vectorial CDH beams in free space are illustrated and analyzed comparatively with numerical examples. The results show that the vectorial CDH beams keep the hollow intensity distribution in the near field and the f parameter and propagation distance play the important role in determining their nonparaxiality.

Key words physical optics; vectorial controllable dark-hollow beam; nonparaxial propagation; diffraction integral

1 引言

空心光束是指一种中心光强为零的环状光束。它在激光加工、原子冷却、光信息处理、原子波导、生物医学以及材料科学等领域有着广泛的应用, 如: 空心光束可用于研究高次谐波的有效产生和原子多光子电离及磁光阱的制备; 利用空心光束可以实现微观粒子的光学囚禁与四维操控以及冷原子的激光导引、漏斗、冷却与囚禁, 实现波色-爱因斯坦凝聚、原子光刻等^[1,2]。近年来, 随着激光技术及其应用领域的不断发展, 对空心光束产生和应用的研究^[3~7]

越来越受到人们的关注, 至今已发展了多种产生空心光束的方法, 如: 横模选择法、几何光学法、模式转换法、光学全息法、计算机全息法、中空光纤法、相位板法等。在理论上, 也已提出了多种模式用来描述空心光束, 如: 空心高斯光束、拉盖尔高斯光束、高阶贝塞尔光束、TEM₀₁ 光束、高阶 Mathieu 空心光束等^[7]。本文引入矢量可控空心光束概念, 研究矢量可控空心光束的非傍轴传输特性, 并与傍轴结果进行比较分析。

收稿日期: 2008-10-23; **收到修改稿日期:** 2008-11-25

基金项目: 浙江省自然科学基金(Y6090247, Y606320) 湖州市自然科学基金(2009C50064) 资助课题。

作者简介: 梅掌荣(1972-), 男, 副教授, 博士, 主要从事物理光学和激光光学等方面的研究。E-mail: meizr@hutc.zj.cn

2 矢量可控空心光束的定义及其非傍轴传输公式

在柱坐标系下,可控空心高斯光束在 $z=0$ 处的光场定义为如下形式^[8]:

$$E(\rho_0, 0) = \sum_{n=1}^N a_n \left[\exp\left(-\frac{n\rho_0^2}{\omega_0^2}\right) - \exp\left(-\frac{n\rho_0^2}{v_0^2}\right) \right],$$

$$N = 1, 2, 3, \dots, \quad (1)$$

其中参量

$$a_n = \frac{(-1)^{n-1}}{N} \binom{N}{n}, \quad (2)$$

$\binom{N}{n}$ 是一个二项式系数, N 是光束的阶次, ω_0 是束腰, $v_0 = \epsilon\omega_0$, $\epsilon < 1$ 。

考虑沿 x 方向偏振的可控空心光束,在 $z=0$ 源平面上的光场分布 $\mathbf{E} = E_x(x_0, y_0, 0)\mathbf{i} + E_y(x_0, y_0, 0)\mathbf{j}$ 可表示为:

$$E_x(x_0, y_0, 0) = \sum_{n=1}^N a_n \left[\exp\left(-\frac{nx_0^2 + ny_0^2}{\omega_0^2}\right) - \exp\left(-\frac{nx_0^2 + ny_0^2}{v_0^2}\right) \right],$$

$$N = 1, 2, 3, \dots, \quad (3a)$$

$$E_y(x_0, y_0, 0) = 0 \quad (3b)$$

光束中央暗斑的面积可由阶次 N 和参量 ϵ 控制。图 1 给出了不同阶次 N 和不同参量 ϵ 可控空心光束在 $z=0$ 平面上的光强等值线图,计算中 $\omega_0 = 2$, 从图中可以看出,光束的中央黑斑尺寸随阶次 N 和参量 ϵ 的增大而增大。

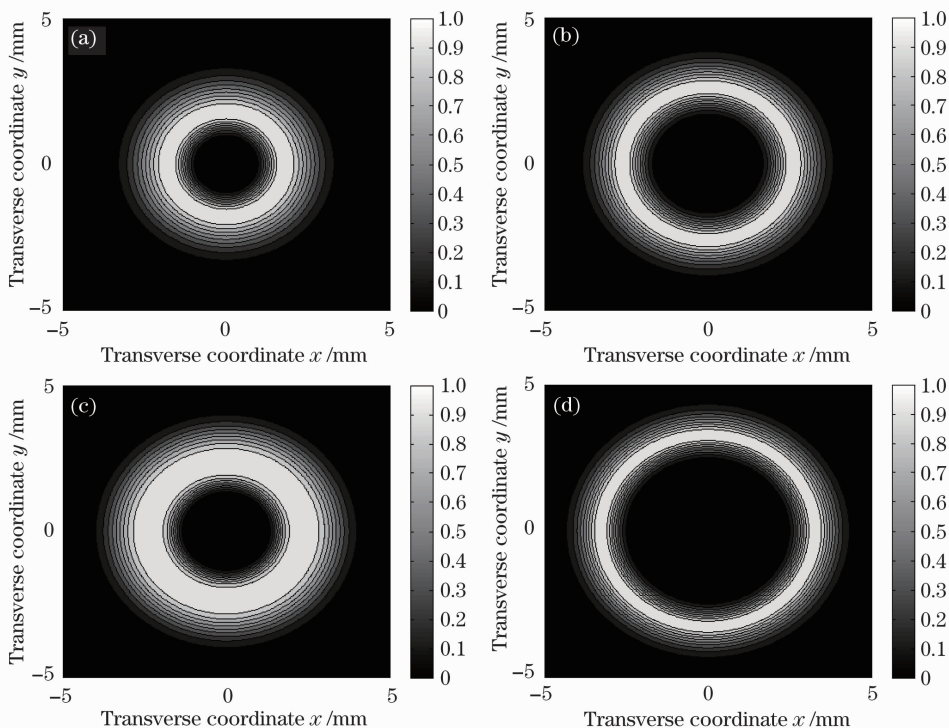


图 1 不同参量 N 和 ϵ 的可控空心光束在 $z=0$ 平面上的光强等值线图 (a) $N=5$, $\epsilon=0.4$; (b) $N=5$, $\epsilon=0.8$; (c) $N=20$, $\epsilon=0.4$; (d) $N=20$, $\epsilon=0.8$

Fig. 1 Contour graphs of the intensity distribution of controllable dark-hollow beams for different beam parameters

(a) $N=5$, $\epsilon=0.4$; (b) $N=5$, $\epsilon=0.8$; (c) $N=20$, $\epsilon=0.4$; (d) $N=20$, $\epsilon=0.8$

在边界($z=0$ 平面)条件 $E_x(x_0, y_0, 0)$ 、 $E_y(x_0, y_0, 0)$ 给定的情况下,利用矢量瑞利-索末菲衍射积分公式,可方便地求解光场在 $z>0$ 半空间的各个分量^[9-11]:

$$E_x(\mathbf{r}) = -\frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{+\infty} E_x(x_0, y_0, 0) \frac{\partial G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)}{\partial z} dx_0 dy_0 \quad (4a)$$

$$E_y(\mathbf{r}) = -\frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{+\infty} E_y(x_0, y_0, 0) \frac{\partial G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)}{\partial z} dx_0 dy_0 \quad (4b)$$

$$E_z(\mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \iint_{-\infty}^{+\infty} \left[E_x(x_0, y_0, 0) \frac{\partial G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)}{\partial x} + E_y(x_0, y_0, 0) \frac{\partial G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0)}{\partial y} \right] dx_0 dy_0 \quad (4c)$$

式中 $\mathbf{r}_0 = x_0\mathbf{i} + y_0\mathbf{j}$, $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$, \mathbf{i} 、 \mathbf{j} 、 \mathbf{k} 分别 x 、 y 、 z 方向的单位矢量,

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) = \frac{\exp(ik|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|)}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_0|} \quad (5)$$

k 是波数, 与波长的关系为 $k = 2\pi/\lambda$ 。运用泰勒级数展开, (5)式可近似为^[9]

$$G(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0) \approx \frac{1}{r} \exp\left[ik\left(r + \frac{x_0^2 + y_0^2 - 2xx_0 - 2yy_0}{2r}\right)\right] \quad (6)$$

其中, $r = (x^2 + y^2 + z^2)^{1/2}$ 。

将(3)式和(6)式代入(4)式, 经积分后得到矢量可控空心光束在自由空间的非傍轴传输公式为:

$$E_x(x, y, z) = -\frac{i(z/z_R)}{4f^2\alpha_1^2} \exp(i\alpha_1) \sum_{n=1}^N a_n \left[\beta_{11}^{-1} \exp\left(-\frac{\pi^2 \eta^2}{\alpha_1^2 \beta_{11}}\right) - \beta_{12}^{-1} \exp\left(-\frac{\pi^2 \eta^2}{\alpha_1^2 \beta_{12}}\right) \right] \quad (7a)$$

$$E_y(x, y, z) = 0 \quad (7b)$$

$$E_z(x, y, z) = -\frac{ikx}{2\alpha_1^2} \exp(i\alpha_1) \sum_{n=1}^N a_n \left[\beta_{11}^{-1} \exp\left(-\frac{\pi^2 \eta^2}{\alpha_1^2 \beta_{11}}\right) - \beta_{12}^{-1} \exp\left(-\frac{\pi^2 \eta^2}{\alpha_1^2 \beta_{12}}\right) \right] + \frac{kx}{4\alpha_1^3} \exp(i\alpha_1) \sum_{n=1}^N a_n \left[\beta_{11}^{-2} \exp\left(-\frac{\pi^2 \eta^2}{\alpha_1^2 \beta_{11}}\right) - \beta_{12}^{-2} \exp\left(-\frac{\pi^2 \eta^2}{\alpha_1^2 \beta_{12}}\right) \right] \quad (7c)$$

式中 $z_R = \pi\omega_0^2/\lambda$ 表示瑞利距离, $\eta^2 = (x^2 + y^2)/\lambda^2$, $\alpha_1 = [4\pi^2 \eta^2 + (z/z_R)^2/4f^4]^{1/2}$, $f = 1/k\omega_0$, $\beta_{11} = nf^2 - i/2\alpha_1$, $\beta_{12} = nf^2/\epsilon^2 - i/2\alpha_1$ 。

傍轴结果可被视为上面非傍轴结果的一种特殊情形, 将 r 进行级数展开并保留前两项,

$$r \approx z + \frac{x^2 + y^2}{2z}, \quad (8)$$

应用傍轴近似, (7)式可退化得到可控空心光束的傍轴近似传输公式:

$$E_p(x, y, z) = -\frac{i}{2\alpha_2} \exp(i\alpha_2) \exp\left(\frac{2i\pi^2 \eta^2}{\alpha_2}\right) \sum_{n=1}^N a_n \left\{ \beta_{21}^{-1} \exp\left[-\frac{\pi^2 \eta^2}{\alpha_2^2 \beta_{21}}\right] - \beta_{22}^{-1} \exp\left[-\frac{\pi^2 \eta^2}{\alpha_2^2 \beta_{22}}\right] \right\} \quad (9)$$

式中 $\alpha_2 = \frac{z/z_R}{2f^2}$, $\beta_{21} = nf^2 - i/2\alpha_2$, $\beta_{22} = nf^2/\epsilon^2 - i/2\alpha_2$ 。

3 数值计算结果与比较分析

为了更加形象直观地分析矢量可控空心光束的非傍轴传输变换特性, 并与傍轴近似结果进行比较分析, 利用上面所得的解析传输公式, 一些数值计算被执行。图 2 表示矢量可控空心光束沿光轴的纵向光强等值线图。计算中选取 $\epsilon = 0.8$, $N = 20$, $f = 0.05$ 。从图 2 中可以看出, 矢量可控空心光束在近场有很好的传输稳定性, 保持着光束的空心形状, 但随着传输距离的增加, 外围能量逐渐向光轴方向会集, 光轴上的能量慢慢增大, 在远场, 轴上光强变得最大, 并在中央亮斑外围有一亮环, 其光强类似于优美拉盖尔高斯光束分布。造成可控空心光束独特的传输性质的原因, 是由于可控空心光束不是单一模, 而是多个模的相干叠加, 每个模随传输距离的演化快慢不同而形成的。

图 3 和图 4 是参量 f 取不同值时, 非傍轴矢量可控空心光束在不同传输距离处的归一化横向光强分布, $I = |E_x|^2 + |E_y|^2 + |E_z|^2$ 。为了便于比较, 相应的傍轴结果也被给出, 在图中用虚线表示。在

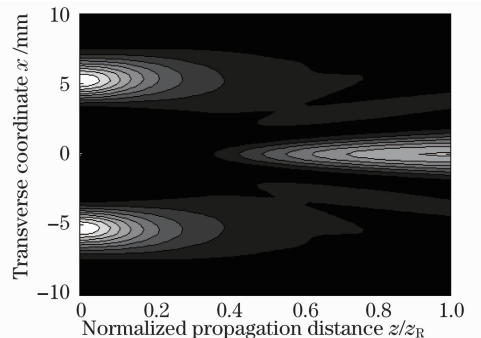


图 2 可控空心光束沿光轴的纵向光强等值线图
Fig. 2 Contour graphs of the longitudinal intensity distribution of a controllable dark-hollow beam

计算中, $N = 20$, $\epsilon = 0.8$, 图 3 中 $f = 0.01$, 图 4 中 $f = 0.2$ 。比较图 3 和图 4, 发现参量 f 与可控空心光束傍轴传输分布无关, 在相同的傍轴传输面上, 对于不同的 f 值只是光斑大小不同, 而光斑形状是一样的; 但对于可控空心光束的非傍轴传输特性, 参量 f 起着重要作用。从图 3 可以看出, 傍轴与非傍轴结果完全重合, 意味着当 f 取值较小时, 无论在近场还是远场, 傍轴近似都是有效的。而当 f 取值较大

时,如图 4 中 $f=0.2$,傍轴和非傍轴结果之间在近场存在明显的差异,随着传输距离的增加,它们之间的

差异逐渐减小。从上面的分析可以知道, f 参量和传输距离是决定可控空心光束非傍轴特性的重要参量。

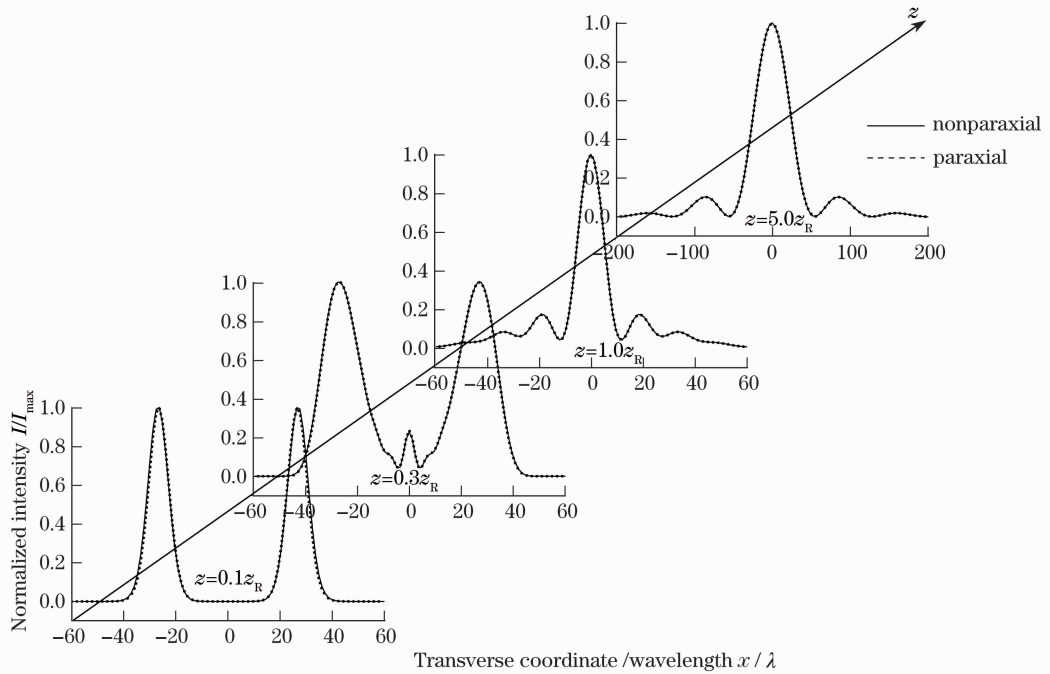


图 3 当 $f=0.01$ 时,非傍轴和傍轴矢量可控空心光束在不同传输距离处的归一化横向光强分布

Fig. 3 Normalized intensity distributions of nonparaxial and paraxial vectorial controllable dark-hollow beams at various values of the propagation distances z for $f=0.01$

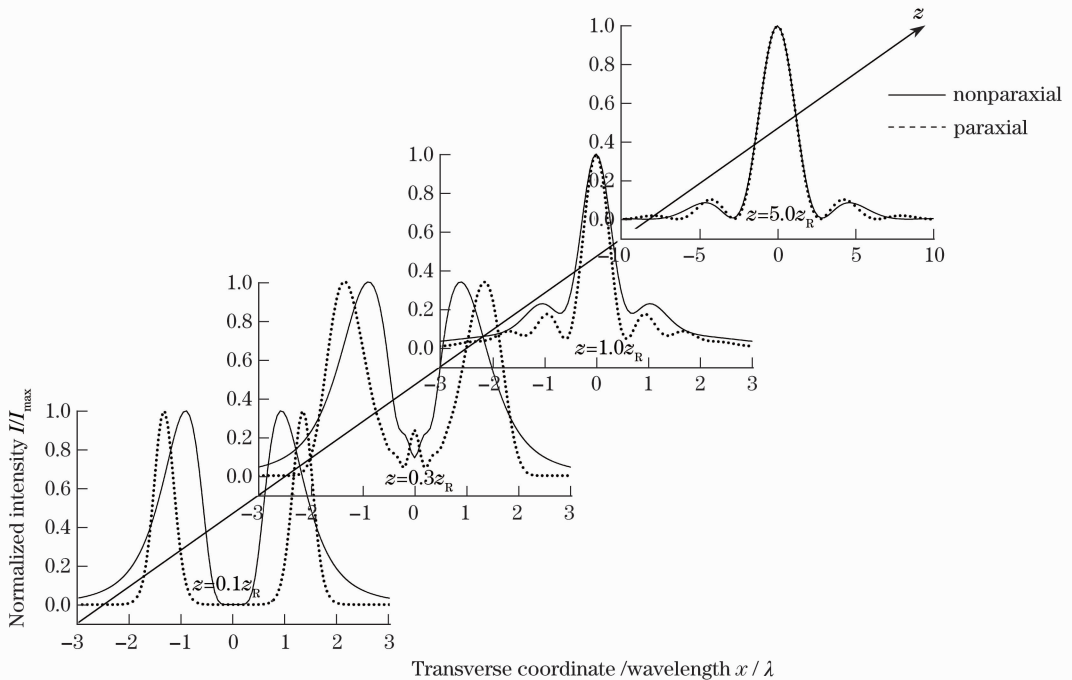


图 4 当 $f=0.2$ 时,非傍轴和傍轴矢量可控空心光束在不同传输距离处的归一化横向光强分布

Fig. 4 Normalized intensity distributions of nonparaxial and paraxial vectorial controllable dark-hollow beams at various values of the propagation distances z for $f=0.2$

4 结 论

本文引入了矢量可控空心光束概念,并研究了其非傍轴传输变换特性。应用矢量瑞利-索末菲衍射积分公式,得到了矢量可控空心光束的非傍轴传输解析公式,且根据傍轴近似条件,得到相应的傍轴传输公式。计算分析了矢量可控空心光束在自由空间中的传输性质,发现可控空心光束在近场保持其空心光场分布特性,但随着传输距离的增加,光轴上的能量慢慢增大,在远场,轴上光强变成最大,这种传输特性与一些实际的空心光束传输规律相符。此外,还对矢量可控空心光束的傍轴与非傍轴传输特性进行了比较,结果表明, f 参量和传输距离是决定矢量可控空心光束非傍轴特性的重要参量。参量 f 取值较小时,无论在近场还是远场,傍轴近似都是有效的;而当参量 f 取值较大时,光场的纵向分量就不能忽略,傍轴近似也就不再有效。

参 考 文 献

- 1 Glushko B., Kryzhnovsky B., Sarkisyan D.. Self-phase-matching mechanism for efficient harmonic generation processes in a ring pump beam geometry [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, **71**: 243~246
- 2 Ketterle W., Davis K. B., Joffe A. *et al.*. High densities of cold atoms in a dark spontaneous-force optical trap [J]. *Phys. Rev. Lett.*, 1993, **70**:2253~2256
- 3 Liu Lan, Wu Fengtie. Description of bottle beam and

- reconstruction of Bessel beam based on diffraction integral theory [J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, **28**(2):370~374
- 刘 岚, 吴逢铁. 衍射理论对局域空心光束及无衍射光束重建的描述[J]. *光学学报*, 2008, **28**(2):370~374
- 4 Wang Tao, Pu Jixiong. Propagation of Bessel-correlated partially coherent hollow beams in the turbulent atmosphere [J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, **56**(11):6754~6759
 - 王 涛, 蒲继雄. 部分相干空心光束在湍流介质中的传输特性[J]. *物理学报*, 2007, **56**(11):6754~6759
 - 5 Li Jun, Tao Xiangyang, Li Xiaolu. Generation of bottle beams through focused partially coherent lights by a lens with spherical aberration[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2008, **37**(4):799~803
 - 李 俊, 陶向阳, 黎小鹿. 球差透镜聚焦部分相干光束获得局域空心光束[J]. *光子学报*, 2008, **37**(4):799~803
 - 6 Xue Dongmei, Liu Tingting, Guo Chengshan. Localized hollow beams generated through interference of double aero-order Bessel beams [J]. *Acta Optica Sinica*, 2007, **27**(5):771~775
 - 薛冬梅, 刘婷婷, 国承山. 基于零级贝塞尔光束干涉产生的局域空心光束[J]. *光学学报*, 2007, **27**(5):771~775
 - 7 Yin Jianping, Liu Nanchun, Xia yong *et al.*. Generation of hollow laser beams and their applications in modern optics [J]. *Progress of Physics*, 2004, **24**(3):336~380
 - 印建平, 刘南春, 夏 勇 等. 空心光束的产生及其在现代光学中的应用[J]. *物理学进展*, 2004, **24**(3):336~380
 - 8 Mei Z., Zhao D.. Controllable dark-hollow beams and their propagation characteristics [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2005, **22**: 1898~1902
 - 9 Mandel L., Wolf E.. *Optical Coherence and Quantum Optics* [M]. Cambridge Univ. Press, 1995
 - 10 Duan K., Wang B., Lü B.. Propagation of Hermite-Gaussian and Laguerre-Gaussian beams beyond the paraxial approximation [J]. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2005, **22**:1976~1980
 - 11 Mei Z., Zhao D.. Nonparaxial analysis of vectorial Laguerre-Bessel-Gaussian beams [J]. *Opt. Express*, 2007, **15**:11942~11951